2019-2020 学年八年级数学下册同步必刷题闯关练（人教版）

第十九章《一次函数》

19.2 一次函数—图像及性质



必刷提高题

知识点 1：一次函数的定义

【例 1】（2020 春•桥东区校级月考）下列函数关系式：①$y=-2x$；②$y=\frac{2}{x}$；③$y=-2x^2$；④$y=2$；⑤$y=2x-1$．其中是一次函数的是（　　）

A．①⑤　　B．①④⑤　　C．②⑤　　D．②④⑤

【解析】①$y=-2x$是一次函数；

②$y=\frac{2}{x}$自变量x在分母，故不是一次函数；

③$y=-2x^2$自变量次数不为 1，故不是一次函数；

④$y=2$是常数，故不是一次函数；

⑤$y=2x-1$是一次函数．

所以一次函数是①⑤．

故选：A．

【变式 1-1】（2019 秋•张店区期末）下列函数中y是x的一次函数的是（　　）

A．$y=\frac{1}{x}$　　B．$y=3x+1$　　C．$y=\frac{1}{x^2}$　　D．$y=3x^2+1$

【解析】A、$y=\frac{1}{x}$不是一次函数，是反比例函数，不合题意；

B、$y=3x+1$是一次函数，符合题意；

C、$y=\frac{1}{x^2}$不是一次函数，不合题意；

D、$y=3x^2+1$不是一次函数，是二次函数，不合题意．

故选：B．

【变式 1-2】（2019 春•邵阳县期末）函数$y=(k+1)x+k^2-1$中，当k满足__$k\neq-1$__时，它是一次函数．

【解析】函数 $y=(k+1)x+k^2-1$ 中，当 k 满足 $k\neq -1$ 时，它是一次函数．

故答案为：$k\neq -1$

【变式 1-3】（2019 春•长宁区期末）已知函数 $y=(m-5)x^{m^2-24}+m+1$，若它是一次函数，则 $m=$ __−5__．

【解析】由 $y=(m-5)x^{m^2-24}+m+1$ 一次函数，得 $m^2-24=1$ 且 $m-5\neq 0$，

解得 $m=-5$，故答案为：-5．

【变式 1-4】（2015 秋•镇江月考）已知 $y=(k-1)x^{|k|}+(k^2-4)$ 是一次函数．

（1）求 k 的值；

（2）求 $x=3$ 时，y 的值；

（3）当 $y=0$ 时，x 的值．

【解析】（1）由题意可得：$|k|=1$，$k-1\neq 0$，

解得：$k=-1$；

（2）当 $x=3$ 时，$y=-2x-3=-9$；

（3）当 $y=0$ 时，$0=-2x-3$，

解得：$x=-\frac{3}{2}$．

知识点 2：正比例函数的定义

【例 2】（2019 秋•沂源县期末）若 y 关于 x 的函数 $y=(a-2)x+b$ 是正比例函数，则 a，b 应满足的条件是（　　）

A．$a\neq 2$　　B．$b=0$　　C．$a=2$ 且 $b=0$　　D．$a\neq 2$ 且 $b=0$

【解析】∵ $y=(a-2)x+b$ 是 y 关于 x 的正比例函数，

∴ $b=0$，$a-2\neq 0$，

解得：$b=0$，$a\neq 2$．

故选：D．

【变式 2-1】（2018 秋•普陀区校级月考）下列关系中，成正比例的是（　　）

A．圆的面积与半径

B．矩形的面积一定时，长 a 和宽 b 之间的关系

C．同种商品，购买的数量与金额

D．正方形的面积与边长

【解析】选项 A：圆的面积 $S=\pi r^2$，可知圆的面积与 r^2 成正比例，与 r 不成正比例，故 A 不符合题意；

选项 B：矩形的面积一定，长 a 和宽 b 的乘积一定，故 B 不符合题意；

选项 C：同种商品，金额与购买的数量的比值都等于单价，故成正比例，从而 C 正确；

选项 D：正方形的面积等于边长的平方，由于边长变化时，面积与边长的比也变，故 D 不符合题意.

综上，故选：C.

【变式 2-2】（2019 春•洛宁县期中）若函数 $y=mx^{m^2-3}$ 是正比例函数，且图象在二、四象限，则 $m=$ __–2__.

【解析】∵函数 $y=mx^{m^2-3}$ 是正比例函数，且图象在二、四象限，

$\therefore m^2-3=1$ 且 $m<0$，解得：$m=-2$.

故答案为：-2.

【变式 2-3】（2017 春•道里区期末）若 $y=(m+2)x+m^2-4$ 是关于 x 的正比例函数，则常数 $m=$ __2__.

【解析】∵$y=(m+2)x+m^2-4$ 是关于 x 的正比例函数，

$\therefore m+2\neq 0$，$m^2-4=0$，

解得：$m=2$.

故答案为：2.

【变式 2-4】（2016 秋•利州区校级期中）当 m 为何值时函数 $y=(m+2)x^{m^2-3}$ 是正比例函数.

【解析】根据题意，得：$\begin{cases} m^2-3=1 & ① \\ m+2\neq 0 & ② \end{cases}$，

由①，得：$m=2$ 或 $m=-2$，

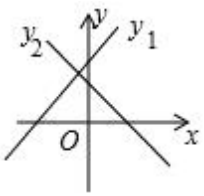
由②，得：$m\neq -2$，

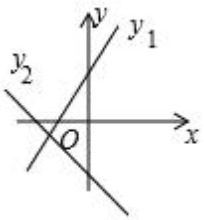
$\therefore m=2$，

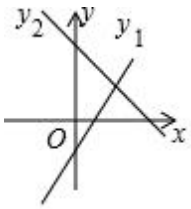
即当 $m=2$ 时函数 $y=(m+2)x^{m^2-3}$ 是正比例函数.

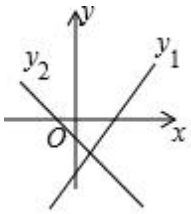
知识点 3：一次函数的图象

【例 3】（2019 秋•南山区期末）两条直线 $y_1=ax-b$ 与 $y_2=bx-a$ 在同一坐标系中的图象可能是图中的（ ）

A．

B．

C．

D．

【解析】根据一次函数的图象与性质分析如下：

A．$y_1=ax-b:a>0$，$b<0$；$y_2=bx-a:a<0$，$b<0$．A 错误；

B．$y_1=ax-b:a>0$，$b<0$；$y_2=bx-a:a>0$，$b<0$．B 正确；

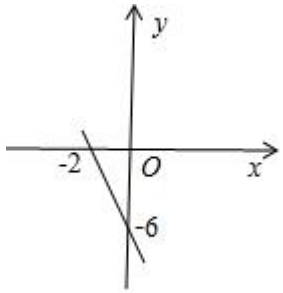
C．$y_1=ax-b:a>0$，$b>0$；$y_2=bx-a:a<0$，$b<0$．C 错误；

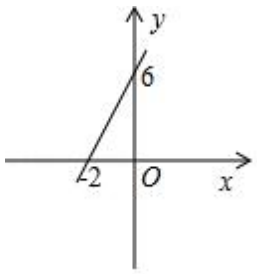
D．$y_1=ax-b:a>0$，$b>0$；$y_2=bx-a:a>0$，$b<0$．D 错误；

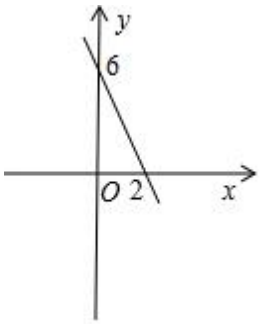
故选：B．

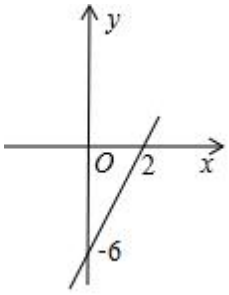
【变式 3-1】（2019 秋•竞秀区期末）如图所示的计算程序中，y 与 x 之间的函数关系所对应的图象应为(　　)



A．

B．

C．

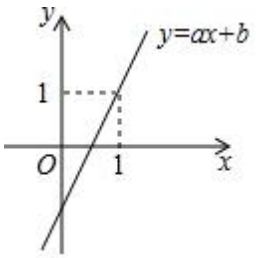
D．

【解析】根据程序框图可得 $y=-x\times(-3)-6=3x-6$，化简，得 $y=3x-6$，

$y=3x-6$ 的图象与 y 轴的交点为 $(0,-6)$，与 x 轴的交点为 $(2,0)$．

故选：D．

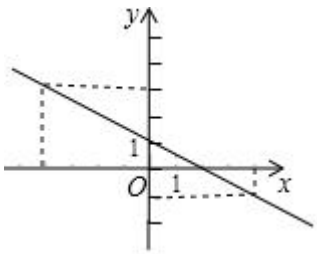
【变式 3-2】（2017 春•惠安县期末）一次函数 $y=ax+b$ 的图象如图所示，则代数式 $a+b$ 的值是__1__



【解析】把把 $x=1$，$y=1$ 代入 $y=ax+b$，可得：$a+b=1$，

故答案为：1

【变式 3-3】（2017 春•项城市期末）一次函数 $y=-\frac{1}{2}x+1$ 的图象如图所示，当 $-1\leqslant y<3$ 时，x 的取值范围是__$-4<x\leqslant 4$__．



【解析】由函数的图象可知，当 $y=3$ 时，$x=-4$；当 $y=-1$ 时，$x=4$，故 x 的取值范围是 $-4<x\leqslant 4$．

故答案为 $-4<x\leqslant 4$．

【变式 3-4】（2012 秋•攸县校级期中）已知函数 $y=-2x+3$．

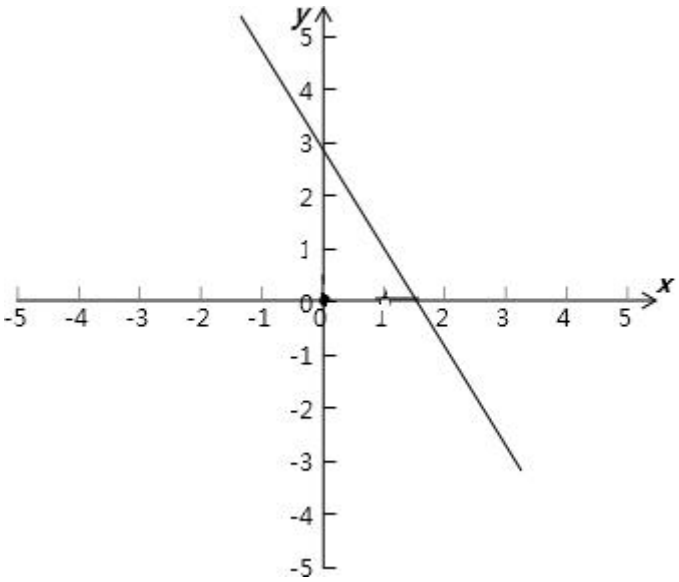
（1）画出这个函数的图象；

（2）写出这个函数的图象与 x 轴，y 轴的交点的坐标；

（3）求此函数的图象与坐标轴围成的三角形的面积．

【解析】（1）如图：

（2）函数 $y=-2x+3$ 与坐标轴的两个交点的坐标 $(0,3)$，$(\frac{3}{2}$，$0)$



（3）此函数的图象与坐标轴围成的三角形的面积 $=\frac{1}{2}\times 3\times\frac{3}{2}=\frac{9}{4}$．

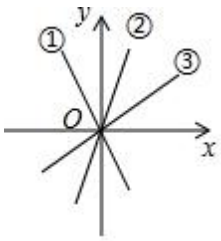
知识点 4：正比例函数的图象

【例 4】（2019 秋•成都期末）如图，三个正比例函数的图象分别对应表达式：将 a，b，c 从小到大排列为(　　)

①$y=ax$

②$y=bx$

③$y=cx$



A．$a<b<c$　　B．$a<c<b$　　C．$b<a<c$　　D．$c<b<a$

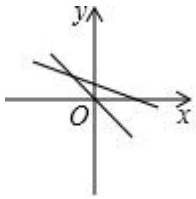
【解析】根据三个函数图象所在象限可得 $a<0$，$b>0$，$c>0$，

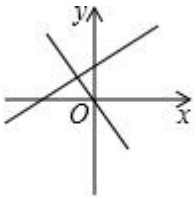
再根据直线越陡，$|k|$ 越大，则 $b>c$．

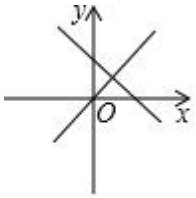
则 $a<c<b$，

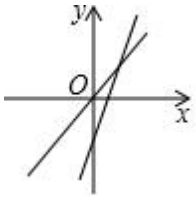
故选：B．

【变式 4-1】（2019 秋•姜堰区期末）下列图象中，可以表示一次函数 $y=kx+b$ 与正比例函数 $y=kbx(k$，b 为常数，且 $kb\neq 0)$ 的图象的是(　　)

A．

B．

C．

D．

【解析】根据一次函数的图象分析可得：

A、由一次函数 $y=kx+b$ 图象可知 $k<0$，$b>0$，$kb<0$；正比例函数 $y=kbx$ 的图象可知 $kb<0$，故此选项正确；

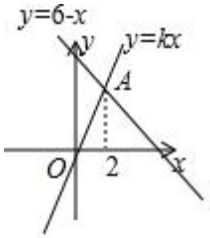
B、由一次函数 $y=kx+b$ 图象可知 $k>0$，$b>0$；即 $kb>0$，与正比例函数 $y=kbx$ 的图象可知 $kb<0$，矛盾，故此选项错误；

C、由一次函数 $y=kx+b$ 图象可知 $k<0$，$b>0$；即 $kb<0$，与正比例函数 $y=kbx$ 的图象可知 $kb>0$，矛盾，故此选项错误；

D、由一次函数 $y=kx+b$ 图象可知 $k>0$，$b<0$；即 $kb<0$，与正比例函数 $y=kbx$ 的图象可知 $kb>0$，矛盾，故此选项错误；

故选：A．

【变式 4-2】（2018 春•孝感期末）如图，一次函数 $y=6-x$ 与正比例函数 $y=kx$ 的图象如图所示，则 k 的值为__2__．



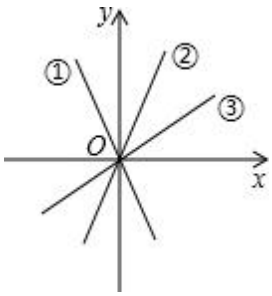
【解析】设 $A(2,m)$．

把 A $(2,m)$ 代入 $y=6-x$ 得：$m=-2+6=4$，

把 A $(2,4)$ 代入 $y=kx$ 得 $4=2k$，解得 $k=2$．

故答案是：2．

【变式 4-3】（2013•茂名）如图，三个正比例函数的图象分别对应表达式：①$y=ax$，②$y=bx$，③$y=cx$，将 a，b，c 从小到大排列并用“<”连接为__$a<c<b$__．



【解析】根据三个函数图象所在象限可得 $a<0$， $b>0$， $c>0$，

再根据直线越陡，$|k|$越大，则 $b>c$.

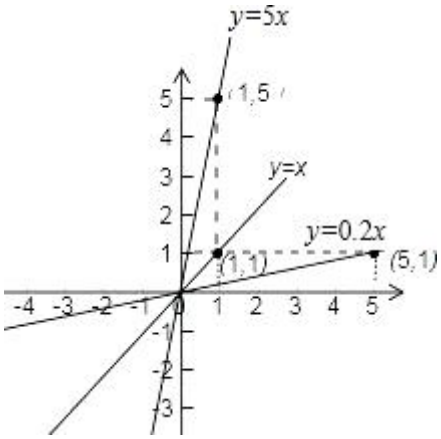
则 $b>c>a$，

故答案为： $a<c<b$.

【变式 4-4】. 在同一直角坐标系中，画出函数 $y=\frac{1}{5}x$， $y=x$， $y=5x$ 的图象，然后比较哪一个与 x 轴正方向所成的锐角最小，由此你得到什么猜想？

【解析】如图所示：

	0	1
$y=\frac{1}{5}x$	0	$\frac{1}{5}$
$y=x$	0	1
$y=5x$	0	5



由以上三个函数的图象可知函数 $y=5x$ 与 x 轴正方向所成的锐角最大，由此可知正比例函数 $y=kx(k>0)$ 中，k 越大图象与 x 轴正方向所成的锐角越大.

知识点 5：一次函数的性质

【例 5】（2019 秋•西湖区期末）若一次函数 $y=ax+b$ 的图象经过第一、二、四象限，则（　　）

A． $a^2+b>0$　　B． $a-b>0$　　C． $a+b^2\ldots 0$　　D． $a+b>0$

【解析】∵一次函数 $y=ax+b$ 的图象经过第一、二、四象限，

$\therefore a<0$，$b>0$，

$a^2+b>0$，故 A 正确，

$a-b<0$，故 B 错误，

$a+b^2>0$，不可能等于 0，故 C 错误，

$a+b$ 不一定大于 0，故 D 错误．

故选：A．

【变式 5-1】（2020•浙江自主招生）对每个 x，y 是 $y_1=2x$，$y_2=x+2$，$y_3=-\frac{3}{2}x+12$ 三个值中的最大值，则当 x 变化时，函数 y 的最小值为(　　)

A．4　　B．6　　C．8　　D．$\frac{48}{7}$

【解析】分别联立 y_1、y_2，y_1、y_3，y_2、y_3，可知 y_1、y_2 的交点 $A(2,4)$；y_1、y_3 的交点 $B(\frac{24}{7}$，$\frac{48}{7})$；y_2、y_3 的交点 $C(4,6)$，

$\therefore$ 当 $x\leqslant 2$ 时，$y_{最小}=9$；

当 $2<x\leqslant\frac{24}{7}$ 时，$y_{最小}=\frac{48}{7}$；

当 $\frac{24}{7}<x\leqslant 4$ 时，$y_{最小}=\frac{48}{7}$；

当 $x>4$ 时，$y_{最小}=8$．

故选：D．

【变式 5-2】（2020•红桥区模拟）若一次函数 $y=x+b(b$ 为常数）的图象经过第一、三、四象限，写出一个符合条件的 b 的值为__-1（满足 $b<0$ 即可）__．

【解析】由题意得，$k=1>0$，$b<0$

故符合条件的函数可以为：$y=x-1$

故答案为：-1（满足 $b<0$ 即可）

【变式 5-3】（2020•浙江自主招生）已知一次函数 $y=kx+3-2k(k\neq 0)$，当 k 变化时，原点到一次函数 $y=kx+3-2k$ 图象的最大距离为__$\sqrt{13}$__．

【解析】当 $x=2$ 时，

$y=2k+3-2k=3$，

$\therefore$ 该直线恒过点 $A(2,3)$，

$\therefore OA=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，

当 OA 垂直于直线 $y=kx+3-2k$ 时，

此时原点到直线 $y=kx+3-2k$ 的距离最大，

故答案为：$\sqrt{13}$

【变式 5-4】（2020•浙江自主招生）已知 $x+y+z=1$，且 $0\leqslant x\leqslant 1$，$0\leqslant y\leqslant 1$，$2y+z\geqslant\frac{3}{2}$，求 $M=2x+5y+4z$ 的最大值和最小值．

【解析】$\because 0\leqslant x\leqslant 1$，$0\leqslant y\leqslant 1$，$2y+z\geqslant\frac{3}{2}$，

$\therefore 0\leqslant x$，y，$z\leqslant 1$，

$\because x+y+z=1$，

$\therefore y=1-x-z$，

设 $M=5-(3x+z)$，

$\because 3x+z\geqslant 0$，

$\therefore$ 当 $3x+z=0$ 时，M 取最大值 5；

$\because 2y+z\geqslant\frac{3}{2}$，

$\therefore y\geqslant\frac{3}{4}-\frac{z}{2}$，

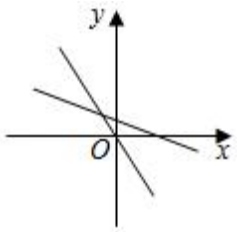
$\therefore M\geqslant\frac{15}{4}+(2x+\frac{3}{2}z)$，

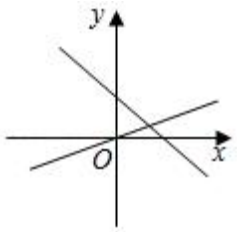
$\because 2x+\frac{3}{2}z\geqslant 0$，

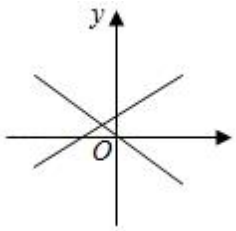
$\therefore$ 当 $2x+\frac{3}{2}z=0$，M 取最小值 $\frac{15}{4}$．

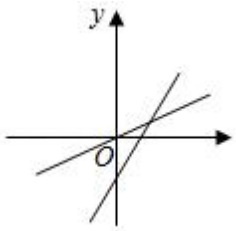
知识点 6：正比例函数的性质

【例 6】（2019 秋•青羊区期末）一次函数 $y=mx+n$ 与正比例函数 $y=mnx(m$、n 为常数，且 $m\neq 0)$，它们在同一坐标系中的大致图象是（　　）

A．

B．

C．

D．

【解析】A、由一次函数的图象可知，$m<0$，$n>0$，故$mn<0$；由正比例函数的图象可知$mn<0$，两结论一致，故本选项正确；

B、由一次函数的图象可知，$m<0$，$n>0$，故$mn<0$；由正比例函数的图象可知$mn>0$，两结论不一致，故本选项不正确；

C、由一次函数的图象可知，$m>0$，$n>0$，故$mn>0$；由正比例函数的图象可知$mn<0$，两结论不一致，故本选项不正确；

D、由一次函数的图象可知，$m>0$，$n<0$，故$mn<0$；由正比例函数的图象可知$mn>0$，两结论不一致，故本选项不正确．

故选：A．

【变式 6-1】（2019 秋•天桥区期末）关于正比例函数$y=-3x$，下列结论正确的是(　　)

A．图象不经过原点　　B．y随x的增大而增大

C．图象经过第二、四象限　　D．当$x=\frac{1}{3}$时，$y=1$

【解析】A．　图象经过原点，错误；

B．y随x的增大而减小，错误；

C、图象经过第二、四象限，正确；

D．　当$x=\frac{1}{3}$时，$y=-1$，错误；

故选：C．

【变式 6-2】（2019•惠山区二模）当$-1\leqslant x\leqslant 3$时，不等式$mx+4>0$始终成立，则m的取值范围是$-\frac{4}{3}<m<4$＿＿．

【解析】令$y=mx$，由不等式$mx+4>0$得到$y>-4$，即在$-1\leqslant x\leqslant 3$内，$y>-4$恒成立．

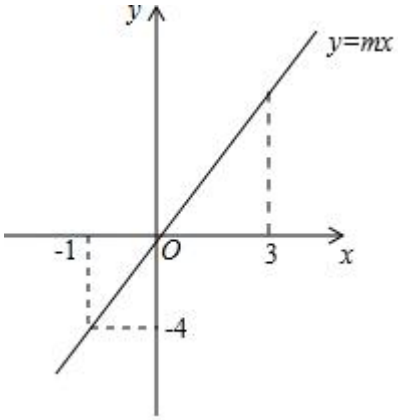
①当$m>0$时，把$(-1,-4)$代入$y=mx$，得$-4=-m$，此时$m=4$，则$0<m<4$．

②当$m<0$时，把$(3,-4)$代入$y=mx$，得$-4=3m$，此时$m=-\frac{4}{3}$，则$-\frac{4}{3}<m<0$．

③当$m=0$时，得到：$4>0$，不等式$mx+4>0$始终成立．

综上所述，m 的取值范围是 $-\frac{4}{3}<m<4$.

故答案是：$-\frac{4}{3}<m<4$.



【变式 6-3】（2019•奉贤区二模）如果正比例函数 $y=(k-3)x$ 的图象经过第一、三象限，那么 k 的取值范围是__$k>3$__.

【解析】因为正比例函数 $y=(k-3)x$ 的图象经过第一、三象限，

所以 $k-3>0$，

解得：$k>3$，

故答案为：$k>3$.

【变式 6-4】已知正比例函数 $y=(2m+4)x$. 求：

（1）m 为何值时，函数图象经过一、三象限；

（2）m 为何值时，y 随 x 的增大而减小；

（3）m 为何值时，点 $(1,3)$ 在该函数图象上.

【解析】（1）∵ 函数图象经过一、三象，

$\therefore 2m+4>0$，解得 $m>-2$；

（2）∵ y 随 x 的增大而减小，

$\therefore 2m+4<0$，解得 $m<-2$；

（3）∵ 点 $(1,3)$ 在该函数图象上，

$\therefore 2m+4=3$，解得 $m=-\frac{1}{2}$.

知识点 7：一次函数图象上点的坐标特征

【例 7】（2020•陕西一模）如果点 $A(m,n)$ 、$B(m+1,n+2)$ 均在一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象上，那么 k 的值为(　　)

A．2　　B．1　　C．-1　　D．-2

【解析】∵点 $A(m,n)$、$B(m+1,n+2)$ 均在一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象上，

$\therefore \begin{cases} mk+b=n \\ (m+1)k+b=n+2 \end{cases}$，

解得：$k=2$．

故选：A．

【变式 7-1】关于一次函数 $y=-3x+1$，下列说法正确的是（　　）

A．图象过点 $(-1,3)$　　B．y 随 x 的增大而增大

C．图象经过第一、二、三象限　　D．与 y 轴的交点坐标为 $(0,1)$

【解析】A、当 $x=-1$，$y=-3x+1=-3\times(-1)+1=4$，则点 $(-1,3)$ 不在函数 $y=-3x+1$ 图象上，所以 A 选项错误；

B、由于 $k=-3<0$，则 y 随 x 增大而减小，所以 B 选项错误；

C、由于 $k=-3<0$，则函数 $y=-3x+1$ 的图象必过第二、四象限，$b=1>0$，图象与 y 轴的交点在 x 的上方，则图象还过第一象限，所以 C 选项错误．

D、与 y 轴的交点坐标为 $(0,1)$，所以 D 选项正确；

故选：D．

【变式 7-2】（2019 秋•东台市期末）点 (m,n) 在直线 $y=3x-2$ 上，则代数式 $2n-6m+1$ 的值是__-3__．

【解析】∵点 (m,n) 在函数 $y=3x-2$ 的图象上，

$\therefore n=3m-2$，

$\therefore 2n-6m+1=2(3m-2)-6m+1=-3$，

故答案为：-3．

【变式 7-3】（2019 秋•海陵区校级月考）已知点 $(-1,y_1)$，$(2,y_2)$ 都在直线 $y=-3x+m$ 上，则 y_1 与 y_2 大小关系是__$y_1>y_2$__．

【解析】∵直线 $y=-3x+m$ 中 $-3<0$，

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小，

∵点 $(-1,y_1)$，$(2,y_2)$ 都在直线 $y=-3x+m$ 上，$-1<2$，

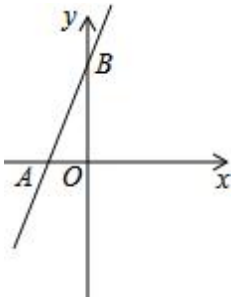
$\therefore y_1>y_2$，

故答案为：$y_1>y_2$．

【变式 7-4】（2019 秋•东台市期末）如图，直线 $y=2x+3$ 与 x 轴相交于点 A，与 y 轴相交于点 B．

（1）求 ΔAOB 的面积；

（2）过 B 点作直线 BP 与 x 轴相交于 P，ΔABP 的面积是 $\frac{9}{2}$，求点 P 的坐标．



【解析】（1）由 $x=0$ 得：$y=3$，即：$B(0,3)$．

由 $y=0$ 得：$2x+3=0$，解得：$x=-\frac{3}{2}$，即：$A(-\frac{3}{2},\ 0)$，

$\therefore OA=\frac{3}{2}$，$OB=3$，

$\therefore \Delta AOB$ 的面积：$\frac{1}{2}\times 3\times\frac{3}{2}=\frac{9}{4}$；

（2）由 $B(0,3)$、$A(-\frac{3}{2},\ 0)$ 得：$OB=3$，$OA=\frac{3}{2}$，

$\because S_{\Delta ABP}=\frac{1}{2}AP\cdot OB=\frac{9}{2}$，

$\therefore \frac{3}{2}AP=\frac{9}{2}$，

解得：$AP=3$．

$\therefore P$ 点坐标为 $(1.5,0)$ 或 $(-4.5,0)$．