2020浙江高考真题数学卷解析

1.答案：B

解析：由题意得 $P\cap Q=Q=\{x|2<x<3\}$，故选 B.

2.答案:C

解析:由题意可知 $a-2=0$，得 $a=2$，故选 C.

3.答案：B

解析：由不等式组表示的可行域如下图所示，显然过点 $A(2,1)$ 时，$z=x+2y$ 取得最小值

得 $z=x+2y=2+2\times1=4$，则 $z=x+2y$ 的取值范围是 $[4,+\infty)$，故选 B.

4.答案：**A**

解析本题主要考查函数的概念与性质。

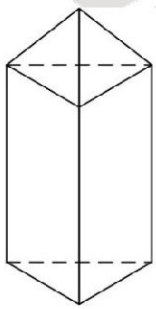
f（x）=xcosx+sinx，x∈R，所以 f（-x）=-xcosx-sinx，即-f（x）=f（-x）。

又因为 f（0）=0，所以该函数为奇函数，关于原点对称，即 C、D 错误。

当 x=π 时，f（π）=πcosπ+sinπ=-π，B 错误。

5.答案：**A**

解析：本题主要考查空间几何体。



由三视图可得，该立体图形上方为一个三棱锥，下方为一个三棱柱，且三棱锥的高为 1，三棱柱高为 2，

$V_{三棱锥}=\frac{1}{3}\times$底面积×高$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times1\times1=\frac{1}{3}$，

$V_{三棱柱}=$底面积×高$=\frac{1}{2}\times2\times1\times2=2$，

$V_{总}=V_{三棱锥}+V_{三棱柱}=\frac{1}{3}+2=\frac{7}{3}$

6.答案：B

解析：本题主要考查点、直线、平面的位置关系。

若“m，n，l 在同一平面”，可以三条直线平行，或者两条直线平行，第三条直线与它们均相交，所以不满足充分性；

若“m，n，l 两两相交”，则相交得到的三个交点必共面，两点确定一条直线，故 m，n，l 必在同一平面，满足必要性。所以为必要不充分条件。

7.答案：D

【解析】$b_{n+1}-b_n=(S_{2n+2}-S_n)-(S_{2n}-S_{2n-2})=a_{2n+2}+a_{2n+1}-(a_{2n}+a_{2n-1})=4d(n\geq 2)$，又 $b_2-b_1=4d$，所以$\{b_n\}$是公差为$4d$的等差数列，$b_n=b_1+(n-1)d=2a_1+(4n-3)d$

选项 D：若$b_4{}^2=b_2b_8$，则$(2a_1+13d)^2=(2a_1+5d)(2a_1+29d)$，化简得$2a_1d=3d^2$，不满足$d\neq 0,\frac{a_1}{d}\leq 1$，所以 D 错误，故选 D

8.答案：D

【解析】由$|PA|-|PB|=2$得$x^2-\frac{y^2}{3}=1$，由$y=3\sqrt{4-x^2}$得$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{36}=1$，

由$\begin{cases}x^2-\frac{y^2}{3}=1\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{36}=1\end{cases}$，解得$\begin{cases}x^2=\frac{13}{4}\\ y^2=\frac{27}{4}\end{cases}$

所以$|OP|=\sqrt{10}$，故选 D

9.答案：C

解析：

（1）若$a>0$，根据数轴标根法可知，要使$(x-a)(x-b)(x-2a-b)\geq 0$在$x\geq 0$时恒成立，则必有偶数方根，即$a=b$①或$a=2a+b$②。

若为①，则表达式变为$(x-a)^2(x-3a)\geq 0$，此时两根$a,3a$均为正，画图可知不满足条件（舍去）；

若为②，则表达式变为$(x-a)^2(x+a)\geq 0$，此时图像满足条件，故$\begin{cases}a>0\\ b<0\\ a+b=0\end{cases}$；

（2）同理，若$b>0$，则也必有偶数方根出现，即$b=a$③或$b=2a+b$④

③的讨论同①，舍弃；

若为④，则 $a=0$，也舍弃

故 b 不能大于 0. 选 C.

10.答案：A

解析：

法一：特殊值法

$S=\{1,2,4\}$ 此时 $T=\{2,4,8\}$，则 $S\cup T=\{1,2,4,8\}$，共 4 个元素

$S=\{3,9,27\}$ 此时 $T=\{27,81,243\}$，则 $S\cup T=\{3,9,27,81,243\}$，共 5 个元素

$S=\{2,4,8,16\}$ 此时 $T=\{8,16,32,64,128\}$，则 $S\cup T=\{2,4,8,16,32,64,128\}$，共 7 个元素

法二：若 S 集合有三个元素，设 $S=\{a,b,c\}(a<b<c)$，则 $T=\{ab,ac,bc\}$

由构造条件可知，$\frac{c}{a}=c$ 或者 $\frac{c}{a}=b$，即 $S=\{1,b,c\},T=\{b,c,bc\}$ 或 $S=\{a,a^2,a^3\},T=\{a^3,a^4,a^5\}$，故此时 $S\cup T$ 有 4 个或 5 个元素，故排除 C,D.

若 S 集合有四个元素，设 $S=\{a,b,c,d\}(a<b<c<d)$，则 $T=\{ab,ac,ad,bc,bd,cd\}$，此时 T 中任意两个数相除一定会出现 $\frac{cd}{ab},\frac{cd}{ac},\frac{cd}{ad},\frac{cd}{bc},\frac{cd}{bd}$，即 $\frac{cd}{ab},\frac{d}{a},\frac{c}{a},\frac{d}{b},\frac{c}{b}$，比较大小可知 $\frac{cd}{ab}$ 最大，$\frac{d}{a}>\frac{d}{b}$，$\frac{c}{a}>\frac{c}{b}$，$\frac{d}{a}>\frac{c}{a}$，故这几个数里 $\frac{d}{a}$ 第二大，$\frac{c}{b}$ 最小，而 $\frac{c}{a}$、$\frac{d}{b}$ 无法比较大小。但由条件②可知，$\begin{cases}\frac{cd}{ab}=d\\ \frac{d}{a}=c\\ \frac{c}{a}=\frac{d}{b}=b\\ \frac{c}{b}=a\end{cases}$，故 $\begin{cases}b=a^2\\ c=a^3\\ d=a^4\end{cases}$，即 $S=\{a,a^2,a^3,a^4\},T=\{a^3,a^4,a^5,a^6,a^7\}$，$S\cup T$ 有 7 个元素.

11.答案：10

解析：因为 $\{a_n\}$满足 $a_n=\frac{n(n+1)}{2}$，所以 $a_1=\frac{1\times2}{2}=1$，$a_2=\frac{2\times3}{2}=3$，$a_3=\frac{3\times4}{2}=6$，

所以 $S_3=a_1+a_2+a_3=10$.

12.答案：80;122

解析：由二项式定理可得$(1+2x)^5=C_5^r(2x)^r=2^rC_5^rx^r$,则 $a_4=C_5^2\,2^4=80$，

$a_1+a_3+a_5=C_5^1\cdot 2+C_5^3 2^3+C_5^5 2^5=122$.

13.答案：$-\frac{3}{5}$；$\frac{1}{3}$

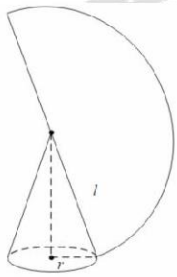
解析：因为 tan θ=2,所以 $\cos 2\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta=\frac{\cos^2\theta-\sin^2\theta}{\cos^2\theta+\sin^2\theta}$

$$=\frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}=\frac{1-2^2}{1+2^2}=-\frac{3}{5}$$

$$\tan(\theta-\frac{\pi}{4})=\frac{\tan\theta-\tan\frac{\pi}{4}}{1+\tan\theta\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{2-1}{1+2\times 1}=\frac{1}{3}$$

14.答案：1

解析：



本题主要考查空间几何体。

设圆锥母线长为 l，底面半径为 r，则 $\frac{1}{2}\times\pi\times l^2=2\pi$，解得 l=2 或 l=-2（舍去），

又因为 $2\pi r=\frac{1}{2}\times 2\pi l$，解得 r=1。

15.答案：$\frac{\sqrt{3}}{3}$，$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

解析：本题主要考查圆与方程。

由题干可知圆 C_1：（0.0），半径为 1，圆 C_2（4.0），半径为 1。

由题意可知，$\begin{cases}\dfrac{|b|}{\sqrt{k^2+1}}=1\\ \dfrac{|4k+b|}{\sqrt{k^2+1}}=1\end{cases}$

解得 $\begin{cases}k=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\\ b=-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}k=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\\ b=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\end{cases}$ （舍去，因为k>0）。

故本题正确答案为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$。

16.答案： $\dfrac{1}{3},1$

解析： $P(\xi=0)$ 有两种情况，一是第一次取出红球，二是第一次绿，第二次红，故

$P(\xi=0)=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{3}$；

同理 $P(\xi=1)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{3}$

$P(\xi=2)=\dfrac{1}{3}$ 故 $E(\xi)=1\times\dfrac{1}{3}+2\times\dfrac{1}{3}=1$

17.答案： $\dfrac{28}{29}$

解析：设单位向量 $\vec{e_1},\vec{e_2}$ 夹角为 θ，$\left|2\vec{e_1}-\vec{e_2}\right|\le\sqrt{2}$ 两边平方得:

$5-4\cos\theta\le 2$，即 $\cos\theta\ge\dfrac{3}{4}$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\left(\vec{e_1}+\vec{e_2}\right)\cdot\left(3\vec{e_1}+\vec{e_2}\right)=4+4\cos\theta$；

$$\cos^2\left\langle\vec{a},\vec{b}\right\rangle=\left(\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|}\right)^2=\left[\frac{4+4\cos\theta}{\sqrt{(2+2\cos\theta)}\sqrt{(10+6\cos\theta)}}\right]^2$$

$$=\frac{(4+4\cos\theta)^2}{(2+2\cos\theta)(10+6\cos\theta)}=2\cdot\frac{2+2\cos\theta}{5+3\cos\theta}=2\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{5+3\cos\theta}\right)$$

故当 $\cos\theta=\dfrac{3}{4}$ 时，原式最小为 $\dfrac{28}{29}$.

18.答案（1） $B=\dfrac{\pi}{3}$

（2） $\left(\dfrac{1+\sqrt{3}}{2},\dfrac{3}{2}\right]$

解析

（1）由正弦定理：$2\sin A\sin B-\sqrt{3}\sin A=0$，

$\because A\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$\therefore \sin A>0$

$\therefore 2\sin B=\sqrt{3}$

$\therefore \sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\because B\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$

$\therefore B=\frac{\pi}{3}$

（2）由（1）得 $B=\frac{\pi}{3}$

$\therefore \cos B=\frac{1}{2}$，$A+C=\frac{2\pi}{3}$

$$\begin{aligned}\cos A+\cos B+\cos C&=\cos A+\frac{1}{2}+\cos\left(\frac{2\pi}{3}-A\right)\\&=\frac{1}{2}+\cos A+\left(-\frac{1}{2}\right)\cos A+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin A\\&=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos A+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin A\\&=\frac{1}{2}+\sin\left(A+\frac{\pi}{6}\right)\end{aligned}$$

$\because$ ΔABC 为锐角三角形，

$\therefore$ $A\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$C=\frac{2\pi}{3}-A\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$

$\therefore \frac{\pi}{6}<A<\frac{\pi}{2}$，$\therefore \frac{\pi}{3}<A+\frac{\pi}{6}<\frac{2\pi}{3}$，$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2}<\sin\left(A+\frac{\pi}{6}\right)\leqslant 1$

$\therefore \cos A+\cos B+\cos C=\frac{1}{2}+\sin\left(A+\frac{\pi}{3}\right)\in\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2}\right]$

19.

答案：（1）详见解析

（2） $\frac{\sqrt{3}}{3}$

解析：（1）作 $DP\perp AC$，连接 PB。设 $DB=2BC=2$,由 $\angle ACD=45^{\circ}$ 可知 $DP=PC=\sqrt{2}$,在 $\triangle BCP$ 中 $\angle ACB=45^{\circ}$ 可得 $PB=BC=1$ 且 $PB\perp BC$，因为面 $ADFC\perp$ 面 ABC，$DP\perp AC$，面 $ADFC\cap$ 面 $ABC=AC$，所以 $DP\perp ABC$,则 $DP\perp BC$，所以 $BC\perp PBD$，故 $BC\perp BD$。又因为 $BC//\mathrm{EF}$，所以 $EF\perp BD$。

（2）因为 $DEF-ABC$ 为三棱台，故 $DF//\mathrm{PC}$，DF 与平面 DBC 所成角的正弦值等于 PC 与平面 DBC 所成角的正弦值，由（1）已知 $BC\perp PBD$，所以 $PBD\perp DBC$，作 $PH\perp DB$，连接 HC，PC 与平面 DBC 所成角为 $\angle HCP$。$HP=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$，故 $\sin\angle HCP=\frac{HP}{PC}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以 DF 与平面 DBC 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$。

20.答案（1） $a_n=\frac{4^{n-1}+3}{4}$ **（2）证明见解析**

（1）若 $\{b_n\}$ 为等比数列，$q>0$，$b_1+b_2=6b_3$，则 $b_1+b_1q=6b_1q^2$，解得 $q=\frac{1}{2}$。

$\therefore\ \mathrm{c}_{n+1}=\frac{b_n}{b_{n+2}}c_n=\frac{1}{q^2}c_n=4c_n$，可得 $c_n=4^{n-1}c_1=4^{n-1}$，

当 $n\geqslant 2$ 时，

$$\begin{aligned}a_n&=(a_n-a_{n-1})+(a_{n-1}-a_{n-2})+\cdots+(a_2-a_1)+a_1\\&=\mathrm{c}_{n-1}+\mathrm{c}_{n-2}+\cdots+\mathrm{c}_1+a_1\\&=4^{n-2}+4^{n-3}+\cdots+4^0+1\\&=\frac{4^{n-1}+3}{4}\end{aligned}$$

$a_1=1=\frac{4^{1-1}+3}{4}$ 符合，

$\therefore a_n=\frac{4^{n-1}+3}{4}$

（2）证明：若 $\{b_n\}$ 为等差数列，则 $b_n=b_1+(n-1)d$，$\mathrm{c}_{n+1}=\frac{b_n}{b_{n+2}}c_n$

当 $n\geqslant 2$ 时，累乘法得

$$c_n=\frac{c_n}{c_{n-1}}\cdot\frac{c_{n-1}}{c_{n-2}}\cdot\frac{c_{n-2}}{c_{n-3}}\cdot\frac{c_{n-3}}{c_{n-4}}\cdot\cdots\cdot\frac{c_3}{c_2}\cdot\frac{c_2}{c_1}\cdot c_1$$
$$=\frac{b_{n-1}}{b_{n+1}}\cdot\frac{b_{n-2}}{b_n}\cdot\frac{b_{n-3}}{b_{n-1}}\cdot\frac{b_{n-4}}{b_{n-2}}\cdot\cdots\cdot\frac{b_2}{b_4}\cdot\frac{b_1}{b_3}\cdot c_1$$
$$=\frac{b_2b_1}{b_{n+1}b_n}\cdot c_1$$
$$=\frac{1+d}{[1+nd][1+(n-1)d]}$$
$$=\frac{\frac{1}{d}(1+d)}{1+(n-1)d}-\frac{\frac{1}{d}(1+d)}{1+nd}$$

$$c_1+c_2+c_3+\cdots+c_n=\frac{1+d}{d}\left(1-\frac{1}{1+d}+\frac{1}{1+d}-\frac{1}{1+2d}+\cdots+\frac{1}{1+(n-1)d}-\frac{1}{1+nd}\right)$$
$$=\frac{1+d}{d}\left(1-\frac{1}{1+nd}\right)=\frac{(1+d)(nd)}{d(1+nd)}=\frac{n+nd}{1+nd}$$
$$=\frac{1+nd+n-1}{1+nd}=1+\frac{n-1}{1+nd}=1+\frac{1}{\frac{1}{n-1}+\frac{n}{n-1}d}$$

$\because\frac{n}{n-1}d>d$ ，$\therefore\frac{1}{\frac{1}{n-1}+\frac{n}{n-1}d}<\frac{1}{d}$

$\therefore c_1+c_2+c_3+\cdots+c_n=1+\frac{1}{\frac{1}{n-1}+\frac{n}{n-1}d}<1+\frac{1}{d}$，命题得证。

21、答案：见解析。

解析：（1）由题意可得，焦点的坐标为$F\left(\frac{1}{32},0\right)$;

（2）设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),M(x_3,y_3),C(-x_1,-y_1)$,则 OM // BC,

$k_{AM}\times k_{OM}=k_{AB}\times k_{BC}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}\times\frac{y_1+y_2}{x_1+x_2}=\frac{y_1^2-y_2^2}{x_1^2-x_2^2}=-\frac{1}{2}$,

则$k_{AM}\times k_{OM}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}\times\frac{y_3}{x_3}=\frac{2p(y_1-y_3)}{y_1^2-y_3^2}\times\frac{y_3}{x_3}=\frac{2p}{y_1+y_3}\times\frac{2p}{y_3}=-\frac{1}{2}$

$\Rightarrow y_3^2+y_3y_1+8p^2=0$

若y_3存在，则$\Delta=y_1^2-32p^2\geq 0$,

由于$\frac{x_1^2}{2}+2px_1=1\Rightarrow x_1=-2p+\sqrt{2+4p^2}$,于是$y_1^2=2px_1=-4p^2+2p\sqrt{2+4p^2}$

故$-4p^2+2p\sqrt{2+4p^2}\geq 32p^2\Rightarrow\sqrt{2+4p^2}\geq 18p\Rightarrow p\leq\frac{\sqrt{10}}{40}$,

于是 p 最大值为$\frac{\sqrt{10}}{40}$，此时$y_1=\frac{\sqrt{5}}{5}$,即在$A\left(\frac{2\sqrt{10}}{5},\ \frac{\sqrt{5}}{5},\right)$时取到。

22.答案：见解析

(1) 证明：$\because f'(x)=e^x-1$

$\therefore$ 当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$

$\therefore f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增.

又 $\because f(0)=1-a$，$f(2)=e^2-2-a$ 且 $1<a\le 2$

$\therefore f(0)<0$，$f(2)>0$

$\therefore$ 函数 $y=f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有唯一零点.

（2）

①证明：$\sqrt{a-1}\le x_0\le\sqrt{2(a-1)}$

由于 $f(x)$ 单调递增，$1<a\le 2$，$x_0\in(0,+\infty)$，记 x_0 的最大值为 t，$e^t=2+t$

则右边：由于 $x\ge 0$ 时，$e^x\ge 1+x+\frac{x^2}{2}$，且 $e^{x_0}=x_0+a$，得 $a\ge 1+\frac{{x_0}^2}{2}$，即 $x_0\le\sqrt{2(a-1)}$

左边：要证明 ${x_0}^2\ge a-1=e^{x_0}-x_0-1$，即需证明 $e^{x_0}-{x_0}^2-x_0-1\le 0$

构造 $h(x)=e^x-x^2-x-1$，则 $h(x)'=e^x-2x-1$，$h(x)''=e^x-2$，

所以 $h(x)'$ 在 $(0,\ln 2)$ 上单调递减，在 $(\ln 2,+\infty)$ 上单调递增，

即 $h(x)'\le\max\left\{h(0)',h(t)'\right\}=0$，$h(x)$ 在 $(0，t)$ 上单减，$h(x)\le h(0)=0$，得证。

②证明：$x_0f\left(e^{x_0}\right)\ge(e-1)(a-1)a$

$\Leftrightarrow x_0 f\left(x_0+a\right) \geq (e-1)(a-1)a$

$\Leftrightarrow x_0\left[e^{x_0+a}-x_0-2a\right] \geq (e-1)(a-1)a$

$\Leftrightarrow x_0\left[e^a\left(x_0+a\right)-x_0-2a\right] \geq (e-1)(a-1)a$

由$x_0 \geq \sqrt{a-1} \geq a-1$得

$\Leftrightarrow \left(e^a-1\right)x_0+\left(e^a-2\right)a \geq (e-1)a$

由$e^a-1 \geq a\left(1<a \leq 2\right)$得

$\Leftrightarrow ax_0+\left(e^a-2\right)a \geq (e-1)a$

$\Leftrightarrow x_0+\left(e^a-2\right) \geq (e-1)$

$\Leftrightarrow x_0 \geq e+1-e^a$

由 $x_0>0, e+1-e^a \leq 0$ 得，上述不等式成立，证毕。