

2020年普通高等学校招生全国统一考试（江苏卷）

数学 I

一、 填空题：本大题共 14 小题，每题 5 分，共计 70 分，请把答案填写在答题卡相应位置上。

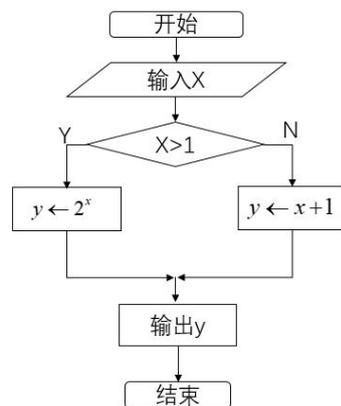
1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{0, 2, 3\}$, 则 $A \cap B =$ _____。

2. 已知 i 是虚数单位, 则复数 $z = (1+i)(2-i)$ 的实部是_____。

3. 已知一组数据 4, 2a, 3-a, 5, 6 的平均数为 4, 则 a 的值是_____。

4. 将一颗质地均匀的正方体骰子先后抛掷 2 次, 观察向上的点数, 则点数和为 5 的概率是_____。

5. 右图是一个算法流程图, 若输出 y 的值为 -2, 则输入 x 的值为_____。



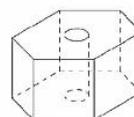
6. 在平面直角坐标系 xOy 中 $y = 2^x$, 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{5} = 1 (a > 0)$ 的

一条渐近线方程为 $y = \frac{\sqrt{5}}{2}x$, 则该双曲线的离心率是_____。

7. 已知 $y = f(x)$ 是奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$, 则 $f(-8)$ 的值是_____。

8. 已知 $\sin^2(\frac{\pi}{4} + \alpha) = \frac{2}{3}$, 则 $\sin 2\alpha$ 的值是_____。

9. 如图, 六角螺帽毛坯是由一个正六棱柱挖去一个圆柱所构成的
已知螺帽的底面正六边形边长为 2cm, 高为 2cm, 内孔半径为 0.5cm
则此六角螺帽毛坯的体积是_____ cm^3 。



(第 9 题)

10. 将函数 $y = 3\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 则平移后的图像与 y 轴最近的对称轴方程是_____。

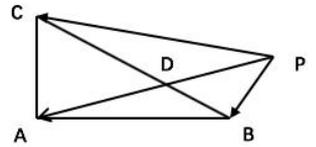
11. 设 $\{a_n\}$ 是公差为 d 的等差数列, $\{b_n\}$ 是公比为 q 的等比数列, 已知数列

$\{a_n+b_n\}$ 的前项和 $S_n = n^2 - n + 2^n - 1 (n \in N^*)$, 则 $d+q$ 的值是_____。

12. 已知 $5x^2y^2 + y^4 = 1 (x, y \in R)$, 则 $x^2 + y^2$ 的最小值是_____。

13. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=4, AC=3, \angle BAC=90^\circ$, D 在边 AC 上,

延长 AD 到 P , 使得 $AP=9$, 若 $\overrightarrow{PA} = m\overrightarrow{PB} + \left(\frac{3}{2}-m\right)\overrightarrow{PC}$ (m 为常数),



则 CD 的长度是_____。

第 (13) 题

14. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知 $P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$, $A、B$ 是圆 $C: x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 36$

上的两个动点, 满足 $PA=PB$, 则 $\triangle PAB$ 的面积的最大值是_____。

二、解答题: 本大题共 6 小题, 共计 90 分, 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

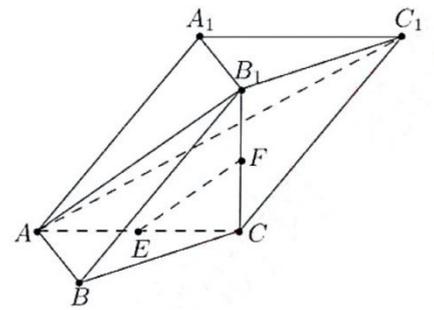
综合题分割

15. (本小题满分 14 分)

在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp AC, B_1C \perp$ 平面 $ABC, E、F$ 分别是 $AC、B_1C$ 的中点

(1) 求证: $EF \parallel$ 平面 AB_1C_1 ;

(2) 求证: 平面 $AB_1C \perp$ 平面 ABB_1



综合题分割

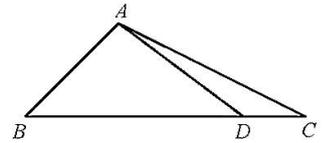
16. (本小题满分 14 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 $A、B、C$ 的对边分别为 $a、b、c$, 已知 $a=3, c=\sqrt{2}, B=45^\circ$.

(1) 求 $\sin C$ 的值;

(2) 在边 BC 上取一点 D , 使得 $\cos \angle ADC = -\frac{4}{5}$, 求 $\tan \angle DAC$

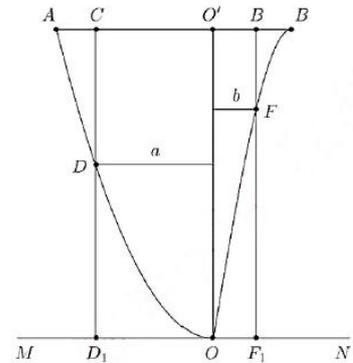
的值。



综合题分割

17. (本小题满分14分)

某地准备在山谷中建一座桥梁, 桥址位置的竖直截面图如图所示: 谷底 O 在水平线 MN 上, 桥 AB 与 MN 平行, OO' 为铅垂线 (O' 在 AB 上), 经测量, 左侧曲线 AO 上任一点 D 到 MN 的距离 h_1 (米) 与 D 到 OO' 的距离 a (米) 之间满足关系式 $h_1 = \frac{1}{40}a^2$; 右侧曲线 BO 上任一点 F 到 MN 的距离 h_2 (米) 与 F 到 OO' 的距离 b (米) 之间满足关系式 $h_2 = -\frac{1}{800}b^3 + 6b$ 。已知点 B 到 OO' 的距离为 40 米。



式 $h_2 = -\frac{1}{800}b^3 + 6b$ 。已知点 B 到 OO' 的距离为 40 米。

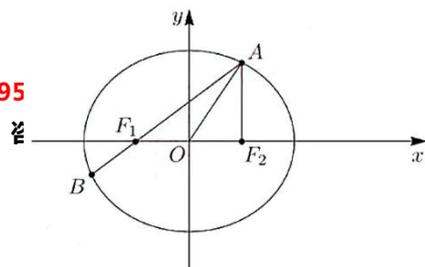
(1) 求桥 AB 的长度;

(2) 计划在谷底两侧建造平行于 OO' 的桥墩 CD 和 EF 。且 CE 为 80 米, 其中 C, K 在 AB 上 (不包括端点)。桥墩 EF 每米造价 k (万元)。桥墩 CD 每米造价 $\frac{3}{2}k$ (万元) ($k > 0$), 问 $O'E$ 为多少米时, 桥墩 CD 与 EF 的总造价最低?

综合题分割

18. (本小题满分 16 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 若椭圆



$E: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 A 在椭圆 E 上且在第一象限内,

$AF_2 \perp F_1F_2$, 直线 AF_1 与椭圆 E 相交于另一点 B 。

- (1) 求 $\triangle AF_1F_2$ 的周长;
- (2) 在 x 轴上任取一点 P , 直线 AP 与椭圆 E 的右准线相交于点 Q , 求 $\overline{OP} \cdot \overline{QP}$ 的最小值;
- (3) 设点 M 在椭圆 E 上, 记 $\triangle OAB$ 与 $\triangle MAB$ 的面积分别是 S_1, S_2 , 若 $S_2 = 3S_1$, 求 M 的坐标。

综合题分割

19. (本小题满分 16 分)

已知关于 x 的函数 $y = f(x), y = g(x)$ 与 $h(x) = kx + b (k, b \in R)$ 在区间 D 上恒有 $f(x) \geq h(x) \geq g(x)$.

(1) 若 $f(x) = x^2 + 2x, g(x) = -x^2 + 2x, D = (-\infty, +\infty)$. 求 $h(x)$ 的表达式;

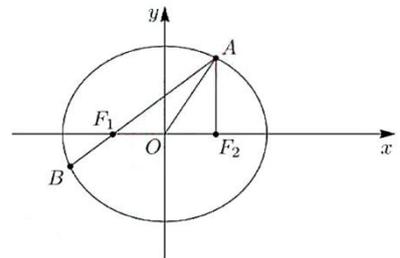
(2) 若 $f(x) = x^2 - x + 1, g(x) = k \ln x, h(x) = kx - k, D = (0, +\infty)$. 求 k 的取值范围;

(3) 若

$$f(x) = x^4 - 2x^2, g(x) = 4x^2 - 8,$$

$$h(x) = 4(t^2 - t)x - 3t^4 + 2t^2 (0 < t \leq \sqrt{2}),$$

$$D = [m, n] \subset [-\sqrt{2}, \sqrt{2}], \text{ 求证: } n - m \leq \sqrt{7}$$



综合题分割

深圳小学家长群:254317299

深圳初中家长群:90482695

深圳高中家长群:175743089

更多资料详见: <http://sz.jiajiaoban.com/>

咨询电话: 4000-121-121

20. (本小题满分 16 分)

已知数列 $\{a_n\} (n \in \mathbb{N}^*)$ 的首项 $a_1 = 1$, 前 n 项和为 S_n , 设 λ 与 k 是常数, 若对一切正整数 n , 均有 $S_{n+1}^{\frac{1}{k}} - S_n^{\frac{1}{k}} = \lambda a_{n-1}^{\frac{1}{k}}$ 成立, 则称此为“ $\lambda - k$ ”数列。

(1) 若等差数列 $\{a_n\}$ 是“ $\lambda - 1$ ”数列, 求 λ 的值:

(2) 若数列 $\{a_n\}$ 是“ $\frac{\sqrt{3}}{3} - 2$ ”数列, 且 $a_n > 0$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式:

(3) 对于给定的 λ , 是否存在三个不同的数列 $\{a_n\}$ 为“ $\lambda - 3$ ”数列, 且 $a_n \geq 0$? 若存在, 求 λ 的取值范围; 若不存在, 说明理由。