2019-2020 学年八年级数学下册同步必刷题闯关练（人教版）

第十九章《一次函数》

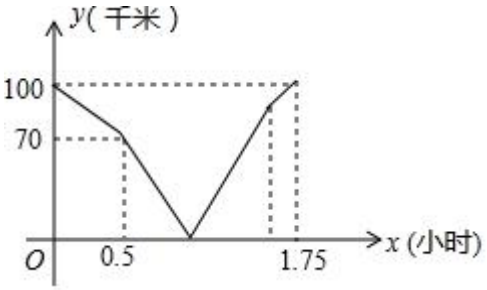
章节复习巩固



必刷提高题

一．选择题

1.（2017•丽水）在同一条道路上，甲车从 A 地到 B 地，乙车从 B 地到 A 地，乙先出发，图中的折线段表示甲、乙两车之间的距离 y（千米）与行驶时间 x（小时）的函数关系的图象，下列说法错误的是（　　）



A．乙先出发的时间为 0.5 小时

B．甲的速度是 80 千米 / 小时

C．甲出发 0.5 小时后两车相遇

D．甲到 B 地比乙到 A 地早 $\frac{1}{12}$ 小时

【解析】 A、由图象横坐标可得，乙先出发的时间为 0.5 小时，正确，不合题意；

B、∵乙先出发，0.5 小时，两车相距 $(100-70)km$，∴乙车的速度为：$60km/h$，

故乙行驶全程所用时间为：$\frac{100}{60}=1\frac{2}{3}$（小时），

由最后时间为 1.75 小时，可得乙先到到达 A 地，

故甲车整个过程所用时间为：$1.75-0.5=1.25$（小时），

故甲车的速度为：$\frac{100}{1.25}=80(km/h)$，

故 B 选项正确，不合题意；

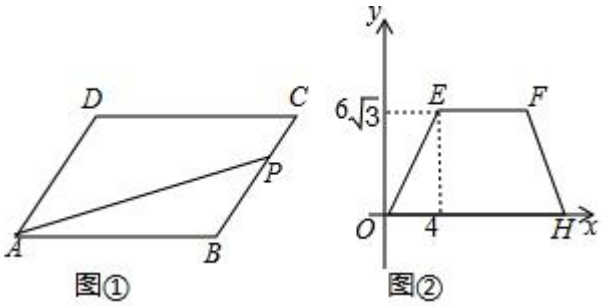
C、由以上所求可得，甲出发 0.5 小时后行驶距离为：$40km$，乙车行驶的距离为：$60km$，$40+60=100$，

故两车相遇，故 C 选项正确，不合题意；

D、由以上所求可得，乙到 A 地比甲到 B 地早：$1.75-1\frac{2}{3}=\frac{1}{12}$（小时），故此选项错误，符合题意．

故选：D．

2．（2019•方城县一模）如图①，在 $\square ABCD$ 中，$\angle B=120°$，动点 P 从点 B 出发，沿 $B\to C\to D\to A$ 运动至点 A 停止，如图②是点 P 运动时，ΔPAB 的面积 $y(cm^2)$ 随点 P 运动的路程 $x(cm)$ 变化的关系图象，则图②中 H 点的横坐标为(　　)



A．12　　B．14　　C．16　　D．$8\sqrt{3}$

【解析】图②显示，当 $BC=4$ 时，$y=6\sqrt{3}$，

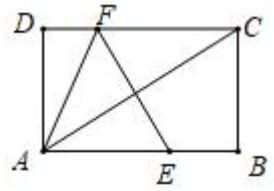
即 $y=\frac{1}{2}\times AB\times BC\sin 60°=\frac{1}{2}\times AB\times 4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$，

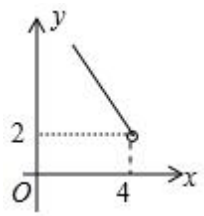
解得：$AB=6$，

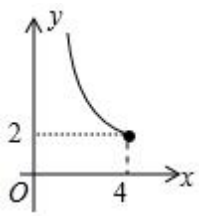
点 H 的横坐标为：$BC+CD+AD=4+4+6=14$，

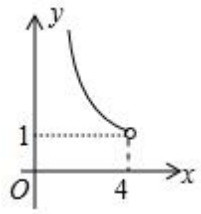
故选：B．

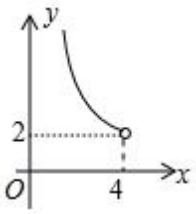
3．（2019•庐江县一模）如图，EF 垂直平分矩形 $ABCD$ 的对角线 AC，与 AB、CD 分别交于点 E、F，连接 AF．已知 $AC=4$，设 $AB=x$，$AF=y$，则 y 关于 x 的函数关系用图象大致可以表示为(　　)



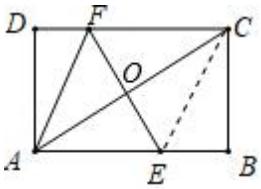
A．

B．

C．

D．

【解析】



由 $AB < AC = 4$ 可知， B 错误；

由 EF 垂直平分矩形 $ABCD$ 的对角线 AC ，得 $FA = FC$ ，连接 EC ，则 $EC = EA$ ，

易证 $\Delta CFO \cong \Delta AEO(ASA)$

$\therefore AE = CF = AF = CE = y$ ， $BE = AB - AE = x - y$ ，

$\because$ 在直角三角形 AEO 中， $AE > AO = \dfrac{AC}{2} = 2$ ，

$\therefore y > 2$ ，排除 C ；

在直角三角形 ABC 和直角三角形 ECB 中，

由勾股定理可得： $AC^2 - AB^2 = EC^2 - BE^2$ ，

$16 - x^2 = y^2 - (x - y)^2$ ，

化简得： $xy = 8$ ，

$\therefore y = \dfrac{8}{x}$ ，故 y 为关于 x 的反比例函数，排除 A ；

综上， D 正确．故选： D ．

4.（2020 春•桥东区校级月考）下列函数关系式：① $y = -2x$ ；② $y = \dfrac{2}{x}$ ；③ $y = -2x^2$ ；④ $y = 2$ ；⑤ $y = 2x - 1$ ．其中是一次函数的是（　　）

A．①⑤　　B．①④⑤　　C．②⑤　　D．②④⑤

【解析】① $y = -2x$ 是一次函数；

② $y = \dfrac{2}{x}$ 自变量 x 在分母，故不是一次函数；

③ $y = -2x^2$ 自变量次数不为 1，故不是一次函数；

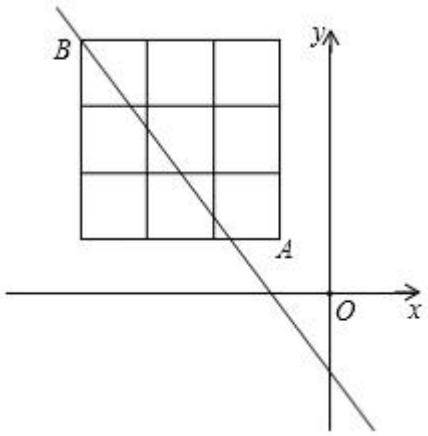
④ $y = 2$ 是常数，故不是一次函数；

⑤ $y=2x-1$ 是一次函数.

所以一次函数是①⑤.

故选： A .

5.（2019 秋•济南期末）如图，在平面直角坐标系中有一个 3×3 的正方形网格，其右下角格点（小正方形的顶点） A 的坐标为 $(-1,1)$ ，左上角格点 B 的坐标为 $(-4,4)$ ，若分布在过定点 $(-1,0)$ 的直线 $y=-k(x+1)$ 两侧的格点数相同，则 k 的取值可以是（　　）



A． $\frac{5}{2}$　　B． $\frac{7}{4}$　　C．2　　D． $\frac{3}{2}$

【解析】∵ 直线 $y=-k(x+1)$ 过定点 $(-1,0)$ ，分布在直线 $y=-k(x+1)$ 两侧的格点数相同，

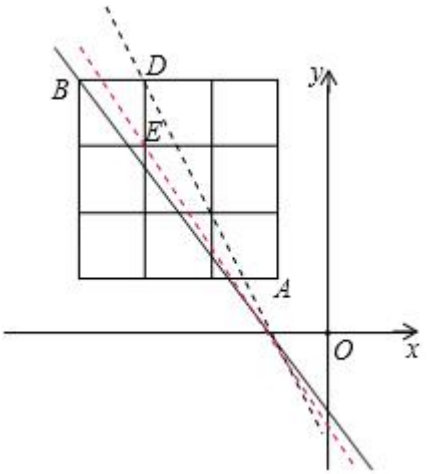
由正方形的对称性可知，直线 $y=-k(x+1)$ 两侧的格点数相同，

∴ 在直线 CD 和直线 CE 之间，两侧格点相同，（如图）

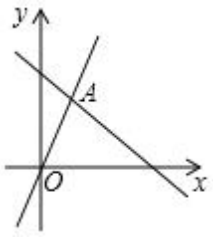
∵ $E(-3,3)$ ， $D(-3,4)$ ，

∴ $-2<-k<-\frac{3}{2}$ ，则 $\frac{3}{2}<k<2$.

故选： B .



6.（2019 秋•罗湖区校级期末）如图，函数 $y=ax+4$ 和 $y=2x$ 的图象相交于点 $A(m,3)$，则不等式 $ax+4>2x$ 的解集为（　　）



A．$x<\frac{3}{2}$　　B．$x<3$　　C．$x>\frac{3}{2}$　　D．$x>3$

【解析】∵函数 $y=2x$ 过点 $A(m,3)$，

$\therefore 2m=3$，

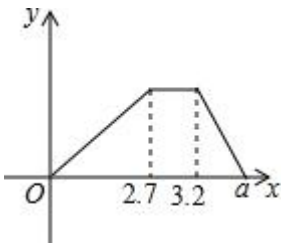
解得：$m=\frac{3}{2}$，

$\therefore A(\frac{3}{2},\ 3)$，

∴不等式 $ax+4>2x$ 的解集为 $x<\frac{3}{2}$．

故选：A．

7.（2019 秋•宿豫区期末）一辆货车从甲地匀速驶往乙地用了 $2.7h$，到达后用了 $0.5h$ 卸货，随即匀速返回，已知货车返回的速度是它从甲地驶往乙地速度的 1.5 倍，货车离甲地的距离 $y(km)$ 关于时间 $x(h)$ 的函数图象如图所示，则 a 等于（　　）



A．4.7　　B．5.0　　C．5.4　　D．5.8

【解析】设甲乙两地的路程为 s，从甲地到乙地的速度为 v，从乙地到甲地的时间为 t，

则 $\begin{cases}2.7v=s\\1.5vt=s\end{cases}$

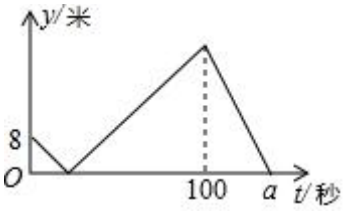
解得，$t=1.8$

$\therefore a=3.2+1.8=5$（小时），

故选：B．

8.（2020 春•沙坪坝区校级月考）甲、乙两人在直线跑道上同起点、同终点、同方向匀速跑步 500 米，先到

终点的人原地休息. 已知甲先出发 2 秒. 在跑步过程中，甲、乙两人之间的距离 y（米）与乙出发的时间 t（秒）之间的关系如图所示，给出以下结论中错误的是(　　)



A．乙的速度为 5 米 / 秒

B．乙出发 8 秒钟将甲追上

C．当乙到终点时，甲距离终点还有 96 米

D．a 对应的值为 123

【解析】由图象可得，

乙的速度为：$500\div100=5$（米 / 秒），故选项 A 正确；

甲的速度为：$8\div2=4$（米 / 秒），

设乙出发 x 秒将追上甲，

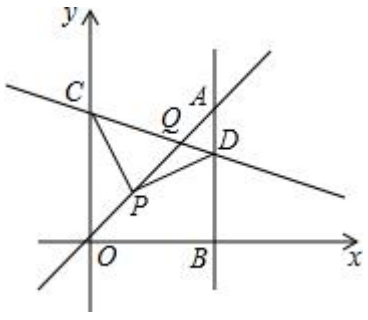
$5x=8+4x$，得 $x=8$，故选项 B 正确；

当乙到终点时，甲距离终点还有：$500-(100+2)\times4=92$（米），故选项 C 错误；

$a=500\div4-2=125-2=123$，故选项 D 正确；

故选：C .

9.（2014 春•鄂州期末）如图，平面直角坐标系中，已知直线 $y=x$ 上一点 $P(1,1)$，C 为 y 轴上一点，连接 PC，线段 PC 绕点 P 顺时针旋转 $90°$ 至线段 PD，过点 D 作直线 $AB\perp x$ 轴，垂足为 B，直线 AB 与直线 $y=x$ 交于点 A，且 $BD=2AD$，连接 CD，直线 CD 与直线 $y=x$ 交于点 Q，则点 Q 的坐标为(　　)



A．$(\frac{5}{2},\frac{5}{2})$　　B．$(3,3)$　　C．$(\frac{7}{4},\frac{7}{4})$　　D．$(\frac{9}{4},\frac{9}{4})$

【解析】过 P 作 $MN\perp y$ 轴，交 y 轴于 M，交 AB 于 N，过 D 作 $DH\perp y$ 轴，交 y 轴于 H，

$\angle CMP=\angle DNP=\angle CPD=90°$，

$\therefore \angle MCP+\angle CPM=90°$，$\angle MPC+\angle DPN=90°$，

$\therefore \angle MCP=\angle DPN$，

$\because P(1,1)$，

$\therefore OM=BN=1$，$PM=1$，

在 ΔMCP 和 ΔNPD 中，

$$\begin{cases}\angle CMP=\angle DNP\\ \angle MCP=\angle DPN\\ PC=PD\end{cases}$$

$\therefore \Delta MCP\cong\Delta NPD(AAS)$，

$\therefore DN=PM$，$PN=CM$，

$\because BD=2AD$，

$\therefore$ 设 $AD=a$，$BD=2a$，

$\because P(1,1)$，

$\therefore BN=2a-1$，

则 $2a-1=1$，

$a=1$，即 $BD=2$．

$\because$ 直线 $y=x$，

$\therefore AB=OB=3$，

在 RtΔDNP 中，由勾股定理得：$PC=PD=\sqrt{(3-1)^2+(2-1)^2}=\sqrt{5}$，

在 RtΔMCP 中，由勾股定理得：$CM=\sqrt{(\sqrt{5})^2-1^2}=2$，

则 C 的坐标是 $(0,3)$，

设直线 CD 的解析式是 $y=kx+3$，

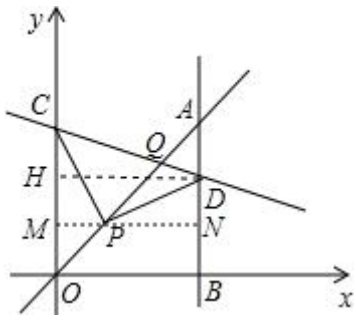
把 $D(3,2)$ 代入得：$k=-\frac{1}{3}$，

即直线 CD 的解析式是 $y=-\frac{1}{3}x+3$，

即方程组 $\begin{cases}y=-\frac{1}{3}x+3\\ y=x\end{cases}$ 得：$\begin{cases}x=\frac{9}{4}\\ y=\frac{9}{4}\end{cases}$，

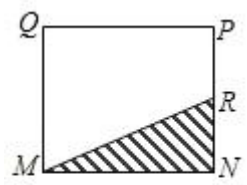
即 Q 的坐标是 $(\frac{9}{4},\frac{9}{4})$．

故选：D．

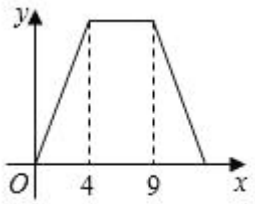


二．填空题

10．（2018•吉州区模拟）如图①，在矩形$MNPQ$中，动点R从点N出发，沿$N\to P\to Q\to M$方向运动至点M处停止，设点R运动的路程为x，ΔMNR的面积为y，如果y关于x的函数图象如图②所示，则矩形$MNPQ$的面积是__20__．



图①



图②

【解析】由图象可知，$x=4$时，点R到达P，$x=9$时，点R到Q点，则$PN=4$，$QP=5$

∴矩形$MNPQ$的面积是20．

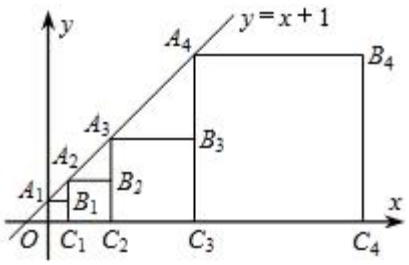
11．（2020春•桥东区校级月考）在平面直角坐标系中，画一次函数$y=-3x+3$的图象时，通常过点__$(1,0)$__和画一条直线．

【解析】画一次函数$y=-3x+3$的图象时，通常过点$(1,0)$和$(0,3)$画一条直线，

故答案为$(1,0)$，$(0,3)$

12．（2018春•建昌县期末）如图，直线$y=x+1$与y轴交于点A_1，以OA_1为边a在y轴右侧作正方形$OA_1B_1C_1$，延长C_1B_1交直线$y=x+1$于点A_2，再以C_1A_2为边在C_1A_2右侧作正方形，…，这些正方形与直线$y=x+1$的交点分别为A_1，A_2，A_3，…，

A_n，则点B_n的坐标为__$(2^n-1,\ 2^{n-1})$__．



【解析】由直线 $y=x+1$ 可知：$A_1(0,1)$，即：$OA_1=A_1B_1=1$，

$\therefore B_1$ 的坐标为：$(1,1)$ 或 $(2^1-1,\ 2^{1-1})$；

那么 A_2 的坐标为：$(1,2)$，即 $A_2C_1=2$，

$\therefore B_2$ 的坐标为：$(1+2,2)$ 即 $(3,2)$ 或 $(2^2-1,\ 2^{2-1})$

那么 A_3 的坐标为：$(3,4)$，即 $A_3C_2=4$，

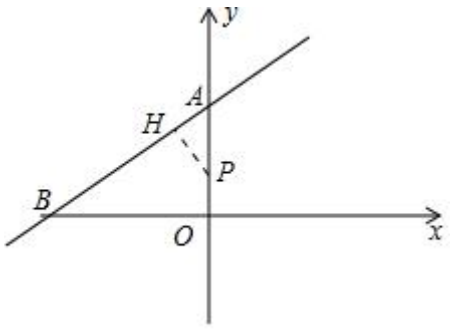
$\therefore B_3$ 的坐标为：$(1+2+4,4)$，即 $(7,4)$ 或 $(2^3-1,\ 2^{3-1})$，

$\cdots$ 依此类推，点 B_n 的坐标应该为 $(2^n-1,\ 2^{n-1})$．

故答案为：$(2^n-1,\ 2^{n-1})$．

13．（2017•海陵区校级三模）在平面直角坐标系中，点 $P(0,2)$ 到直线 $y=\frac{1}{2}x+b$ 的距离为 2，则 $b=$ __$2+\sqrt{5}$ 或 $2-\sqrt{5}$ __．

【解析】如图设直线 $y=\frac{1}{2}x+b$ 交 x 轴于 B，交 y 轴于 A，作 $PH\perp AB$ 于 H．



易知 $B(-2b,0)$，$A(0,b)$，$PA=|b-2|$，

$\therefore OB=2OA$，

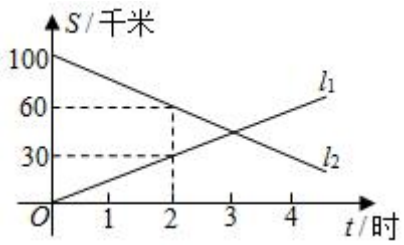
$\because \sin\angle BAO=\frac{OB}{AB}=\frac{PH}{PA}=\frac{2}{\sqrt{5}}$，

$\therefore \frac{2}{|b-2|}=\frac{2}{\sqrt{5}}$，

$\therefore b=2+\sqrt{5}$ 或 $2-\sqrt{5}$，

故答案为 $2+\sqrt{5}$ 或 $2-\sqrt{5}$．

14．（2020•历下区一模）A，B 两地相距 100 千米，甲、乙两人骑车同时分别从 A，B 两地相向而行．假设他们都保持匀速行驶，则他们各自到 A 地的距离 S（千米）都是骑车时间 t（时）的一次函数．如图，直线 l_1、l_2 分别表示甲、乙骑车 S 与 t 之间关系的图象．结合图象提供的信息，经过 __$\frac{20}{7}$__ 小时两人相遇．



【解析】设l_1的关系式为：$s_1=kt$，则$30=k\times2$，解得：$k=15$，故$s_1=15t$；

设$s_2=at+b$，将$(0,100)$，$(2,60)$，

则$\begin{cases}b=100\\2a+b=60\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}a=-20\\b=100\end{cases}$，

故l_2的关系式为$s_2=-20t+100$；

$15t=-20t+100$，

$t=\frac{20}{7}$．

即他们经过$\frac{20}{7}$小时两人相遇．

故答案为：$\frac{20}{7}$

15．（2020•闵行区一模）某同学计划购买一双运动鞋，在网站上浏览时发现如表所示的男鞋尺码对照表．

中码CHN	220	225	230	…	250	255	260	…
美码USA	4.5	5	5.5	…	7.5	8	8.5	…

如果美码(y)与中码(x)之间满足一次函数关系，那么y关于x的函数关系式为__$y=0.1x-17.5$__．

【解析】设y关于x的函数关系式为：$y=kx+b$，

由题意可得：$\begin{cases}5=225k+b\\8=255k+b\end{cases}$

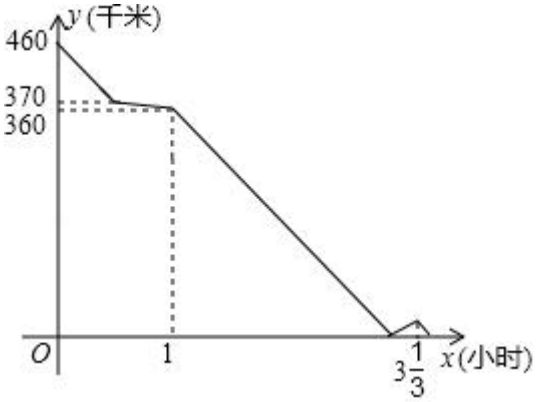
解得：$\begin{cases}k=0.1\\b=-17.5\end{cases}$

$\therefore y$关于x的函数关系式为$y=0.1x-17.5$，

故答案为：$y=0.1x-17.5$．

16．（2019秋•九龙坡区校级月考）乙两人开车分别从A、B两地同时出发到AB之间的C地办事（A、B、C三地在一条直线上）已知甲出发0.5小时时发现忘给乙带重要文件，于是立刻返回A地，拿文件后马上向

C 地赶去（中间拿文件的时间忽略不计）．乙得知情况后决定先见到甲拿到文件再返回 C 地办事．两人分别在 C 地用了 10 分钟办完事后各自回出发地．已知甲、乙的速度始终保持不变，两人之间的距离 y（单位：千米）与甲出发的时间 x（单位：小时）的部分数关系如图所示，则当甲办完事再次返回到 A 地时乙距 B 地 50 千米．



【解析】乙的速度为：$460-360=100$（千米/时），

甲的速度为：$(460-370-100\times0.5)\div0.5=80$（千米/时），

甲从出发到两人相遇所用时间为：$(460-100)\div(80+100)+1=3$（小时），

$\therefore A$、C 两地距离为：$80\times(3-1)+(100-80)\div(3\frac{1}{3}-3)=220$（千米），

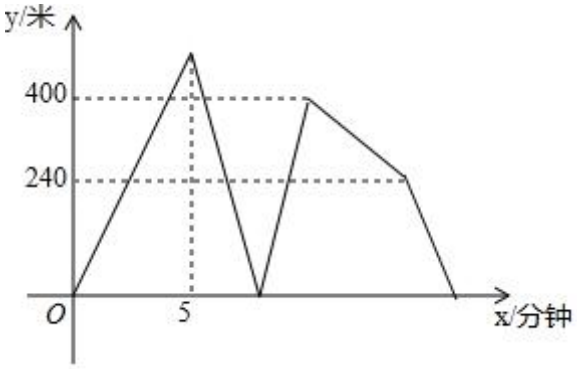
甲从 A 地到 C 地的时间为：$220\div80=2.75$（小时），

甲从出发到返回所需时间为：$1+2.75+\frac{10}{60}=\frac{47}{12}$（小时），

当甲办完事再次返回到 A 地时，乙与 B 地的距离为：$100\times(\frac{47}{12}-3\frac{1}{3}-\frac{10}{60})=50$（米）．

故答案为：50．

17．（2019 秋•渝中区校级月考）一个阳光明媚的上午，小明和小兰相约从鲁能巴蜀中学沿相同的路线去龙头寺公园写生，小明出发 5 分钟后小兰才出发，此时小明发现忘记带颜料，立即按原速原路回学校拿颜料，小明拿到颜料后，以比原速提高 20% 的速度赶去公园，结果还是比小兰晚 2 分钟到公园（小明拿颜料的时间忽略不计）．在整个过程中，小兰保持匀速运动，小明提速前后也分别保持匀速运动，如图所示是小明与小兰之间的距离 y（米）与小明出发的时间 x（分钟）之间的函数图象，则学校到公园的距离为 720 米．



【解析】由图象可得，

小明提速后的速度为：$240\div2=120$（米/分钟），

小兰的速度为：$400\div5=80$（米/分钟），

设学校到公园的距离为S米，

$\frac{S}{120}+5=\frac{S}{80}+2$，

解得，$S=720$，

故答案为：720.

18.（2019秋•海淀区校级月考）如图，在RtΔABC中，$\angle C=90°$，记$x=AC$，$y=BC-AC$，在平面直角坐标系xOy中，定义(x,y)为这个直角三角形的坐标，RtΔABC为点(x,y)对应的直角三角形．有下列结论：

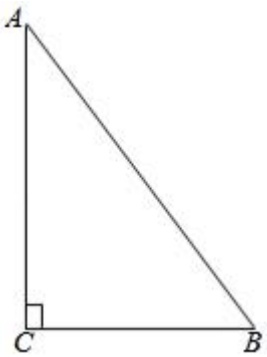
①在x轴正半轴上的任意点(x,y)对应的直角三角形均满足$AB=\sqrt{2}BC$；

②在函数$y=\frac{2019}{x}(x>0)$的图象上存在两点边P，Q，使得它们对应的直角三角形相似；

③对于函$y=(x-2020)^2-1(x>0)$的图象上的任意一点P，都存在该函数图象上的另一点Q，使得这两个点对应的直角三角形相似；

④在函数$y=-2x+2020(x>0)$的图象上存在无数对点P，Q(P与Q不重合)，使得它们对应的直角三角形全等.

所有正确结论的序号是__①③④__.



【解析】①∵在 x 轴正半轴上的任意点 (x,y)，

∴ $y=0$，

∴ $AC=BC$，

∴ $AB=\sqrt{2}BC$；

②设 $P(\{x_1$，$\frac{2019}{x_1})$，$Q(x_2$，$\frac{2019}{x_2})$，

则对应的直角三角形的直角边分别为 x_1，$x_1+\frac{2019}{x_1}$；x_2，$x_2+\frac{2019}{x_2}$，

若两个三角形相似，则有 $\frac{x_1}{x_1+\frac{2019}{x_1}}=\frac{x_2}{x_2+\frac{2019}{x_2}}$，

∴ ${x_2}^2={x_1}^2$，

∵ $x>0$，

∴ $x_1=x_2$，

∴不存在两点边 P，Q，使得它们对应的直角三角形相似；

③设 $P(x_1$，$(x_1-2020)^2-1)$，$Q(x_2$，$(x_2-2020)^2-1)$，

则对应的直角三角形的直角边分别为 $x_1+(x_1-2020)^2-1$，x_1；x_2，$x_2+(x_2-2020)^2-1$，

若两个三角形相似，则有 $\frac{x_1}{(x_1-2020)^2-1}=\frac{x_2}{(x_2-2020)^2-1}$，

∴ $(x_1-x_2)(x_1x_2+1-2020^2)=0$，

∵ $x>0$，

∴ $x_1x_2+1=2020^2$，

∴图象上的任意一点 P，都存在该函数图象上的另一点 Q，使得这两个点对应的直角三角形相似；

④设 $P(x_1$，$-2x_1+2020)$，$Q(x_2$，$-2x_2+2020)$，

则对应的直角三角形的直角边分别为 x_1，$-x_1+2020$；x_2，$-x_2+2020$，

若两个三角形全等，则有 $x_1=-x_2+2020$，$x_2=-x_1+2020$，

∴ $x_2+x_1=2020$，

∵ $x>0$，

∴图象上存在无数对点 P，Q，使得它们对应的直角三角形全等；

故答案为①③④.

三．解答题

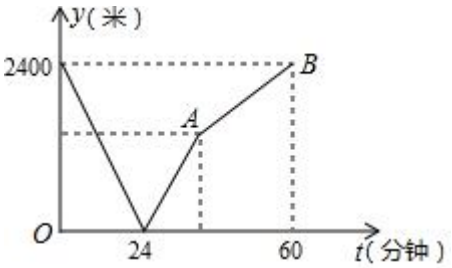
19．（2020•江苏模拟）学校与图书馆在同一条笔直道路上，甲从学校去图书馆，乙从图书馆回学校，甲、乙两人都匀速步行且同时出发，乙先到达目的地．两人之间的距离y（米）与时间t（分钟）之间的函数关系如图所示．

（1）根据图象信息，当$t=$__24__分钟时甲乙两人相遇，甲的速度为____米/分钟，乙的速度为____米/分钟；

（2）图中点A的坐标为____；

（3）求线段AB所直线的函数表达式；

（4）在整个过程中，何时两人相距400米？



【解析】（1）根据图象信息，当$t=24$分钟时甲乙两人相遇，甲的速度为$2400\div60=40$（米/分钟）．

∴甲、乙两人的速度和为$2400\div24=100$米/分钟，

∴乙的速度为$100-40=60$（米/分钟）．

故答案为：24，40，60；

（2）乙从图书馆回学校的时间为$2400\div60=40$（分钟），

$40\times40=1600$，

∴A点的坐标为$(40,1600)$．

故答案为：$(40,1600)$；

（3）设线段AB所表示的函数表达式为$y=kx+b$，

∵$A(40,1600)$，$B(60,2400)$，

∴$\begin{cases}40k+b=1600\\60k+b=2400\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=40\\b=0\end{cases}$，

∴线段 AB 所表示的函数表达式为 $y=40x$；

（4）两种情况：①迎面：$(2400-400)\div100=20$（分钟），

②走过：$(2400+400)\div100=28$（分钟），

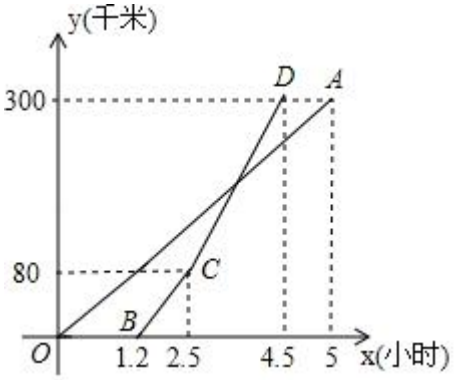
∴在整个过程中，第 20 分钟和 28 分钟时两人相距 400 米.

20.（2019 秋•宿豫区期末）如图，一辆货车和一辆轿车先后从甲地开往乙地，线段 OA 表示货车离开甲地的距离 $y(km)$ 与时间 $x(h)$ 之间的函数关系；折线 BCD 表示轿车离开甲地的距离 $y(km)$ 与时间 $x(h)$ 之间的函数关系．请根据图象解答下列问题：

（1）甲、乙两地相距__300__ km，轿车比货车晚出发____ h；

（2）求线段 CD 所在直线的函数表达式；

（3）货车出发多长时间两车相遇？此时两车距离甲地多远？



【解析】（1）由图象可得：甲、乙两地相距 $300km$，轿车比货车晚出发 1.2 小时；

（2）设线段 CD 所在直线的函数表达式为：$y=kx+b$，

由题意可得：$\begin{cases}300=4.5k+b\\80=2.5k+b\end{cases}$

解得：$\begin{cases}k=110\\b=-195\end{cases}$

∴线段 CD 所在直线的函数表达式为：$y=110x-195$；

（3）设 OA 解析式为：$y=mx$，

由题意可得：$300=5m$，

∴$m=60$，

∴OA 解析式为：$y=60x$，

$\therefore \begin{cases} y = 60x \\ y = 110x - 195 \end{cases}$

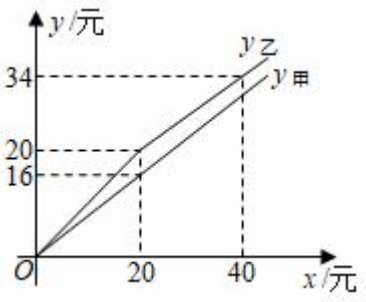
$\therefore \begin{cases} x = 3.9 \\ y = 234 \end{cases}$

答：货车出发 3.9 小时两车相遇，此时两车距离甲地 234 千米．

21．（2020•碑林区校级四模）春季正是新鲜草莓上市的季节，甲、乙两家水果店，平时以同样的价格出售品质相同的草莓，“草莓节”期间，甲、乙两家商店都让利酬宾，顾客的折后付款金额 $y_{甲}$、$y_{乙}$（单位：元）与标价应付款金额 x（单位：元）之间的函数关系如图所示．

（1）求 $y_{甲}$、$y_{乙}$ 关于 x 的函数关系式；

（2）“草莓节”期间，如何选择甲、乙两家水果店购买草莓更省钱？



【解析】（1）设 $y_{甲} = kx$，把 $(20,16)$ 代入，

得 $20k = 16$，解得 $k = 0.8$，

所以 $y_{甲} = 0.8x$；

当 $0 < x < 20$ 时，设 $y_{乙} = ax$，

把 $(20,20)$ 代入，得 $20a = 20$，解得 $a = 1$，

所以 $y_{乙} = x$；

当 $x..20$ 时，设 $y_{乙} = mx + n$，

把 $(20,20)$，$(40,34)$ 代入，得

$\begin{cases} 20m + n = 20 \\ 40m + n = 34 \end{cases}$，

解得 $\begin{cases} m = 0.7 \\ n = 6 \end{cases}$，

所以 $y_{乙}=\begin{cases}x(0<x<20)\\0.7x+6(x\geq 20)\end{cases}$；

（2）当 $0<x<20$ 时，$0.8x<x$，到甲商店购买更省钱；

当 $x\geq 20$ 时，若到甲商店购买更省钱，则 $0.8x<0.7x+6$，解得 $x<60$；

若到乙商店购买更省钱，则 $0.8x>0.7x+6$，解得 $x>60$；

若到甲、乙两商店购买一样省钱，则 $0.8x=0.7x+6$，解得 $x=60$；

故当购买金额按原价小于 60 元时，到甲商店购买更省钱；

当购买金额按原价大于 60 元时，到乙商店购买更省钱；

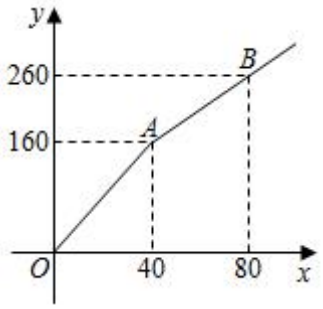
当购买金额按原价等于 60 元时，到甲、乙两商店购买花钱一样．

22．（2019 秋•常州期末）水果店张阿姨以每千克 2 元的价格购进某种水果若干千克，销售一部分后，根据市场行情降价销售，销售额 y（元）与销售量 x（千克）之间的关系如图所示．

（1）情境中的变量有 销售额，销售量 ．

（2）求降价后销售额 y（元）与销售量 x（千克）之间的函数表达式；

（3）当销售量为多少千克时，张阿姨销售此种水果的利润为 150 元？



【解析】（1）答案为：销售额，销售量；

（2）将点 $A(40,160)$、$(80,260)$ 代入一次函数表达式：$y=kx+b$ 并解得：

$y=\frac{5}{2}x+60$；

（3）第一种情况：降价前 $(0<x<40)$，利润为 $4x-2x=2x$，

当 $2x=150$ 时，$x=75>40$（不合题意）

第二种情况：降价后 $(x>40)$，利润为 $\frac{5}{2}x+60-2x=\frac{1}{2}x+60$

当$\frac{1}{2}x+60=150$时，$x=180$．

答：当销售量为180千克时，张阿姨销售此种水果的利润为150元．

23．（2020春•沙坪坝区校级月考）2012年7月1日起，重庆实施阶梯电价，市民家庭每月用电量使用情况不同，按照用电量区间价格缴纳用电费用．其收费标准如下表：阶梯电价分三个档次．设某用户每月用电量为x度，应交电费为y元．

档次	用电量	每度电价格
第一档	不超过200度的部分	0.52元
第二档	超过200度不超过400度的部分	0.57元
第三档	超过400度的部分	0.82元

（1）直接写出y与x的关系式；

（2）小明家今年6、7月份共用电800度，应交电费471元，已知7月份的用电量比6月份的用电量大，求小明家6、7月份各用点多少度？

【解析】（1）当$0\leqslant x\leqslant 200$时，$y=0.52x$；

当$200<x\leqslant 400$时，$y=0.52\times 200+(x-200)\times 0.57=0.57x-10$；

当$x>400$时，$y=0.52\times 200+200\times 0.57+(x-400)=0.82x-110$；

综上所述，$y=\begin{cases}0.52x(x\leqslant 200)\\0.57x-10(200<x\leqslant 400)\\0.82x-110(x>400)\end{cases}$；

（2）设6月份用电量为a，则7月份用电量为$(800-a)$，

因为7月份的用电量比6月份的用电量大，所以$a<800-a$，即$a<400$．

当$0\leqslant x\leqslant 200$时，$800-a>400$，

应交电费为$0.52a+0.82\times(800-a)-110=471$，解得$a=250$，

因为$250>200$，所以不符合题意，舍去．

当$200<x\leqslant 400$时，$800-a>400$，

应交电费为$0.57a-10+0.82\times(800-a)-110=471$，解得$a=260$，

因为$200<260<400$时，所以符合条件，$800-a=800-260=540$（度）．

综上所述，小明家6月份用电量为260度，则7月份用电量为540度．

24．（2020•思明区校级模拟）为迎接：“国家卫生城市”复检，某市环卫局准备购买A，B两种型号的垃圾

箱，通过市场调研得知：购买 3 个 A 型垃圾箱和 2 个 B 型垃圾箱共需 540 元，购买 2 个 A 型垃圾箱比购买 3 个 B 型垃圾箱少用 160 元.

（1）求每个 A 型垃圾箱和 B 型垃圾箱各多少元？

（2）该市现需要购买 A，B 两种型号的垃圾箱共 30 个，其中买 A 型垃圾箱不超过 16 个.

①求购买垃圾箱的总花费 w（元）与 A 型垃圾箱 x（个）之间的函数关系式；

②当买 A 型垃圾箱多少个时总费用最少，最少费用是多少？？

【解析】（1）设每个 A 型垃圾箱 m 元，每个 B 型垃圾箱 n 元，

根据题意得：$\begin{cases}3m+2n=540\\2m+160=3n\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}m=100\\n=120\end{cases}$.

答：每个 A 型垃圾箱 100 元，每个 B 型垃圾箱 120 元.

（2）①设购买 x 个 A 型垃圾箱，则购买 $(30-x)$ 个 B 型垃圾箱，

根据题意得：$w=100x+120(30-x)=-20x+3600(0\leqslant x\leqslant 16$ 且 x 为整数）.

②$\because w=-20x+3600$ 中 $k=-20<0$，

$\therefore w$ 随 x 值增大而减小，

$\therefore$ 当 $x=16$ 时，w 取最小值，最小值 $=-20\times16+3600=3280$.

答：买 16 个 A 型垃圾箱总费用最少，最少费用是 3280 元.

25.（2019 秋•北碚区期末）在实施“城乡危旧房改造工程”中，河西区计划推出 A、B 两种新户型．根据预算，建成 10 套 A 种户型和 30 套 B 种户型住房共需资金 480 万元，建成 30 套 A 种户型和 10 套 B 种户型住房共需资金 400 万元

（1）在危旧房改造中建成一套 A 种户型和一套 B 种户型住房所需资金分别是多少万元？

（2）河西区有 800 套住房需要改造，改造资金由国家危旧房补贴和地方财政共同承担，若国家补贴拨付的改造资金不少于 2100 万元，河西区财政投入额资金不超过 7700 万元，其中国家财政投入到 A、B 两种户型的改造资金分别为每套 2 万元和 3 万元

①请你计算求出 A 种户型至少可以建多少套？最多可以建多少套？

②设这项改造工程总投入资金 W 万元，建成 A 种户型 m 套，写出 W 与 m 的关系式，并求出最少总投入.

【解析】（1）设在危旧房改造中建成一套 A 种户型和一套 B 种户型住房所需资金分别是 x 万元和 y 万元.

由题意 $\begin{cases}10x+30y=480\\30x+10y=400\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}x=9\\y=13\end{cases}$.

$\therefore$ 在危旧房改造中建成一套 A 种户型和一套 B 种户型住房所需资金分别是 9 万元和 13 万元.

（2）①设 A 种户型有 x 套，则 B 种户型有 $(800-x)$ 套.

由题意 $\begin{cases}2x+3(800-x)\geq 2100\\9x+13(800-x)-[2x+3(800-x)]\leq 7700\end{cases}$

解得 $100\leq x\leq 300$，

$\therefore A$ 种户型至少可以建 100 套，最多可以建 300 套.

②$W=9m+13(800-m)=-4m+10400$.

$\because k=-4<0$，$\therefore W$ 随 x 增大而减少，

$\because 100\leq m\leq 300$，$\therefore m=300$ 时，W 最小值 $=9200$ 万元.

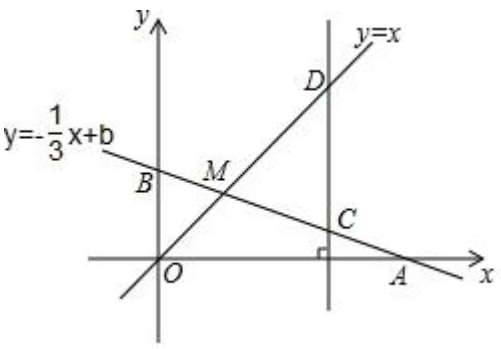
26.（2019 秋•镇江期末）如图，函数 $y=-\frac{1}{3}x+b$ 的图象与 x 轴、y 轴分别交于点 A、B，与函数 $y=x$ 的图象交于点 M，点 M 的横坐标为 3.

（1）求点 A 的坐标；

（2）在 x 轴上有一动点 $P(a,0)$.

①若三角形 ABP 是以 AB 为底边的等腰三角形，求 a 的值；

②过点 P 作 x 轴的垂线，分别交函数 $y=-\frac{1}{3}x+b$ 和 $y=x$ 的图象于点 C、D，若 $DC=2CP$，求 a 的值.



【解析】（1）函数 $y=x$ 的图象交于点 M，点 M 的横坐标为 3，则点 $M(3,3)$，

将点 M 的坐标代入函数 $y=-\frac{1}{3}x+b$ 并解得：$b=4$，

故点 A 的坐标为：$(12,0)$；

（2）①如图 1，连接 PB，ABP 是以 AB 为底边的等腰三角形，

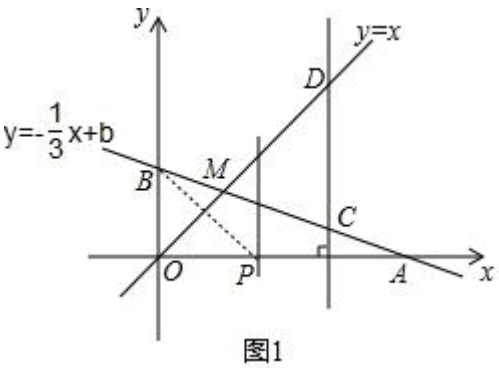


图1

则 BP 是 AB 的中垂线，$OP=a$，则 $AP=12-a=BP$，$OB=4$，

由勾股定理得：$(12-a)^2=16+a^2$，解得：$a=\frac{16}{3}$；

②$P(a,0)$，则点 C、D 的坐标分别为：$(a,-\frac{1}{3}a+4)$、(a,a)；

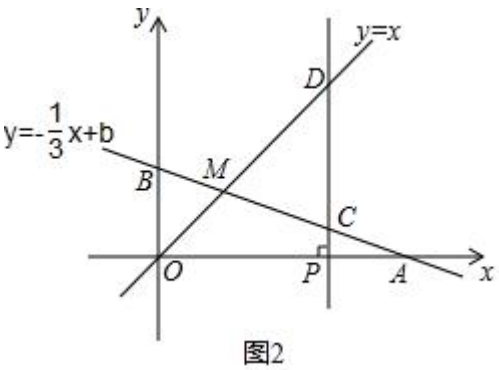


图2

$DC=2CP$，即 $|-\frac{1}{3}a+4-a|=2(-\frac{1}{3}a+4)$，

解得：$a=\pm 6$.

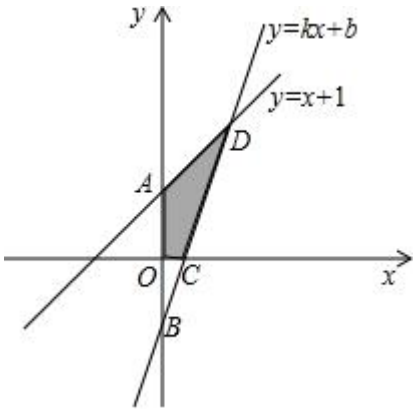
27.（2019 秋•法库县期末）如图，已知函数 $y=x+1$ 的图象与 y 轴交于点 A，一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 $B(0,-1)$，与 x 轴以及 $y=x+1$ 的图象分别交于点 C、D，且点 D 的坐标为 $(1,n)$，

（1）则 $n=$ 2 ，$k=$ _____ ，$b=$ _____；

（2）函数 $y=kx+b$ 的函数值大于函数 $y=x+1$ 的函数值，则 x 的取值范围是_____

（3）求四边形 $AOCD$ 的面积；

（4）在 x 轴上是否存在点 P，使得以点 P，C，D 为顶点的三角形是直角三角形？若存在求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.



【解析】（1）对于直线 $y=x+1$，令 $x=0$，得到 $y=1$，即 $A(0,1)$，

把 $B(0,-1)$ 代入 $y=kx+b$ 中，得：$b=-1$，

把 $D(1,n)$ 代入 $y=x+1$ 得：$n=2$，即 $D(1,2)$，

把 D 坐标代入 $y=kx-1$ 中得：$2=k-1$，即 $k=3$，

故答案为：2，3，-1；

（2）$\because$ 一次函数 $y=x+1$ 与 $y=3x-1$ 交于 $D(1,2)$，

$\therefore$ 由图象得：函数 $y=kx+b$ 的函数值大于函数 $y=x+1$ 的函数值时 x 的取值范围是 $x>1$；

故答案为：$x>1$；

（3）过 D 作 $DE\perp x$ 轴，垂足为 E，如图 1 所示，

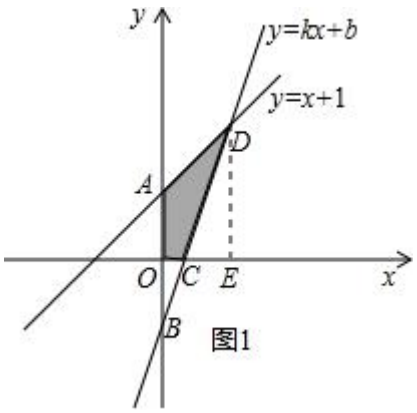


图1

则 $S_{四边形AOCD}=S_{梯形AOED}-S_{\Delta CDE}=\frac{1}{2}(AO+DE)\cdot OE-\frac{1}{2}CE\cdot DE=\frac{1}{2}\times(1+2)\times1-\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times2=\frac{3}{2}-\frac{2}{3}=\frac{5}{6}$；

（4）在 x 轴上存在点 P，使得以点 P，C，D 为顶点的三角形是直角三角形，理由为：

如图 2 所示，分两种情况考虑：

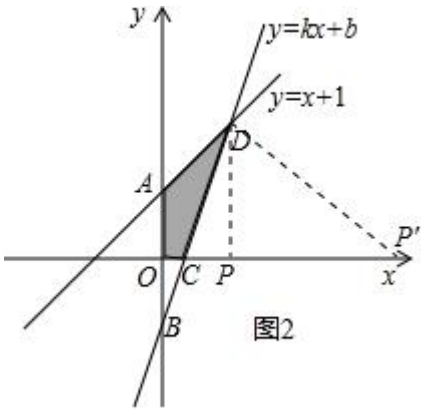


图2

①当 $P'D \perp DC$ 时，可得 $k_{P'D} \cdot k_{DC} = -1$，

∵直线 DC 斜率为 3，

∴直线 $P'D$ 斜率为 $-\frac{1}{3}$，

∵ $D(1,2)$，

∴直线 $P'D$ 解析式为 $y-2=-\frac{1}{3}(x-1)$，

令 $y=0$，得到 $x=7$，即 $P'(7,0)$；

②当 $DP \perp CP$ 时，由 D 横坐标为 1，得到 P 横坐标为 1，

∵ P 在 x 轴上，

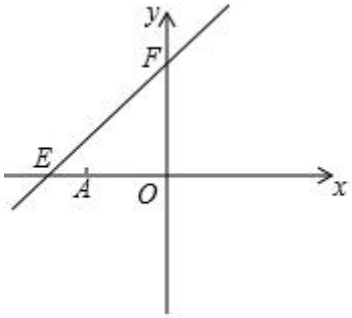
∴ P 的坐标为 $(1,0)$.

28.（2019 秋•瑶海区期末）如图，直线 $y=kx+6$ 与 x 轴、y 轴分别相交于点 E、F，点 E 的坐标为 $(-8,0)$，点 A 的坐标为 $(-6,0)$，点 P 是直线 EF 上的一个动点.

（1）求 k 的值；

（2）点 P 在第二象限内的直线 EF 上的运动过程中，写出 ΔOPA 的面积 S 与 x 的函整表达式，并写出自变量 x 的取值范围；

（3）探究，当点 P 在直线 EF 上运动到时，ΔOPA 的面积可能是 15 吗，若能，请求出点 P 的坐标；若不能，说明理由.



【解析】（1）点 E 的坐标为 $(-8,0)$，且在直线 $y=kx+6$ 上，则 $-8k+6=0$，

解得，$k=\frac{3}{4}$；

（2）∵点 $P(x,y)$ 是第二象限内的直线上的一个动点，

$\therefore y=\frac{3}{4}x+6$，

$\therefore S=\frac{1}{2}\times 6\times(\frac{3}{4}x+6)=\frac{9}{4}x+18(-8<x<0)$；

（3）当点 P 在 x 轴的上方时，由题意得，$\frac{1}{2}\times 6\times(\frac{3}{4}x+6)=15$，

整理，得 $\frac{9}{4}x+18=15$，

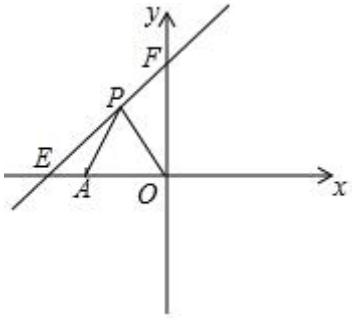
解得，$x=-\frac{4}{3}$，

则 $y=\frac{3}{4}\times(-\frac{4}{3})+6=5$．

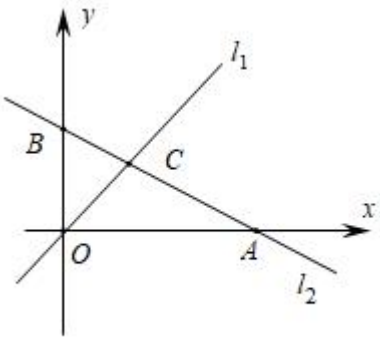
此时点 P 的坐标是 $(-\frac{4}{3},5)$；

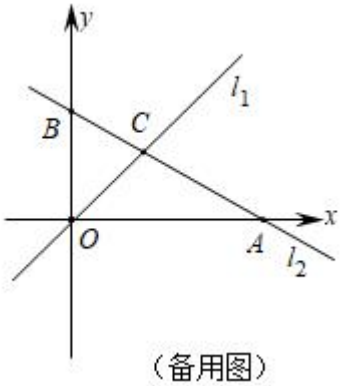
当点 P 在 x 轴的下方时，$y=-5$，此时 $x=-\frac{44}{3}$

综上所述，ΔOPA 的面积是 15 时，点 P 的坐标为 $(-\frac{4}{3},5)$ 或 $(-\frac{44}{3},-5)$．



29．（2019 秋•禅城区期末）如图，在平面直角坐标系中，直线 l_1 的解析式为 $y=x$，直线 l_2 的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+3$，与 x 轴、y 轴分别交于点 A、点 B，直线 l_1 与 l_2 交于点 C．





（备用图）

（1）求点 A 、点 B 、点 C 的坐标，并求出 ΔCOB 的面积；

（2）若直线 l_2 上存在点 P （不与 B 重合），满足 $S_{\Delta COP}=S_{\Delta COB}$ ，请求出点 P 的坐标；

（3）在 y 轴右侧有一动直线平行于 y 轴，分别与 l_1 ， l_2 交于点 M 、 N ，且点 M 在点 N 的下方， y 轴上是否存在点 Q ，使 ΔMNQ 为等腰直角三角形？若存在，请直接写出满足条件的点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由．

【解析】（1）直线 l_2 的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+3$ ，与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、点 B ，则点 A 、 B 的坐标分别为 $(6,0)$ 、 $(0,3)$ ，

联立式 $y=x$ ， $y=-\frac{1}{2}x+3$ 并解得： $x=2$ ，故点 $C(2,2)$ ；

ΔCOB 的面积 $=\frac{1}{2}\times OB\times x_C=\frac{1}{2}\times 3\times 2=3$ ；

（2）设点 $P(m,-\frac{1}{2}m+3)$ ，

$S_{\Delta COP}=S_{\Delta COB}$ ，则 $BC=PC$ ，

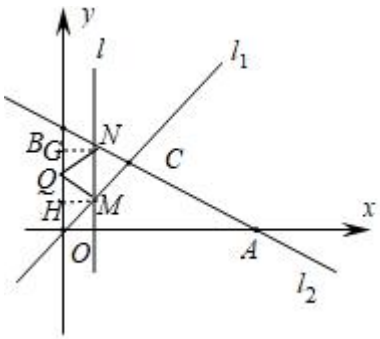
则 $(m-2)^2+(-\frac{1}{2}m+3-2)^2=2^2+1^2=5$ ，

解得： $m=4$ 或 0（舍去 0），

故点 $P(4,1)$ ；

（3）设点 M 、 N 、 Q 的坐标分别为 (m,m) 、 $(m,3-\frac{1}{2}m)$ 、 $(0,n)$ ，

①当 $\angle MQN=90°$ 时，



$\because \angle GNQ+\angle GQN=90°$，$\angle GQN+\angle HQM=90°$，$\therefore \angle MQH=\angle GNQ$，

$\angle NGQ=\angle QHM=90°$，$QM=QN$，

$\therefore \Delta NGQ\cong\Delta QHM\,(AAS)$，

$\therefore GN=QH$，$GQ=HM$，

即：$m=3-\frac{1}{2}m-n$，$n-m=m$，

解得：$m=\frac{6}{7}$，$n=\frac{12}{7}$；

②当 $\angle QNM=90°$ 时，

则 $MN=QN$，即：$3-\frac{1}{2}m-m=m$，解得：$m=\frac{6}{5}$，

$n=y_N=3-\frac{1}{2}\times\frac{6}{5}=\frac{12}{5}$；

③当 $\angle NMQ=90°$ 时，

同理可得：$n=\frac{6}{5}$；

综上，点 Q 的坐标为 $(0,\frac{12}{7})$ 或 $(0,\frac{12}{5})$ 或 $(0,\frac{6}{5})$．