

2017~2018学年深圳市高级中学高中部高一下学期 期末理科数学试卷

一、选择题

1 已知集合 $A = \{-2, -1, 1, 2\}$, $B = \{x | x^2 < 2\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.

- A. $\{-1, -2, 2\}$ B. $\{-1, 1\}$ C. $\{-2, 2\}$ D. $\{-2, -1, 1, 2\}$

2 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 $a_1 + a_3 = 6$, $S_4 = 16$, 则 $a_4 = (\quad)$.

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

3 已知 $a > b$, 则下列关系正确的是() .

- A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $a^2 > b^2$ C. $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$ D. $\frac{1}{a^3} < \frac{1}{b^3}$

4 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-3 \geqslant 0 \\ x-y+1 \geqslant 0 \\ x \leqslant 3 \end{cases}$, 则 $z = 2x+y$ 的最大值为

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

5 要想得到函数 $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1$ 的图象, 只需将函数 $y = \cos 2x$ 的图像().

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位, 再向上平移1个单位 B. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位, 再向上平移1个单位
 C. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位, 再向下平移1个单位 D. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位, 再向下平移1个单位

6 在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_1, \frac{1}{2}a_3, 2a_2$ 成等差数列, 则 $\frac{a_5}{a_3} = (\quad)$.

- A. $1 + \sqrt{2}$ B. $1 - \sqrt{2}$ C. $3 + 2\sqrt{2}$ D. $3 - 2\sqrt{2}$

7 若 $a > 0, b > 0$ 且 $2a+b=4$, 则 $\frac{1}{ab}$ 的最小值为().

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. 4 D. $\frac{1}{4}$

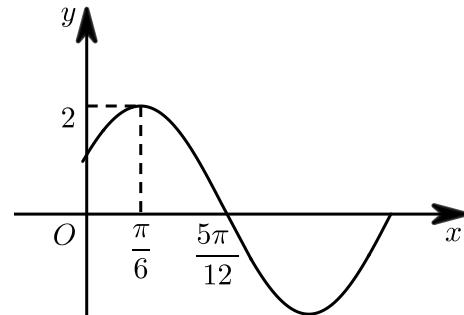
8 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 对边分别是 a, b, c ，已知 $a = \sqrt{3} - 1$, $b = \frac{\sqrt{6}}{2}$, $C = \frac{\pi}{4}$ ，则 $\triangle ABC$ 是（ ）.

- A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 任意三角形

9 直线 $l: kx - y + k + 1 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 = 8$ 交于 A, B 两点，且 $|AB| = 4\sqrt{2}$ ，则实数 k 等于（ ）.

- A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

10 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如下图所示，则函数 $f(x)$ 的解析式为（ ）.



- A. $f(x) = 2 \sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6}\right)$
 B. $f(x) = 2 \sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right)$
 C. $f(x) = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$
 D. $f(x) = 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

11 如果函数 $f(x) = \frac{1}{2}(2-m)x^2 + (n-8)x + 1$ ($m > 2$) 在区间 $[-2, -1]$ 上单调递减，那么 mn 的最大值为（ ）.

- A. 16 B. 18 C. 25 D. 30

12 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{6}{5}$, $a_n = \frac{a_{n+1} - 1}{a_n - 1}$ ($n \in \mathbb{N}^*$)，若对 $n \in \mathbb{N}^*$ ，都有 $k > \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}$ 成立，则最小的整数 k 是（ ）.

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

二、填空题

13 不等式 $x(x+1) \leq 0$ 的解集为 _____ .

14 已知 $\cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) = \frac{1}{4}$ ，则 $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

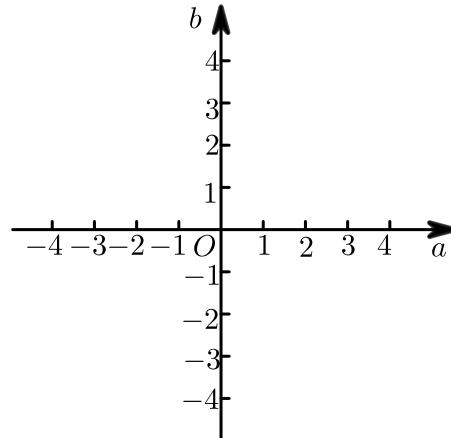
15 已知 $|\vec{a}| = 1$ ， $|\vec{b}| = 2$ ， $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b} = 3$ ，设 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 θ ，则 θ 等于 _____ .

16 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，且 $\sin A + \sin B = (\cos A + \cos B) \sin C$ ， $\triangle ABC$ 的周长为 $1 + \sqrt{2}$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积的最大值是 _____ .

三、解答题

17 设 $f(x) = ax^2 + bx$.

(1) 设 a, b 满足 $1 \leq f(-1) \leq 2$ 且 $2 \leq f(1) \leq 4$ ，请在平面直角坐标系中画出 (a, b) 表示的平面区域.



(2) 在(1)的条件下，求 $f(-2)$ 的取值范围.

18 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{n^2 + n}{2}$ ($n \in \mathbb{N}^*$) .

(1) 求 a_1 及数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

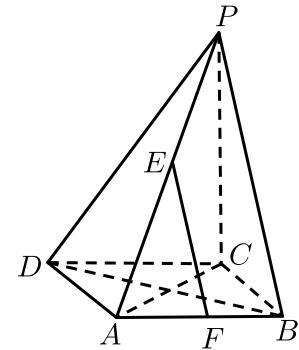
(2) 设 $b_n = a_n + 2^n + 1$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

19 在 $\triangle ABC$ 中， $B = \frac{\pi}{3}$ ， $AB = 8$ ， $\cos C = -\frac{1}{7}$.

(1) 求 $\sin A$.

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

- 20 如图, 在边长为 a 的菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, $PC \perp$ 平面 $ABCD$, $PC = 2a$, E 、 F 分别是 PA 、 AB 的中点.



(1) 求证: $EF \parallel$ 平面 PBC .

(2) 求证: 平面 $PDB \perp$ 平面 PAC .

(3) 求 EF 与平面 PAC 所成的角的正切值.

- 21 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A , B , C 对边分别是 a , b , c , 已知 $\sin^2 B = \sin A \sin C$.

(1) 求证: $0 < B \leq \frac{\pi}{3}$.

(2) 求 $\cos B + 4 \cos \frac{A+C}{2}$ 的最大值.

- 22 设函数 $f(x) = ka^x - a^{-x}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$, $k \in \mathbb{R}$), $f(0) = 0$.

(1) 求 k 的值.

(2) 已知 $f(1) = \frac{3}{2}$, 函数 $g(x) = a^{2x} + a^{-2x} - 4f(x)$, $x \in [1, 2]$, 求 $g(x)$ 的值域.

(3) 若 $a = 4$, 试问是否存在正整数 λ , 使得 $f(2x) \geq \lambda \cdot f(x)$ 对 $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ 恒成立? 若存在, 请

求出所有的正整数 λ ; 若不存在, 请说明理由.