2019-2020学年八年级数学下册同步闯关练（人教版）

第十六章《二次根式》

章节复习巩固



必刷基础题

一．选择题

1．（2020•广州模拟）使代数式$\frac{1}{x-3}+\sqrt{5-x}$有意义的正整数x有（　　）

A．3个　　B．4个　　C．5个　　D．无数个

【解析】由题意得：$x-3\neq 0$，且$5-x\geq 0$，

解得：$x\leq 5$，且$x\neq 3$，

$\because x$是正整数，

$\therefore x=1$，2，4，5，共4个，

故选：B．

2．（2019秋•沙坪坝区期末）若二次根式$\sqrt{2-m}$有意义，且关于x的分式方程$\frac{m}{1-x}+2=\frac{3}{x-1}$有正数解，则符合条件的整数$m$的和是（　　）

A．-7　　B．-6　　C．-5　　D．-4

【解析】去分母得，$-m+2(x-1)=3$，

解得，$x=\frac{m+5}{2}$，

$\because$关于x的分式方程$\frac{m}{1-x}+2=\frac{3}{x-1}$有正数解，

$\therefore \frac{m+5}{2}>0$，

$\therefore m>-5$，

又$\because x=1$是增根，当$x=1$时，$\frac{m+5}{2}=1$，即$m=-3$

$\therefore m\neq -3$，

$\because \sqrt{2-m}$有意义，

$\therefore 2-m\geqslant 0$，

$\therefore m\leqslant 2$，

因此$-5<m\leqslant 2$且$m\neq -3$，

$\because m$为整数，

$\therefore m$可以为-4，-2，-1，0，1，2，其和为-4，

故选：D．

3．（2020春•武鸣区校级期中）下列实数是无理数的是（　　）

A．$\frac{22}{7}$　　B．$\frac{5}{2}\pi$　　C．$\sqrt{\frac{1}{9}}$　　D．$\sqrt[3]{-27}$

【解析】$\frac{5}{2}\pi$是无理数，$\frac{22}{7}$，$\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$，$\sqrt[3]{-27}=-3$都是有理数，

故选：B．

4．（2020春•东湖区校级月考）化简$-a\sqrt{\frac{1}{a}}$的结果是（　　）

A．$\sqrt{a}$　　B．$-\sqrt{a}$　　C．$-\sqrt{-a}$　　D．$\sqrt{-a}$

【解析】$\because \frac{1}{a}\geqslant 0$，$\therefore a\geqslant 0$，$\therefore -a\leqslant 0$，$\therefore -a\sqrt{\frac{1}{a}}=-\sqrt{a}$，故选：$B$．

5．（2019秋•浦东新区校级月考）若$2<a<3$，则$\sqrt{a^2-4a+4}-\sqrt{(a-3)^2}$等于（　　）

A．$5-2a$　　B．$1-2a$　　C．$2a-5$　　D．$2a-1$

【解析】$\because 2<a<3$，

$\therefore \sqrt{a^2-4a+4}-\sqrt{(a-3)^2}$

$=a-2-(3-a)$

$=a-2-3+a$

$=2a-5$．

故选：C．

6．（2019春•济宁期中）若实数x满足$|x-3|+\sqrt{x^2+8x+16}=7$，化简$2|x+4|-\sqrt{(2x-6)^2}$的结果是（　　）

A．$4x+2$　　B．$-4x-2$　　C．-2　　D．2

【解析】$\because |x-3|+\sqrt{x^2+8x+16}=7$，

$\therefore |x-3|+|x+4|=7$，

$\therefore -4 \leqslant x \leqslant 3$，

$\therefore 2|x+4|-\sqrt{(2x-6)^2}$

$=2(x+4)-|2x-6|$

$=2(x+4)-(6-2x)$

$=4x+2$，

故选：A．

7．（2019秋•顺义区期末）将$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$分母有理化的结果为（　　）

A．$\frac{\sqrt{15}}{5}$　　B．$\frac{3}{\sqrt{15}}$　　C．$\frac{3}{5}\sqrt{15}$　　D．$\frac{\sqrt{15}}{15}$

【解析】$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2}=\frac{\sqrt{15}}{5}$，

故选：A．

8．（2020•番禺区一模）下列计算正确的是（　　）

A．$a^3+a^2=a^5$　　B．$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$　　C．$5\sqrt{3}-\sqrt{3}=5$　　D．$a^0=0$

【解析】A、a^3与a^2不能合并，所以A选项错误；

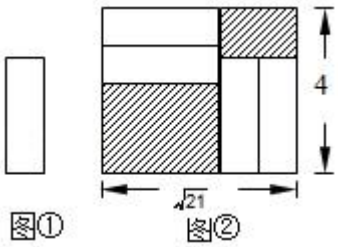
B、原式$=\sqrt{2\times3}=\sqrt{6}$，所以$B$选项正确；

C、原式$=4\sqrt{3}$，所以C选项错误；

D、当$a\neq0$时，$a^0=1$，所以D选项错误．

故选：B．

9．（2019秋•永嘉县期中）把四张形状大小完全相同宽为$1cm$的小长方形卡片（如图①）不重叠地放在一个底面为长方形（长为$\sqrt{21}cm$，宽为$4cm$）的盒子底部（如图②），盒子底面未被卡片覆盖的部分用阴影表示．则图②中两块阴影部分的周长和是（　　）



A．$4\sqrt{21}cm$　　B．$16cm$　　C．$2(\sqrt{21}+4)cm$　　D．$4(\sqrt{21}-4)cm$

【解析】设小长方形卡片的长为 x，宽为 y，

根据题意得：$x+2y=\sqrt{21}$，

则图②中两块阴影部分周长和是

$2\sqrt{21}+2(4-2y)+2(4-x)=2\sqrt{21}+4\times4-4y-2x=2\sqrt{21}+16-2(x+2y)=2\sqrt{21}+16-2\sqrt{21}=16(cm)$．

故选：B．

二．填空题

10．（2020•朝阳区模拟）若 $2\sqrt{2-x}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是__ $x\leqslant 2$ __．

【解析】若 $2\sqrt{2-x}$ 在实数范围内有意义，

则 $2-x\geqslant 0$，

解得：$x\leqslant 2$．

故答案为：$x\leqslant 2$．

11．（2020•杭州模拟）要使代数式 $\frac{x}{\sqrt{x+1}}$ 有意义，则 x 的取值范围是__ $x>-1$ __．

【解析】要使代数式 $\frac{x}{\sqrt{x+1}}$ 有意义，

则 $x+1>0$，

解得：$x>-1$．

故答案为：$x>-1$．

12．（2019 秋•新化县期末）若二次根式 $\sqrt{5a+3}$ 是最简二次根式，则最小的正整数 a 为__ 2 __．

【解析】若二次根式 $\sqrt{5a+3}$ 是最简二次根式，则最小的正整数 a 为 2，

故答案为：2．

13．（2020•黄冈模拟）计算 $-2^2-\frac{1}{2+\sqrt{3}}+(-\frac{1}{2})^{-2}+|2-\sqrt{3}|=$ __ 0 __．

【解析】原式$=-4-(2-\sqrt{3})+(-2)^2+2-\sqrt{3}$

$=-4-2+\sqrt{3}+4+2-\sqrt{3}$

$=0$，

故答案为：0.

14.（2020春•思明区校级月考）已知$a+\frac{1}{a}=12$，当$0<a<1$时，$\sqrt{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}=$__$-\sqrt{10}$__.

【解析】$(\sqrt{a}-\frac{1}{\sqrt{a}})^2=a+\frac{1}{a}-2$

$=12-2$

$=10$，

$\because 0<a<1$，

$\therefore 0<\sqrt{a}<1$，

$\therefore \sqrt{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}=-\sqrt{10}$.

故答案为$-\sqrt{10}$.

15.（2019秋•西岗区期末）计算：$(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})=$__2__.

【解析】原式$=5-3=2$，

故答案为2.

16.（2020•浙江自主招生）如果$a=-2+\sqrt{2}$，那么$1+\frac{1}{2+\frac{1}{3+a}}$的值为__$\sqrt{2}$__.

【解析】$\because a+3=1+\sqrt{2}$，

$\therefore \frac{1}{a+3}=\sqrt{2}-1$，

$\therefore 2+\frac{1}{a+3}=\sqrt{2}+1$，

$\therefore \frac{1}{2+\frac{1}{a+3}}=\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}-1$，

$\therefore$ 原式$=1+\sqrt{2}-1=\sqrt{2}$，

故答案为：$\sqrt{2}$

17.（2019 秋•宜宾期中）已知$\sqrt{a}-\sqrt{b}=\sqrt{5}-\sqrt{3}$，$\sqrt{ab}=\sqrt{15}$，则 $a-b=$ __2__.

【解析】$\because \sqrt{a}-\sqrt{b}=\sqrt{5}-\sqrt{3}$，

$\therefore (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2=(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2$，

$a+b-2\sqrt{ab}=8-2\sqrt{15}$，

$\because \sqrt{ab}=\sqrt{15}$，

$\therefore a+b=8$，

$\therefore (a-b)^2=(a+b)^2-4ab$

$=8^2-4\times(\sqrt{15})^2$

$=64-60$

$=4$

$\because \sqrt{a}-\sqrt{b}=\sqrt{5}-\sqrt{3}>0$

$\therefore a>b$

$\therefore a-b>0$

$\therefore a-b=2$

故答案为：2.

三．解答题（共 12 小题）

18.（2019 秋•浦东新区校级月考）$\frac{2}{b}\sqrt{ab^3}(-\frac{3}{2}\sqrt{a^3b})\div 3\sqrt{\frac{a}{b}}(b<0)$.

【解析】原式$=\frac{2}{b}\cdot(-b)\sqrt{ab}\cdot(\frac{3}{2}a\sqrt{ab})\div 3\frac{\sqrt{ab}}{-b}$

$=-3a^2b\div 3\frac{\sqrt{ab}}{-b}$

$=-3a^2b\times(-\frac{b}{3\sqrt{ab}})$

$=a^2b^2\times\frac{\sqrt{ab}}{ab}$

$=ab\sqrt{ab}$.

19.（2018 春•丹阳市期末）已知$x=2+\sqrt{3}$，$y=2-\sqrt{3}$，试求代数式$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$的值.

【解析】$\because x=2+\sqrt{3}$，$y=2-\sqrt{3}$，

$\therefore x+y=2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}=4$、$xy=(2+\sqrt{3})\times(2-\sqrt{3})=1$，

则原式$=\dfrac{x^2+y^2}{xy}$

$=\dfrac{(x+y)^2-2xy}{xy}$

$=\dfrac{4^2-2\times1}{1}$

$=14$．

20．（2020春•思明区校级月考）计算：$(\sqrt{12}+3\sqrt{8})\times\sqrt{3}$

【解析】原式$=\sqrt{12\times3}+3\sqrt{8\times3}$

$=6+6\sqrt{6}$．

21．（2020•雁塔区校级二模）计算：$(\sqrt{3}-2)^{2012}\bullet(\sqrt{3}+2)^{2013}-2|-\dfrac{\sqrt{3}}{2}|-(-\sqrt{3})^0$．

【解析】原式$=[(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)]^{2012}\bullet(\sqrt{3}+2)-\dfrac{\sqrt{3}}{2}-1$

$=\sqrt{3}+2-\dfrac{\sqrt{3}}{2}-1$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1$．

22．（2019•克东县二模）（1）计算：$\sqrt{(-3)^2}+(-\dfrac{1}{2})^{-3}-(3\sqrt{2})^0+\dfrac{6}{\sqrt{3}}$

（2）因式分解：$4(x-2y)^2-16y^2$

【解析】（1）$\sqrt{(-3)^2}+(-\dfrac{1}{2})^{-3}-(3\sqrt{2})^0+\dfrac{6}{\sqrt{3}}$

$=3+(-8)-1+2\sqrt{3}$

$=-6+2\sqrt{3}$；

（2）$4(x-2y)^2-16y^2$

$=[2(x-2y)+4y][2(x-2y)-4y]$

$=(2x-4y+4y)(2x-4y-4y)$

$=2x(2x-8y)$

$=4x(x-4y)$．

23．（2020 春•江岸区校级月考）先化简，再求值：$\sqrt{25xy}+x\sqrt{\frac{y}{x}}-4y\sqrt{\frac{x}{y}}-\frac{1}{y}\sqrt{xy^3}$，其中$x=\frac{1}{5}$，$y=4$．

【解析】原式$=5\sqrt{xy}+x\cdot\frac{\sqrt{xy}}{x}-4y\cdot\frac{\sqrt{xy}}{y}-\frac{1}{y}\cdot y\sqrt{xy}$

$=5\sqrt{xy}+\sqrt{xy}-4\sqrt{xy}-\sqrt{xy}$

$=\sqrt{xy}$，

当$x=\frac{1}{5}$，$y=4$时，

原式$=\sqrt{\frac{4}{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$．

24．（2020 春•麻城市校级月考）已知$a=\sqrt{7}+2$，$b=\sqrt{7}-2$，求下列代数式的值：

（1）$a^2-2ab+b^2$；

（2）a^2-b^2．

【解析】$\because a=\sqrt{7}+2$，$b=\sqrt{7}-2$，

$\therefore a+b=\sqrt{7}+2+\sqrt{7}-2=2\sqrt{7}$，

$a-b=(\sqrt{7}+2)-(\sqrt{7}-2)=4$，

（1）$a^2-2ab+b^2$

$=(a-b)^2$

$=4^2$

$=16$；

（2）a^2-b^2

$=(a+b)(a-b)$

$=2\sqrt{7}\times4$

$=8\sqrt{7}$．

25.（2019 秋•南海区校级月考）已知 $x=\sqrt{5}+2$， $y=\sqrt{5}-2$．

（1）求 $x+y$ 与 $x-y$ 的值；

（2）利用（1）的结果求 x^2+xy+y^2 的值．

【解析】（1）$\because x=\sqrt{5}+2$， $y=\sqrt{5}-2$，

$\therefore x+y=(\sqrt{5}+2)+(\sqrt{5}-2)=2\sqrt{5}$， $x-y=(\sqrt{5}+2)-(\sqrt{5}-2)=4$；

（2）$\because x=\sqrt{5}+2$， $y=\sqrt{5}-2$，

$\therefore x+y=2\sqrt{5}$， $xy=(\sqrt{5}+2)\times(\sqrt{5}-2)=5-4=1$，

$\therefore x^2+xy+y^2=(x+y)^2-xy=(2\sqrt{5})^2-1=20-1=19$．

26.（2019 秋•淮阳县校级月考）阅读下面的文字再回答问题

甲、乙两人对题目：“化简并求值：$\frac{2}{a}+\sqrt{\frac{1}{a^2}+a^2-2}$，其中 $a=\frac{1}{4}$”有不同的解答．

甲的解答是：$\frac{2}{a}+\sqrt{\frac{1}{a^2}+a^2-2}=\frac{2}{a}+\sqrt{(\frac{1}{a}-a)^2}=\frac{2}{a}+\frac{1}{a}-a=\frac{3}{a}-a=\frac{47}{4}$；

乙的解答是 $\frac{2}{a}+\sqrt{\frac{1}{a^2}+a^2-2}=\frac{2}{a}+\sqrt{(\frac{1}{a}-a)^2}=\frac{2}{a}+a-\frac{1}{a}=a+\frac{1}{a}=\frac{17}{4}$

（1）填空：__乙__的解答是错误的；

（2）解答错误的原因是未能正确运用二次根式的性质？请用含字母 a 的式子表示这个性质

（3）请你正确运用上述性质解决问题：当 $3<x<5$ 时，化简 $\sqrt{x^2-14x+49}+\sqrt{(2x-5)^2}$

【解析】（1）乙的做法错误．当 $a=\frac{1}{4}$ 时，$\frac{1}{a}-a>0$，$\sqrt{(\frac{1}{a}-a)^2}=\frac{1}{a}-a$，故乙的做法错误．

故答案为：乙

（2）当 $a<0$ 时，$\sqrt{a^2}=-a$；

（3）$\because 3<x<5$，

$\therefore x-7<0$， $2x-5>0$．

$\sqrt{x^2-14x+49}+\sqrt{(2x-5)^2}=\sqrt{(x-7)^2}+\sqrt{(2x-5)^2}=7-x+2x-5=x+2$

27.（2019 春•红旗区校级期中）（1）计算 $\sqrt{3}\times\sqrt{27}-\sqrt{28}\div\sqrt{7}+12\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{48}$

（2）已知 $x=\sqrt{2}-1$， $y=\sqrt{2}+1$，求代数式 x^2y+xy^2 的值．

【解析】（1）原式$=9-2+4\sqrt{3}-4\sqrt{3}$

$=7$；

（2）x^2y+xy^2

$=xy(x+y)$

$=(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1+\sqrt{2}+1)$

$=1\times 2\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2}$．

28．（2018 秋•松江区期末）已知$x=\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}$，求$\dfrac{x^2-6x+2}{x-3}$的值．

【解析】$x=\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}$

$=\dfrac{(3+2\sqrt{2})}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}$

$=3+2\sqrt{2}$，

原式$=\dfrac{(x-3)^2+2-9}{x-3}$

$=\dfrac{(3+2\sqrt{2}-3)^2-7}{3+2\sqrt{2}-3}$

$=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$．

29．（2018 春•兴义市期中）阅读下面的问题：

$\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}=\dfrac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\sqrt{2}-1$；

$\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$；

$\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}$；

……

（1）求 $\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}$ 与 $\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}$ 的值.

（2）已知 n 是正整数，求 $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$ 与 $\frac{1}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}$ 的值；

（3）计算 $\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\cdots\cdots+\frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{98}}+\frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}$.

【解析】（1） $\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{(\sqrt{7}+\sqrt{6})(\sqrt{7}-\sqrt{6})}=\sqrt{7}-\sqrt{6}$，

$\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{(\sqrt{7}-\sqrt{6})(\sqrt{7}+\sqrt{6})}=\sqrt{7}+\sqrt{6}$；

（2） $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}=\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})}=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$，

$\frac{1}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}=\frac{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}{(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})}=\sqrt{n+1}+\sqrt{n}$；

（3） $\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\cdots\cdots+\frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{98}}+\frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}$

$=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\cdots\cdots+\sqrt{99}-\sqrt{98}+\sqrt{100}-\sqrt{99}$

$=-1+\sqrt{100}$

$=-1+10$

$=9$.