2017~2018学年深圳罗湖区高一下学期期末理科数学试卷

一、选择题

1 不等式$x^2-x-2<0$的解集为（　）.

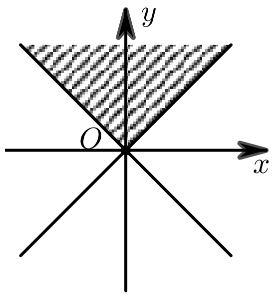
A. $\{x|-1<x<2\}$　　B. $\{x|-2<x<1\}$

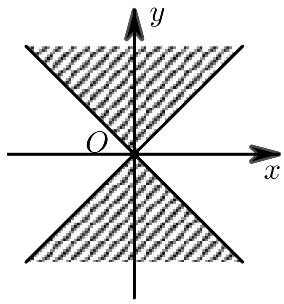
C. $\{x|x<-1或x>2\}$　　D. $\{x|x<-2或x>1\}$

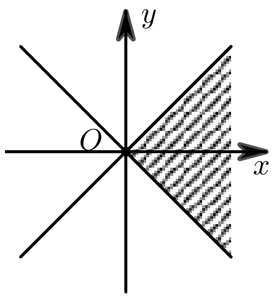
2 $\sin 555^\circ=$（　）.

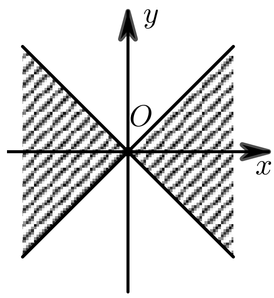
A. $\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$　　B. $-\dfrac{\sqrt{3}}{4}$　　C. $-\dfrac{1}{4}$　　D. $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

3 不等式$|x|\geqslant|y|$所表示的平面区域是（　）.

A.


B.


C.


D.


4 已知一扇形的周长为15cm，圆心角为3rad，则该扇形的面积为（　）.

A. 9cm^2　　B. 10.5cm^2　　C. 12cm^2　　D. 13.5cm^2

5

已知$\vec{a}=(2,0)$，$\vec{b}=(1,\sqrt{3})$，若向量$\vec{c}$满足：$\left(\vec{a}-\vec{b}\right)\perp\vec{c}$，$\left(\vec{b}-\vec{c}\right)//\vec{a}$，则$\vec{c}=$（　）.

A. $(-\sqrt{3},3)$　B. $(-3,-\sqrt{3})$　C. $(3,\sqrt{3})$　D. $(\sqrt{3},1)$

6 函数$f(x)=2\sin^2x+\cos x-\frac{3}{4}\left(x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]\right)$的最大值为（　）.

A. $\frac{1}{4}$　B. $\frac{5}{8}$　C. $\frac{11}{8}$　D. $\frac{3}{2}$

7 函数$f(x)=\sin(2x+\varphi)\,(0<\varphi<\pi)$向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位后，所得函数的解析式为$g(x)=\cos 2x$，则$\varphi$的值为（　）.

A. $\frac{\pi}{6}$　B. $\frac{\pi}{3}$　C. $\frac{2\pi}{3}$　D. $\frac{5\pi}{6}$

8 已知向量$\vec{a}$、$\vec{b}$是平面上不共线的向量，则下列关系式：

①$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$；②$\vec{a}\cdot\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=\vec{a}^2+\vec{a}\cdot\vec{b}$；③$\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)^2=\vec{a}^2\cdot\vec{b}^2$；④$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|\geqslant\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$，其中正确的个数是（　）.

A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

9 我国古代数学名著《九章算术》第六章“均输”中有这样一个问题：“今有五人分钱，令上二人所得与下三人等，问各得几何．”（注“均输”即按比例分配，此处是指五人所得钱数成等差数列，“钱”是古代的一种计量单位），则分得最少的得到（　）.

A. $\frac{1}{3}$钱　B. $\frac{2}{3}$钱　C. $\frac{5}{6}$钱　D. 1钱

10 已知等比数列$\{a_n\}$各项为正数，且$2a_1+5a_2=1$，$a_5{}^2=4a_2a_6$，数列$\{\log_2a_n\}$的前n和为S_n，则（　）.

A. S_n的最小值为S_4　B. S_n的最小值为S_5　C. S_n的最大值为S_4　D. S_n的最大值为S_5

11 已知a，b，c均为正实数，且$a+b+c=1$，则下列不等关系中，恒成立的是（　）.

A. $ab+bc+ca\geqslant\frac{1}{3}$　B. $a^2+b^2+c^2\leqslant\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geqslant 9$　D. $ax^2+2bx+c\geqslant 0$（$x\in\mathbf{R}$）

12 已知函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$过点$(0,-1)$，$x=\frac{\pi}{3}$是它的一条对称轴，且$f(x)$在$\left[\frac{\pi}{8},\frac{\pi}{6}\right]$上单调递减，则$\omega$的最大值为（　）．

A. 2　　B. 5　　C. 8　　D. 11

二、填空题

13 在平面直角坐标系xOy中，点A在第二象限，$OA=2$，$\angle xOA=\frac{3\pi}{4}$，则向量$\overrightarrow{OA}$的坐标为______．

14 若$\cos\alpha-2\sin\alpha=0$，则$\cos^2\alpha+2\sin2\alpha=$______．

15 在数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_{n+1}=1-\frac{1}{a_n}$，则$a_{2018}=$______．

16 投资生产A产品时，每生产100t需要资金200万，需场地200m^2，可获利300万；投资生产B产品时，每生产100t需要资金300万，需场地100m^2，可获利200万，现某单位可使用资金1400万，场地900m^2，则投资这两种产品，最大可获利______万．

三、解答题

17 如图1，平行四边形$ABCD$中，E是CD的中点，AE交BD于点M．设$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$．

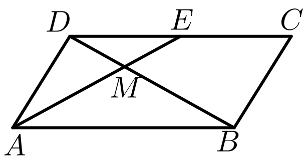
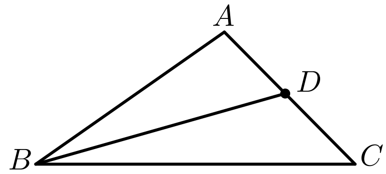


图 1

（1）分别用$\vec{a}$，$\vec{b}$表示向量$\overrightarrow{AE}$，$\overrightarrow{DM}$．

（2）若$|\vec{a}|=2|\vec{b}|=4$，$\angle BAD=\frac{\pi}{3}$，求$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{DM}$．

18 如图，在$\triangle ABC$中，$A=120^\circ$，$BC=\sqrt{3}$，D是AC的中点．



（1）若$C=45^\circ$，求$\dfrac{\sin\angle ABD}{\sin\angle CBD}$．

（2）若$AB+AC=2$，求BD．

19 在锐角$\triangle ABC$中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，且$\dfrac{\cos B}{b}+\dfrac{\cos C}{c}=\dfrac{\sin A}{\sqrt{3}\sin C}$．

（1）求b的值．

（2）若$\cos B+\sqrt{3}\sin B=2$，求$\triangle ABC$面积的最大值．

20 已知S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，且$S_n=\dfrac{3}{2}a_n-\dfrac{3}{2}$（$n\in\mathbf{N}^*$）．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式．

（2）若$b_n=|\log_3 a_n-a_1|$，求数列$\{a_n\cdot b_n\}$的前n项和T_n．

21 某大桥是交通要塞，每天担负着巨大的车流量，已知其车流量y（单位：千辆）是时间t（$0\leqslant t\leqslant 24$，单位：h）的函数，记为$y=f(t)$，下表是某日桥上的车流量的数据：

t（h）	0	3	6	9	12	15	18	21	24
y（千辆）	3.0	1.0	2.9	5.0	3.1	1.0	3.0	5.0	3.0

经长期观察，函数$y=f(t)$的图象可以近似地看做函数$f(t)=A\sin(\omega t+\varphi)+b$（其中$A>0$，$\omega>0$，$b>0$，$-\pi\leqslant\varphi\leqslant 0$）的图象．

（1）根据以上数据，求函数$y=f(t)$的近似解析式．

（2）为了缓解交通压力，有关交通部门规定：若车流量超过4千辆时，核定载质量10吨及以上的大货车将禁止通行，试估计一天内将有多少小时不允许这种货车通行．

22 已知数列$\{a_n\}$满足：$a_1=\dfrac{2}{3}$，$3a_{n+1}+a_n=4$，$n\in\mathbf{N}^*$．

（1）证明$\{a_n-1\}$是等比数列，并求a_n．

（2）

令$b_n = a_{n+1} - a_n$，数列$\{b_n\}$的前n项和为S_n，问：是否存在正整数λ，对一切$n \in \mathbf{N}^*$，不等式$0 < \lambda \cdot S_n - a_n < 2$恒成立？若存在，请求出所有$\lambda$的值；若不存在，请说明理由．