2019-2020 学年八年级数学下册同步必刷题闯关练（人教版）

第十八章《平行四边形》

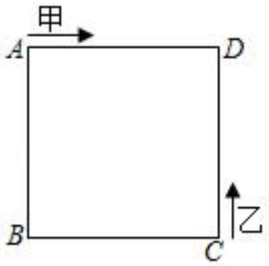
章节复习巩固



必刷基础题

一．选择题

1.（2020•浙江自主招生）如图所示，甲、乙两动点分别从正方形 $ABCD$ 的顶点 A，C 同时沿正方形的边开始移动，甲点依顺时针方向环行，乙点依逆时针方向环行，若乙的速度是甲的速度的 4 倍，则它们第 2009 次相遇在边(　　)



A．AB 上　　B．BC 上　　C．CD 上　　D．DA 上

【解析】∵乙的速度是甲的速度的 4 倍，

∴第 1 次相遇，甲走了正方形周长的 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{10}$；从第 2 次相遇起，每次甲走了正方形周长的 $\frac{1}{5}$，

∴从第 2 次相遇起，5 次一个循环．

∵ $(2009-1)\div 5=401\ldots\ldots 3$，

∴ $\frac{1}{10}+\frac{1}{5}\times 3=\frac{7}{10}=\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$，

∴它们第 2009 次相遇在边 BC 上．

故选：B．

2.（2020 春•德城区校级月考）体育课上，老师测量投掷铅球的成绩依据是(　　)

A．平行线间的距离相等　　B．两点之间，线段最短

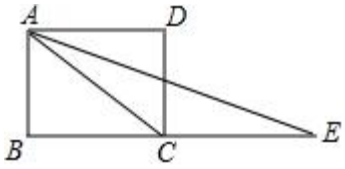
C．垂线段最短　　D．两点确定一条直线

【解析】老师测量投掷铅球的成绩，需要从掷铅球的圆心测量到铅球落地点的距离，故依据是：两点之间，

线段最短.

故选：B.

3.（2020•锦江区校级模拟）如图，延长矩形$ABCD$的边BC至点E，使$CE=CA$，连接AE，如果$\angle ACB=38°$，则$\angle E$的值是(　　)



A．18°　　B．19°　　C．20°　　D．40°

【解析】$\because CE=CA$，

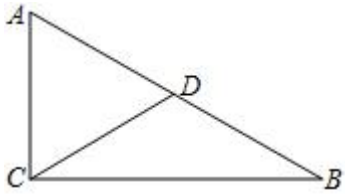
$\therefore \angle E=\angle CAE$，

$\because \angle ACB=\angle E+\angle CAE=2\angle E$，

$\therefore \angle E=19°$

故选：B.

4.（2020春•南岗区校级月考）如图，ΔABC中，$\angle ACB=90°$，$AD=DB$，$CD=4$，则AB等于(　　)



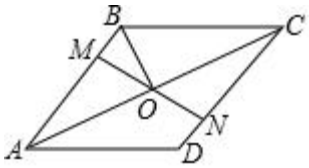
A．8　　B．6　　C．4　　D．2

【解析】$\because \angle ACB=90°$，$AD=BD$，

$\therefore AB=2CD=2\times 4=8$.

故选：A.

5.（2020春•德城区校级月考）如图，在菱形$ABCD$中，M，N分别在AB，CD上，且$AM=CN$，MN与AC交于点O，连接BO．若$\angle DAC=33°$，则$\angle OBC$的度数为(　　)



A．33°　　B．57°　　C．59°　　D．66°

【解析】$\because$四边形$ABCD$是菱形，

$\therefore AB//CD$，$AB=BC$，

$\therefore \angle MAO = \angle NCO$，$\angle AMO = \angle CNO$，

在 ΔAMO 和 ΔCNO 中，

$$\because \begin{cases} \angle MAO = \angle NCO \\ AM = CN \\ \angle AMO = CNO \end{cases}$$，

$\therefore \Delta AMO \cong \Delta CNO(ASA)$，

$\therefore AO = CO$，

$\because AB = BC$，

$\therefore BO \perp AC$，

$\therefore \angle BOC = 90°$，

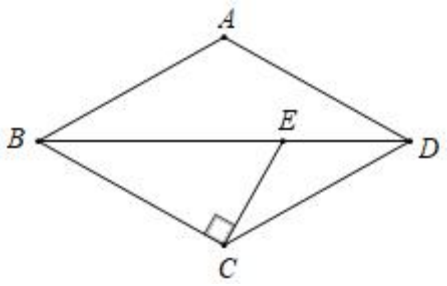
$\because \angle DAC = 33°$，

$\therefore \angle BCA = \angle DAC = 33°$，

$\therefore \angle OBC = 90° - 33° = 57°$，

故选：B．

6．（2020•九龙坡区校级模拟）如图，菱形 $ABCD$ 中，过顶点 C 作 $CE \perp BC$ 交对角线 BD 于 E 点，已知 $\angle A = 134°$，则 $\angle BEC$ 的大小为（　　）



A．$23°$　　B．$28°$　　C．$62°$　　D．$67°$

【解析】$\because$ 菱形 $ABCD$，$\angle A = 134°$，

$\therefore \angle ABC = 180° - 134° = 46°$，

$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 46° = 23°$，

$\because CE \perp BC$，

$\therefore \angle BEC = 90° - 23° = 67°$，

故选：D．

7．（2020 春•德城区校级月考）检查一个门框（已知两组对边分别相等）是不是矩形，不可用的方法是（　　）

A．测量两条对角线是否相等

B．用重锤线检查竖门框是否与地面垂直

C．测量两条对角线是否互相平分

D．测量门框的三个角是否都是直角

【解析】∵门框两组对边分别相等，

∴门框是个平行四边形，

∵对角线相等的平行四边形是矩形，

故 A 不符合题意；

∵竖门框与地面垂直，门框一定是矩形；

故 B 不符合题意，

∵对角线互相平分的四边形是平行四边形，

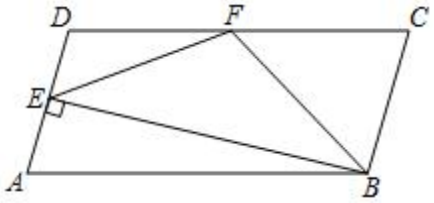
∴ C 符合题意，

∵三个角都是直角的四边形是矩形，

故 D 不符合题意；

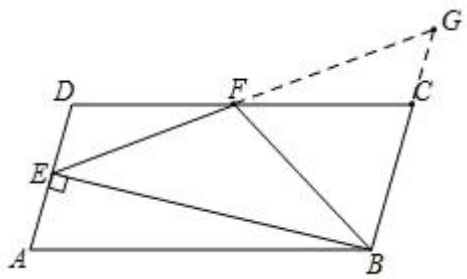
故选： C .

8.（2020 春•沙坪坝区校级月考）如图，在 $\square ABCD$ 中， $CD=2AD$ ， $BE\perp AD$ 于点 E ， F 为 DC 的中点，连结 EF 、 BF ，若 $\angle FBE=40°$ ，则 $\angle DFE=$（　　）



A． 35°　　B． 40°　　C． 50°　　D． 30°

【解析】如图，延长 EF 、 BC 交于点 G .



∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AD//BC$ ， $AD=BC$ ，

$\therefore \angle CGF = \angle DEF$，

$\because F$ 为 DC 中点，

$\therefore DF = CF = \frac{1}{2}CD$，

在 ΔEDF 和 ΔGCF 中：

$$\begin{cases} \angle DEF = \angle CGF \\ \angle EFD = \angle GFC \\ DF = CF \end{cases}$$

$\therefore \Delta EDF \cong \Delta GCF(AAS)$，

$\therefore EF = GF$，

$\because BE \perp AD$，

$\therefore BE \perp BG$，

$\therefore \angle EBG = 90°$，

$\therefore BF = EF = GF$，

$\therefore \angle FEB = \angle FBE = 40°$，

$\therefore \angle BFG = \angle FEB + \angle FBE = 80°$，

$\therefore \angle FBG = \angle FGB = 50°$，

$\because CD = 2AD$，

$\therefore CF = BC$，

$\therefore \angle CFB = \angle FBG = 50°$，

$\therefore \angle CFG = \angle BFG - \angle CFB = 30°$，

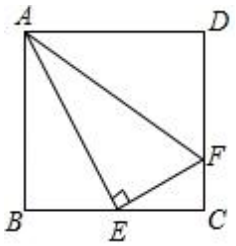
$\therefore \angle DFE = \angle CFG = 30°$．

故选：D．

9.（2019 秋•建邺区期末）如图，在正方形 $ABCD$ 中，E 是 BC 的中点，F 是 CD 上一点，$AE \perp EF$．有下列结论：

①$\angle BAE = 30°$；②射线 FE 是 $\angle AFC$ 的角平分线；③$CF = \frac{1}{3}CD$；④$AF = AB + CF$．

其中正确结论的个数为(　　)



A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【解析】∵在正方形 $ABCD$ 中，E 是 BC 的中点，

$\therefore AB=BC$，$BE=\frac{1}{2}AB$，

$\therefore \tan A=\frac{BE}{AB}=\frac{1}{2}$，

$\because \tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore \angle BAE\neq 30°$，故①错误；

$\because \angle B=\angle C=90°$，$AE\perp EF$，

$\therefore \angle BAE+\angle BEA=90°$，$\angle BEA+\angle CEF=90°$，

$\therefore \angle BAE=\angle CEF$，

$\therefore \Delta ABE\backsim\Delta ECF$，

$\because AB=2BE=2CE$，

$\therefore EC=2CF$，

设 $CF=a$，则 $EC=BE=2a$，$AB=4a$，

$\therefore AE=2\sqrt{5}a$，$EF=\sqrt{5}a$，$\tan\angle CFE=2$，

$\therefore \tan\angle AFE=\frac{AE}{EF}=2$，

$\therefore \angle AFE=\angle CFE$，

即射线 FE 是 $\angle AFC$ 的角平分线，故②正确；

$\because BC=CD$，$BC=2CE=4CF$，

$\therefore CF=\frac{1}{4}CD$，故③错误；

作 $EG\perp AF$ 于点 G，

$\because FE$ 平分 $\angle AFC$，$\angle C=90°$，

$\therefore EG=EC$，

$\therefore EG=EB$，

$\because \angle B=\angle AGE=90°$，

在 RtΔABE 和 RtΔAGE 中

$\begin{cases} AE=AE \\ EB=EG \end{cases}$

$\therefore$ RtΔABE ≅ RtΔAGE(HL)

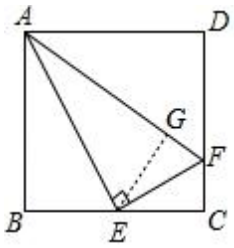
$\therefore AB=AG$，

又$\because CF=GF$， $AF=AG+GF$，

$\therefore AF=AB+CF$， 故④正确，

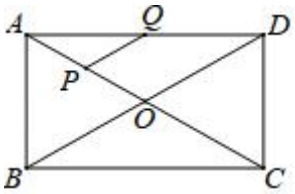
由上可得，②④正确，正确的个数为 2，

故选： B .



二．填空题

10.（2019 秋•南江县期末）如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交点 O， $AC=8$， P 、 Q 分别为 AO 、 AD 的中点，则 PQ 的长度为__2__.



【解析】$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AC=BD=8$， $BO=DO=\frac{1}{2}BD$，

$\therefore OD=\frac{1}{2}BD=4$，

$\because$ 点 P 、 Q 是 AO， AD 的中点，

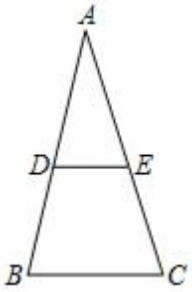
$\therefore PQ$ 是 ΔAOD 的中位线，

$\therefore PQ=\frac{1}{2}DO=2$.

故答案为：2.

11.（2019•大安市模拟）如图所示， D， E 分别是 ΔABC 的边 AB， AC 的中点，若 $DE=4$，则 $BC=$

8 __.

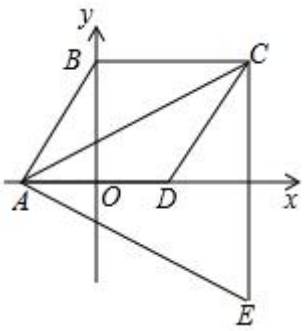


【解析】∵ D， E 分别是 ΔABC 的边 AB， AC 的中点，

∴ $BC = 2DE = 8$，

故答案为：8.

12.（2019 春•西湖区校级月考）如图，ΔACE 是以平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 为边的等边三角形，点 C 与点 E 关于 x 轴对称．若 E 点的坐标是 $(4,-2\sqrt{3})$，则 D 点的坐标是__$(2,0)$__，平行四边形 $ABCD$ 的面积为____.



【解析】如图所示：∵ ΔACE 是等边三角形，点 C 与点 E 关于 x 轴对称，

∴ AF 垂直平分 CE， AF 平分 $\angle CAE$，

∴ $\angle CFD = 90° = \angle BOA$， $CF = BO$，

∵ E 点的坐标是 $(4,-2\sqrt{3})$，

∴ $OF = 4$， $CF = 2\sqrt{3}$，

在 $\mathrm{Rt}\Delta AFC$ 中， $\angle CAF = 30°$，

∴ $AC = \dfrac{CF}{\sin\angle CAF} = 4\sqrt{3}$，

∴ $AF = \sqrt{AC^2 - CF^2} = 6$

∴ $AO = AF - OF = 2$，

∵ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$\therefore AB = DC$，

在 $\mathrm{Rt}\Delta CDF$ 和 $\mathrm{Rt}\Delta BAO$ 中，$\begin{cases} DC = AB \\ CF = BO \end{cases}$，

$\therefore \mathrm{Rt}\Delta CDF \cong \mathrm{Rt}\Delta BAO(\mathrm{HL})$，

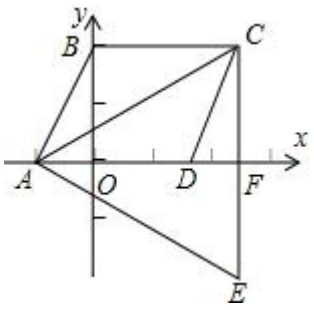
$\therefore DF = AO = 2$，

$\therefore OD = OF - DF = 4 - 2 = 2$，

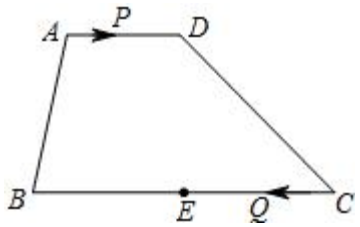
$\therefore D$ 点坐标为 $(2,0)$；

平行四边形 $ABCD$ 的面积为 $4 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$，

故答案为 $(2,0)$，$8\sqrt{3}$．



13．（2019 秋•莱芜区期末）如图，四边形 $ABCD$ 中，$AD//BC$，$AD=3$，$BC=8$，E 是 BC 的中点，点 P 以每秒 1 个单位长度的速度从 A 点出发，沿 AD 向点 D 运动；点 Q 同时以每秒 2 个单位长度的速度从点 C 出发，沿 CB 向点 B 运动，点 P 停止运动时，点 Q 也随之停止运动．当运动时间 $t=$ __1 或 $\frac{7}{3}$ __秒时，以点 P，Q，E，D 为顶点的四边形是平行四边形．



【解析】由已知梯形，

当 Q 运动到 E 和 B 之间，设运动时间为 t，则得：

$2t - \frac{8}{2} = 3 - t$，

解得：$t = \frac{7}{3}$，

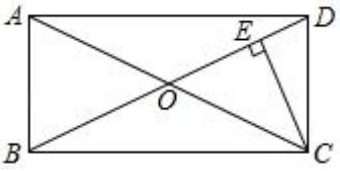
当 Q 运动到 E 和 C 之间，设运动时间为 t，则得：$\frac{8}{2} - 2t = 3 - t$，

解得：$t=1$，

故当运动时间t为1或$\frac{7}{3}$秒时，以点P，Q，E，D为顶点的四边形是平行四边形．

故答案为：1或$\frac{7}{3}$．

14．（2019秋•市中区期末）如图，在矩形$ABCD$中对角线AC与BD相交于点O，$CE\perp BD$，垂足为点E，$CE=5$，且$EO=2DE$，则AD的长为__$5\sqrt{6}$__．



【解析】∵四边形$ABCD$是矩形，

$\therefore\angle ADC=90°$，$BD=AC$，$OD=\frac{1}{2}BD$，$OC=\frac{1}{2}AC$，

$\therefore OC=OD$，

∵$EO=2DE$，

$\therefore$设$DE=x$，$OE=2x$，

$\therefore OD=OC=3x$，$AC=6x$，

∵$CE\perp BD$，

$\therefore\angle DEC=\angle OEC=90°$，

在RtΔOCE中，

∵$OE^2+CE^2=OC^2$，

$\therefore(2x)^2+5^2=(3x)^2$，

∵$x>0$，

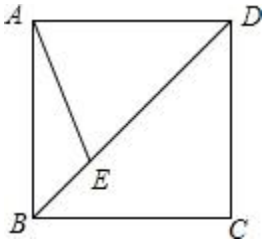
$\therefore DE=\sqrt{5}$，$AC=6\sqrt{5}$，

$\therefore CD=\sqrt{DE^2+CE^2}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+5^2}=\sqrt{30}$，

$\therefore AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=\sqrt{(6\sqrt{5})^2-(\sqrt{30})^2}=5\sqrt{6}$，

故答案为：$5\sqrt{6}$．

15．（2019秋•南关区校级期末）如图，正方形$ABCD$的边长为2，点E在对角线BD上，且$\angle BAE=22.5°$，则BE的长为__$2\sqrt{2}-2$__．



【解析】在正方形 $ABCD$ 中，$\angle ABD=\angle ADB=45°$，

$\because \angle BAE=22.5°$，

$\therefore \angle DAE=90°-\angle BAE=90°-22.5°=67.5°$，

在 ΔADE 中，$\angle AED=180°-45°-67.5°=67.5°$，

$\therefore \angle DAE=\angle AED$，

$\therefore AD=DE=4$，

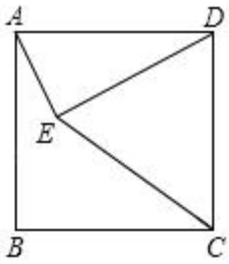
$\because$ 正方形的边长为 2，

$\therefore BD=2\sqrt{2}$，

$\therefore BE=BD-DE=2\sqrt{2}-2$，

故答案为 $2\sqrt{2}-2$.

16.（2019 秋•安丘市期末）如图，在正方形 $ABCD$ 的内侧，作等边 ΔDCE，则 $\angle BAE$ 的度数是__15__°.



【解析】$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle BAD=\angle ADC=90°$，$AD=DC$，

$\because \Delta DCE$ 是等边三角形，

$\therefore DE=DC$，$\angle CDE=60°$，

$\therefore \angle ADE=90°-60°=30°$，$AD=DE$，

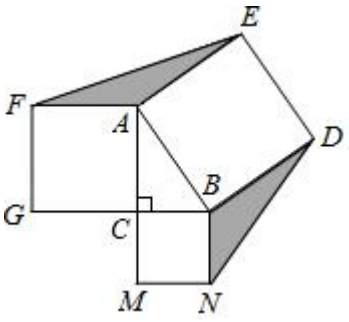
$\therefore \angle DAE=\angle DEA=\frac{1}{2}(180°-30°)=75°$，

$\therefore \angle BAE=90°-\angle DAE=15°$；

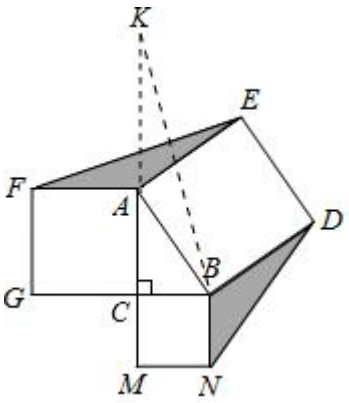
故答案为：15.

17.（2019 秋•青白江区期末）如图，ΔABC 中，$\angle ACB=90°$，$AC=8$，$BC=6$，分别以 ΔABC 的边 AB、

BC 、 CA 为一边向 ΔABC 外作正方形 $ABDE$ 、 $BCMN$ 、 $CAFG$ ，连接 EF 、 ND ，则图中阴影部分的面积之和等于__48__.



【解析】如图将 ΔFAE 绕点 A 顺时针旋转 $90°$ 得到 ΔKAB .



$\because \angle FAC = \angle EAB = 90°$,

$\therefore \angle FAE + \angle CAB = 180°$,

$\because \angle FAE = \angle KAB$,

$\therefore \angle KAB + \angle CAB = 180°$,

$\therefore C$ 、 A 、 K 共线，

$\because AF = AK = AC$,

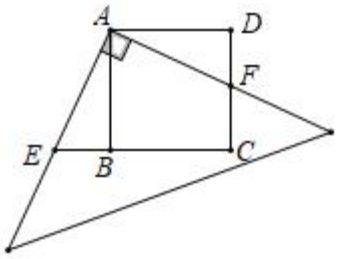
$\therefore S_{\Delta ABK} = S_{\Delta ABC} = S_{\Delta AFE}$,

同理可证 $S_{\Delta BDN} = S_{\Delta ABC}$,

$\therefore S_{\Delta AEF} + S_{\Delta BDN} = 2 \cdot S_{\Delta ABC} = 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 48$,

故答案为：48.

18.（2019 秋•鹿邑县期末）如图，小志同学将边长为 3 的正方形塑料模板 $ABCD$ 与一块足够大的直角三角板叠放在一起，其中直角三角板的直角顶点落在点 A 处，两条直角边分别与 CD 交于点 F ，与 CB 延长线交于点 E ，则四边形 $AECF$ 的面积是__9__.



【解析】∵四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore \angle D=\angle ABC=90°$，$AD=AB$，

$\therefore \angle ABE=\angle D=90°$，

$\because \angle EAF=90°$，

$\therefore \angle DAF+\angle BAF=90°$，$\angle BAE+\angle BAF=90°$，

$\therefore \angle DAF=\angle BAE$，

在 ΔAEB 和 ΔAFD 中，

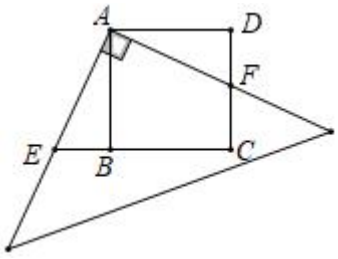
$$\begin{cases}\angle EAB=\angle DAF\\ AD=AB\\ \angle ABE=\angle D\end{cases}$$，

$\therefore \Delta AEB\cong\Delta AFD(ASA)$，

$\therefore S_{\Delta AEB}+S_{四边形ABCF}=S_{\Delta AFD}+S_{四边形ABCF}$，

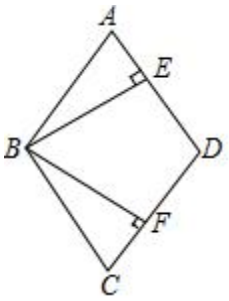
$\therefore$ 四边形 $AECF$ 的面积 = 正方形 $ABCD$ 的面积 $=9$．

故答案为：9．



三．解答题

19．（2019 秋•历城区期末）如图，在菱形 $ABCD$ 中，过点 B 作 $BE\perp AD$ 于 E，过点 B 作 $BF\perp CD$ 于 F，求证：$AE=CF$．



【解析】证明：∵菱形 $ABCD$，

$\therefore BA=BC$，$\angle A=\angle C$，

∵ $BE\perp AD$，$BF\perp CD$，

$\therefore \angle BEA=\angle BFC=90°$，

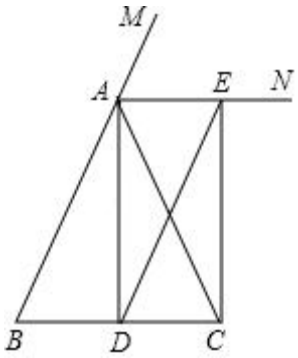
在 ΔABE 与 ΔCBF 中

$$\begin{cases}\angle BEA=\angle BFC\\ \angle A=\angle C\\ BA=BC\end{cases},$$

$\therefore \Delta ABE\cong\Delta CBF(AAS)$，

$\therefore AE=CF$．

20.（2020•镇江模拟）已知：如图，在 ΔABC 中，$AB=AC$，AD 是 ΔABC 的中线，AN 为 ΔABC 的外角 $\angle CAM$ 的平分线，$CE//AD$，交 AN 于点 E．求证：四边形 $ADCE$ 是矩形．



【解析】证明：∵在 ΔABC 中，$AB=AC$，AD 是 BC 边的中线，

$\therefore AD\perp BC$，$\angle BAD=\angle CAD$，

$\therefore \angle ADC=90°$，

∵ AN 为 ΔABC 的外角 $\angle CAM$ 的平分线，

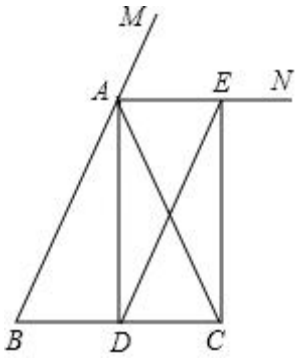
$\therefore \angle MAN=\angle CAN$，

$\therefore \angle DAE=90°$，

∵ $CE//AD$，

$\therefore \angle AEC = 90°$，

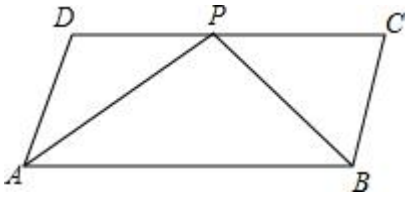
$\therefore$ 四边形 $ADCE$ 为矩形．



21．（2019 春•西湖区校级月考）如图，平行四边形 $ABCD$ 中，AP，BP 分别平分 $\angle DAB$ 和 $\angle CBA$，交于 DC 边上点 P，$AD = 5$．

（1）求线段 AB 的长．

（2）若 $BP = 6$；求 ΔABP 的周长．



【解析】（1）$\because AP$ 平分 $\angle DAB$，

$\therefore \angle DAP = \angle PAB$，

$\because AB // CD$，

$\therefore \angle PAB = \angle DPA$

$\therefore \angle DAP = \angle DPA$

$\therefore \Delta ADP$ 是等腰三角形，

$\therefore AD = DP = 5$，

同理：$PC = CB = 5$，

即 $AB = DC = DP + PC = 10$，

（2）$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD // CB$，$AB // CD$，

$\therefore \angle DAB + \angle CBA = 180°$，

又 $\because AP$ 和 BP 分别平分 $\angle DAB$ 和 $\angle CBA$，

$\therefore \angle PAB+\angle PBA=\frac{1}{2}(\angle DAB+\angle CBA)=90°$，

在 ΔAPB 中，$\angle APB=180°-(\angle PAB+\angle PBA)=90°$；

在 $\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{APB}$ 中，$AB=10$，$BP=6$，

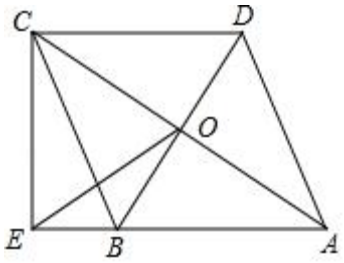
$\therefore AP=\sqrt{10^2-6^2}=8$，

$\therefore \Delta APB$ 的周长 $=6+8+10=24$；

22.（2019 秋•兰州期末）如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC、BD 交于点 O，$AB//DC$，$AB=BC$，BD 平分 $\angle ABC$，过点 C 作 $CE\perp AB$ 交 AB 的延长线于点 E，连接 OE．

（1）求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

（2）若 $AB=2\sqrt{5}$，$BD=4$，求 OE 的长．



【解析】（1）$\because AB//CD$，

$\therefore \angle ABD=\angle CDB$，

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$，

$\therefore \angle ABD=\angle CBD$

$\therefore \angle CDB=\angle CBD$，

$\therefore BC=CD$，且 $AB=BC$

$\therefore CD=AB$，且 $AB//CD$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，且 $AB=BC$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形；

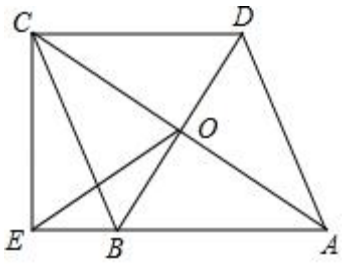
（2）$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore OA=OC$，$BD\perp AC$，$BO=DO=2$

$\because AO=\sqrt{AB^2-OB^2}=\sqrt{20-4}=4$

$\because CE\perp AB$，$AO=CO$

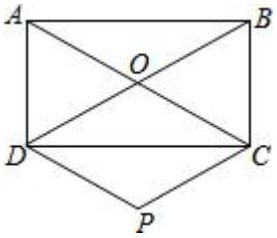
$\therefore EO = AO = CO = 4$



23.（2019 秋•建平县期末）已知，如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O，过点 C 作 BD 的平行线，过点 D 作 AC 的平行线，两线交于点 P．

①求证：四边形 $CODP$ 是菱形．

②若 $AD = 6$，$AC = 10$，求四边形 $CODP$ 的面积．



【解析】证明：①$\because DP//AC$，$CP//BD$

$\therefore$ 四边形 $CODP$ 是平行四边形，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore BD = AC$，$OD = \frac{1}{2}BD$，$OC = \frac{1}{2}AC$，

$\therefore OD = OC$，

$\therefore$ 四边形 $CODP$ 是菱形．

②$\because AD = 6$，$AC = 10$

$\therefore DC = \sqrt{AC^2 - AD^2} = 8$

$\because AO = CO$

$\therefore S_{\Delta COD} = \frac{1}{2}S_{\Delta ADC} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times AD \times CD = 12$

$\because$ 四边形 $CODP$ 是菱形，

$\therefore S_{\Delta COD} = \frac{1}{2}S_{菱形CODP} = 12$，

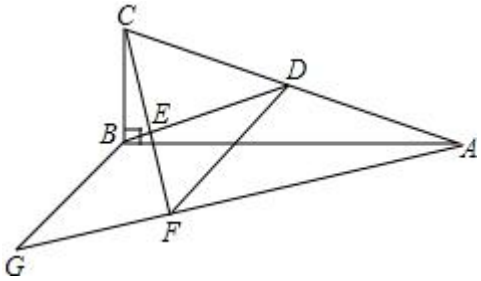
$\therefore S_{菱形CODP} = 24$

24.（2019 秋•端州区期末）如图，在 ΔABC 中，$\angle ABC = 90°$，BD 为 AC 的中线，过点 C 作 $CE \perp BD$ 于点 E，

过点 A 作 BD 的平行线，交 CE 的延长线于点 F，在 AF 的延长线上截取 $FG=BD$，连接 BG、DA.

（1）求证：四边形 $BDFG$ 为菱形；

（2）若 $AG=13$，$CF=6$，求四边形 $BDFG$ 的周长.



【解析】（1）证明：$\because AG//BD$，$BD=FG$，

$\therefore$ 四边形 $BGFD$ 是平行四边形，

$\because CF\perp BD$，

$\therefore \angle CFA=\angle CED=90°$，

又$\because$ 点 D 是 AC 中点，

$\therefore DF=\frac{1}{2}AC$，

$\because \angle ABC=90°$，BD 为 AC 的中线，

$\therefore BD=\frac{1}{2}AC$，

$\therefore BD=DF$，

$\therefore$ 平行四边形 $BGFD$ 是菱形；

（2）解：设 $GF=x$，则 $AF=13-x$，$AC=2x$，

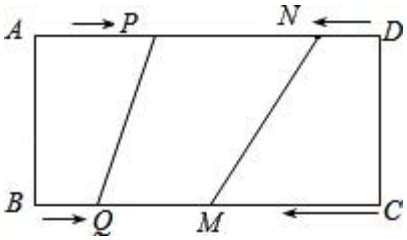
$\because$ 在 $\mathrm{Rt}\Delta ACF$ 中，$\angle CFA=90°$，

$\therefore AF^2+CF^2=AC^2$，即 $(13-x)^2+6^2=(2x)^2$，

解得：$x=5$，$x=-\frac{41}{3}$（舍去），

$\therefore$ 四边形 $BDFG$ 的周长 $=4GF=20$.

25.（2019 秋•岳阳县期末）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$BC=24cm$，P、Q、M、N 分别从 A、B、C、D 同时出发，分别沿边 AD、BC、CB、DA 移动，当有一个点先到达所在边的另一个端点时，其它各点也随之停止移动．已知移动段时间后，若 $BQ=xcm(x\neq 0)$，$AP=2xcm$，$CM=3xcm$，$DN=x^2cm$．当 x 为何值时，以 P、Q、M、N 为顶点的四边形是平行四边形？



【解析】∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AD=BC=24$，$AD//BC$，

$\therefore PN=QM$ 时，以 P、Q、M、N 为顶点的四边形是平行四边形，

①当点 P、点 Q 都在左侧时，$PN=QM$，

则 $24-2x-x^2=24-x-3x$，

整理得：$x^2-2x=0$

解得：$x_1=0$（舍去），$x_2=2$；

②当点 P 在右侧，点 Q 左侧时，$PN=QM$，

则 $(2x+x^2)-24=24-x-3x$，

整理得：$x^2+6x-48=0$

解得：$x_1=-3+\sqrt{57}$，$x_2=-3-\sqrt{57}$（舍去），

③当点 P、点 Q 都在右侧时，$PN=QM$，

则 $(2x+x^2)-24=x+3x-24$，

解得：$x_1=0$（舍去），$x_2=2$；

④当点 P 在左侧、点 Q 在右侧时，$PN=QM$，

则 $24-2x-x^2=x+3x-24$，

解得：$x_1=-3+\sqrt{57}$，$x_2=-3-\sqrt{57}$（舍去），

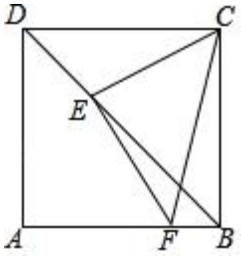
综上所述，当 x 为 2 或 $-3+\sqrt{57}$ 时，以 P、Q、M、N 为顶点的四边形是平行四边形.

26.（2020•成华区模拟）如图，在正方形 $ABCD$ 中，$AB=6$，点 E 在对角线 BD 上，$DE=2\sqrt{2}$，连接 CE，过点 E 作 $EF\perp CE$，交线段 AB 于点 F

（1）求证：$CE=EF$；

（2）求 FB 的长；

（3）连接 FC 交 BD 于点 G．求 BG 的长.



【解析】（1）过 E 作 $EM \perp AB$ 于 M， $EH \perp BC$ 于 H，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle EBM = \angle HBE = 45°$，

$\therefore EM = EH$，

$\because \angle EMB = \angle MBH = \angle BHE = 90°$，

$\therefore \angle MEH = 90°$，

$\because EF \perp CE$，

$\therefore \angle MEF = 90°$，

$\therefore \angle MEF = \angle CEH$，

$\therefore \Delta EMF \cong \Delta EHC(ASA)$，

$\therefore CE = EF$；

（2）$\because AB = 6$，

$\therefore BD = 6\sqrt{2}$，

$\because DE = 2\sqrt{2}$，

$\therefore BE = BD - DE = 4\sqrt{2}$，

$\therefore BM = BH = 4$，

$\therefore AM = CH = 2$，

$\because \Delta EMF \cong \Delta EHC$，

$\therefore FM = CH = 2$，

$\therefore BF = AB - AM - MF = 6 - 2 - 2 = 2$；

（3）过 G 作 $GN \perp BC$ 于 N，

$\therefore GN = BN$，

设 $GN = BN = x$，

$\therefore CN = 6 - x$，

$\because GN \perp BC$， $AB \perp BC$，

$\therefore GN//BF$，

$\therefore \Delta CGN\backsim\Delta CFB$，

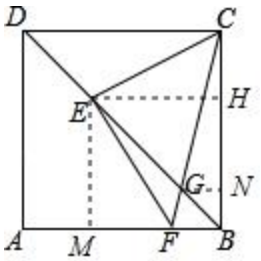
$\therefore \dfrac{GN}{BF}=\dfrac{CN}{CB}$，

$\therefore \dfrac{x}{2}=\dfrac{6-x}{6}$，

$\therefore x=\dfrac{3}{2}$，

$\therefore BN=GN=\dfrac{3}{2}$，

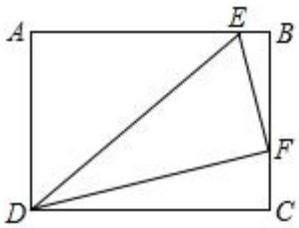
$\therefore BG=\sqrt{2}BN=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.



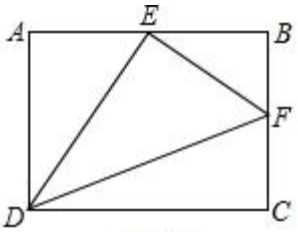
27.（2019 秋•常熟市期中）已知，在长方形 $ABCD$ 中，$AB=8$，$BC=6$，点 E，F 分别是边 AB，BC 上的点，连接 DE，DF，EF.

（1）如图①，当 $CF=2BE=2$ 时，试说明 ΔDEF 是直角三角形；

（2）如图②，若点 E 是边 AB 的中点，DE 平分 $\angle ADF$，求 BF 的长.



图①



图②

【解析】（1）证明；$\because CF=2BE=2$，

$\therefore BE=1$，

$\therefore AE=AB-BE=7$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore \angle A=\angle B=\angle C=90°$，$CD=AB=8$，$AD=BC=6$，

在 RtΔADE 中，$DE^2=AE^2+AD^2=6^2+7^2=85$，

在 RtΔDCF 中，$DF^2=DC^2+CF^2=8^2+2^2=68$，

在 $\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{BEF}$ 中，$EF^2=BE^2+EF^2=1^2+4^2=17$，

$\therefore DF^2+EF^2=DE^2$，

$\therefore \Delta DEF$ 是直角三角形，且 $\angle DFE=90°$；

（2）解：作 $EH\perp DF$ 于 H，

则 $\angle A=\angle DHE=90°$.

$\because DE$ 平分 $\angle ADF$，

$\therefore \angle ADE=\angle HDE$，

在 ΔAED 和 ΔHED 中，$\begin{cases}\angle A=\angle DHE\\ \angle ADE=\angle HDE\\ DE=DE\end{cases}$，

$\therefore \Delta AED\cong\Delta HED(AAS)$，

$\therefore DA=DH=6$，$EA=EH=4$，

$\therefore EH=EB=4$，

在 $\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{EHF}$ 和 $\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{EBF}$ 中，$\begin{cases}EF=EF\\ EH=EB\end{cases}$，

$\therefore \mathrm{Rt}\Delta\mathrm{EHF}\cong\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{EBF}(\mathrm{HL})$，

$\therefore BF=HF$.

设 $BF=x$，则 $HF=x$，$CF=6-x$，

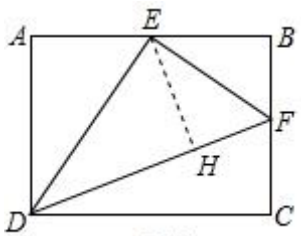
$\therefore DF=DH+HF=6+x$，

在 $\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{CDF}$ 中，$DC^2+CF^2=DF^2$，

$\therefore 8^2+(6-x)^2=(6+x)^2$，

$\therefore x=\frac{8}{3}$，

即 $BF=\frac{8}{3}$.

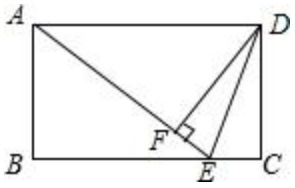


图②

28.（2020•天河区校级模拟）在矩形 $ABCD$ 中，点 E 在 BC 上．$DF\perp AE$，垂足为 F，$DF=AB$.

（1）求证．$AE=BC$；

（2）若$\angle FDC=30°$，且$AB=4$，连结DE，求$\angle DEF$的大小和AD．



【解析】（1）证明：∵四边形$ABCD$是矩形，

$\therefore DA//BC$，$\angle B=\angle ADC$，

$\therefore \angle DAE=\angle AEB$，

$\therefore$在ΔABE与ΔDFA中$\begin{cases}\angle DAE=\angle AEB\\ \angle B=\angle ADC\\ AB=DF\end{cases}$，

$\therefore \Delta ABE\cong\Delta DFA(AAS)$，

$\therefore AE=AD$，

∵$AD=BC$，

$\therefore AE=BC$；

（2）解：∵$DF\perp AE$，$\angle C=90°$，

$\therefore \angle DFE//\angle DCE$，

∵$AB=DF$，且$AB=DC$，

$\therefore DF=DC$，

$\therefore$在RtΔDEF与RtΔDCE中$\begin{cases}DF=DC\\ \\ DE=DE\end{cases}$，

$\therefore$RtΔDEF≅RtΔDCE(HL)，

$\therefore \angle FDE=\angle CDE$，

∵$\angle FDC=30°$，

$\therefore \angle FDE=\angle CDE=30°\div 2=15°$，

$\therefore \angle DEF=180°-90°-15°=75°$，

∵$\Delta ABE\cong\Delta DFA$，$AB=4$，

$\therefore DF=4$，

$\because \angle FDC = 30°$，

$\therefore \angle ADF = 90° - 30° = 60°$，

$\therefore \angle DAE = 180° - 90° - 60° = 30°$，

$\because \angle DF = 4$，

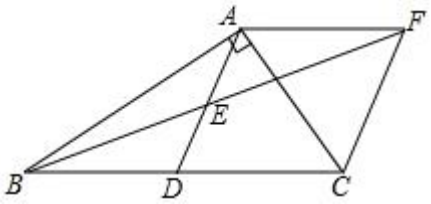
$\therefore AD = 4 \times 2 = 8$，

$\therefore \angle DEF = 75°$， $AD = 8$．

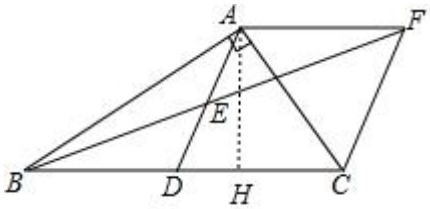
29．（2020•龙岗区校级模拟）如图，在 RtΔABC 中，$\angle BAC = 90°$，D 是 BC 的中点，E 是 AD 的中点，过点 A 作 $AF//BC$ 交 BE 的延长线于点 F．

（1）求证：四边形 $ADCF$ 是菱形；

（2）若 $AC = 6$，$AB = 8$，求菱形 $ADCF$ 的面积．



【解析】（1）证明：



$\because E$ 是 AD 的中点

$\therefore AE = DE$

$\because AF//BC$

$\therefore \angle AFE = \angle DBE$

在 ΔAEF 和 ΔDEB 中 $\begin{cases} \angle AFE = \angle DBE \\ \angle DEB = \angle AEF \\ AE = DE \end{cases}$

$\therefore \Delta AEF \cong \Delta DEB(AAS)$

$\therefore AF = DB$

$\therefore$ 四边形 $ADCF$ 是平行四边形

$\because \angle BAC = 90°$，

D 是 BC 的中点

$\therefore AD = CD = \frac{1}{2}BC$

$\therefore$ 四边形 $ADCF$ 是菱形；

（2）解：法一、

设 AF 到 CD 的距离为 h，

$\because AF // BC$，

$AF = BD = CD$，

$\angle BAC = 90°$，

$\therefore S_{菱形ADCF} = CD \cdot h$

$= \frac{1}{2}BC \bullet h$

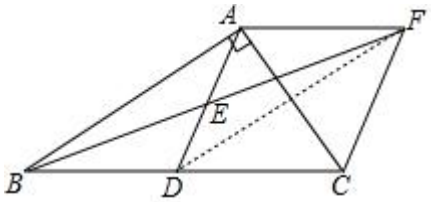
$= S_{\Delta ABC}$

$= \frac{1}{2}AB \bullet AC$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$.

法二、

连接 DF



$\because AF = DB$， $AF // DB$，

$\therefore$ 四边形 $ABDF$ 是平行四边形，

$\therefore DF = AB = 8$，

$\therefore S_{菱形ADCF} = \frac{1}{2}AC \cdot DF = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$.

法三、

$\because$ 三角形 ABD 与三角形 ADC 与三角形 AFC 的面积相等，

$\therefore$ 菱形 $ADCF$ 的面积等于三角形 ABC 的面积为 24.

答：菱形 $ADCF$ 的面积为 24.