

## 2020浙江高考真题数学卷

一、选择题。

 1. 已知集合  $P = \{x|1 < x < 4\}$ ,  $Q = \{x|2 < x < 3\}$ , 则  $P \cap Q = (\quad)$ 

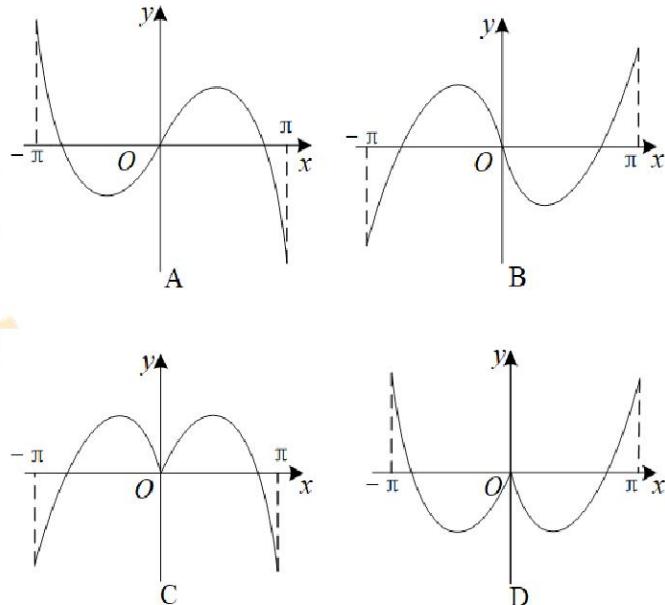
- A.  $\{x|1 < x \leq 2\}$     B.  $\{x|2 < x < 3\}$     C.  $\{x|3 \leq x < 4\}$     D.  $\{x|1 < x < 4\}$

 2. 已知  $a \in R$ , 若  $a - 1 + (a - 2)i$ , ( $i$  是虚数单位) 是实数, 则  $a = (\quad)$ 

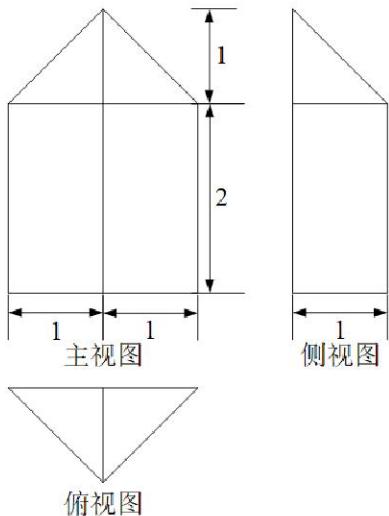
- A. 1    B. -1    C. 2    D. -2

 3. 若实数  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x - 3y + 1 \leq 0 \\ x + y - 3 \geq 0 \end{cases}$ , 则  $z = x + 2y$  的取值范围是 (\quad)

- A.  $(-\infty, 4]$     B.  $[4, +\infty)$     C.  $[5, +\infty)$     D.  $(-\infty, +\infty)$

 4. 函数  $y = x \cos x + \sin x$  在区间  $[-\pi, \pi]$  的图像大致为 (\quad)


5. 某几何体的三视图(单位: cm)如图所示, 则该几何体的体积(单位:  $\text{cm}^3$ )是( )。



A.  $\frac{7}{3}$

B.  $\frac{14}{3}$

C. 3

D. 6

6. 已知空间中不过同一点的三条直线  $m, n, l$ , 则“ $m, n, l$  在同一平面”是“ $m, n, l$  两两相交”的( )

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充分必要条件
- D. 既不充分也不必要条件

7. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 公差  $d \neq 0$ ,  $\frac{a_1}{d} \leq 1$ . 记  $b_1 = S_2, b_{n+1} = S_{n+2} - S_{2n}, n \in N^*$ ,

下列等式不可能成立的是( )

A.  $2a_4 = a_2 + a_6$     B.  $2b_4 = b_2 + b_6$     C.  $a_4^2 = a_2 a_8$     D.  $b_4^2 = b_2 b_8$

8. 已知点  $O(0,0), A(-2,0), B(2,0)$ , 设点  $P$  满足  $|PA| - |PB| = 2$ , 且  $P$  为函数  $y = 3\sqrt{4-x^2}$  图

像上的点, 则  $|OP| =$ ( )

A.  $\frac{\sqrt{22}}{2}$     B.  $\frac{4\sqrt{10}}{5}$     C.  $\sqrt{7}$     D.  $\sqrt{10}$

9. 已知  $a, b \in R$ , 且  $ab \neq 0$ ,  $(x-a)(x-b)(x-2a-b) \geq 0$  在  $x \geq 0$  时恒成立, 则

- A.  $a < 0$
- B.  $a > 0$
- C.  $b < 0$
- D.  $b > 0$



10. 两个集合  $S, T$ , 两个集合中的元素为正整数, 且都至少有 2 个元素。 $S, T$  满足以下 2 个条件: ①任意  $x, y \in S$ , 则  $xy \in T$ ; ②任意  $x, y \in T$ , 且  $x < y$ , 则  $\frac{y}{x} \in S$ , 以下正确的选项是 ( )

- A. 若  $S$  有 4 个元素, 则  $S \cup T$  有 7 个元素.
- B. 若  $S$  有 4 个元素, 则  $S \cup T$  有 6 个元素.
- C. 若  $S$  有 3 个元素, 则  $S \cup T$  有 5 个元素.
- D. 若  $S$  有 3 个元素, 则  $S \cup T$  有 4 个元素.

二、填空题。

11. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ , 则  $s_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12. 二项展开式  $(1+2x)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ , 则  $a_4 = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $a_1 + a_3 + a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\cos 2\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $\tan\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 已知圆锥的侧面积为  $2\pi$ , 且它的侧面展开图是一个半圆, 则底面半径是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 设直线  $l: y=kx+b$  ( $k>0$ ), 圆  $C_1: x^2+y^2=1$ ,  $C_2: (x-4)^2+y^2=1$ , 若直线  $l$  与  $C_1, C_2$  均相切, 则  $k=\underline{\hspace{2cm}}$ ;  $b=\underline{\hspace{2cm}}$ .

16. 一个盒子里有 1 个红 1 个绿 2 个黄 4 个相同的球, 每次取一个, 不放回, 直到取出红球为止, 设此过程中取到黄球的个数为  $\xi$ , 则  $P(\xi=0)=\underline{\hspace{2cm}}$ ,  $E(\xi)=\underline{\hspace{2cm}}$ .

17. 已知  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  为单位向量, 且  $|2\vec{e}_1 - \vec{e}_2| \leq \sqrt{2}$ ,  $\vec{a} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$ ,  $\vec{b} = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2$ , 则  $\cos^2 \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$  的最小值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

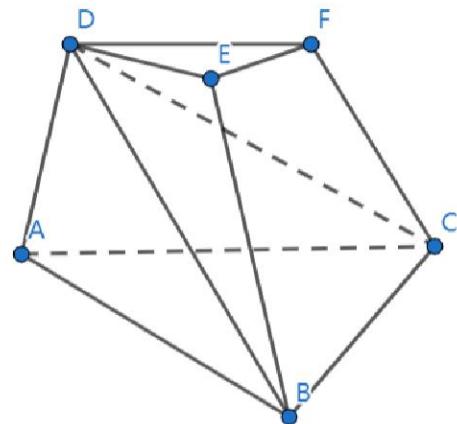
三、解答题。

18. 在锐角三角形  $\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  分别为角  $A, B, C$  的对边, 满足  $2b \sin A - \sqrt{3}a = 0$ ,

- (1) 求  $B$
- (2) 求  $\cos A + \cos B + \cos C$  的取值范围.

19. 已知三棱台  $ABC - DEF$ , 面  $ACDF \perp$  面  $ABC$ , 且  $DC = 2BC$ ,  $\angle DCA = \angle ACB = 45^\circ$

- (1) 证明:  $EF \perp BD$
- (2) 求  $DF$  与面  $DBC$  所成角的正弦值



20. 已知数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ ,  $\{c_n\}$  中,  $a_1 = b_1 = c_1$ ,  $c_n = a_{n+1} - a_n$ ,  $n \in N^*$ ,  $c_{n+1} = \frac{b_n}{b_{n+2}}c_n$ ,

$$n \in N^*.$$

- (1) 若  $\{b_n\}$  为等比数列,  $q > 0$ ,  $b_1 + b_2 = 6b_3$ , 求  $q$  与  $\{a_n\}$  的通项公式。

- (2) 若  $\{b_n\}$  为等差数列, 公差  $d > 0$ , 求证  $c_1 + c_2 + \dots + c_n < 1 + \frac{1}{d}$ ,  $n \in N^*$

21. 已知椭圆  $C_1: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ , 抛物线  $C_2: y^2 = 2px (p > 0)$ , 点  $A$  是椭圆  $C_1$  与抛物线  $C_2$  的交点,

过点  $A$  的直线  $l$  交椭圆  $C_1$  于点  $B$ , 交抛物线  $C_2$  于点  $M$  ( $B$ 、 $M$  不同于  $A$ ) .

- (1) 若  $p = \frac{1}{16}$ , 求抛物线  $C_2$  的焦点坐标

- (2) 若存在不过原点的直线  $l$  使得  $M$  是线段  $AB$  的中点, 求  $p$  的最大值.



22. 已知  $1 < a \leq 2$ , 函数  $f(x) = e^x - x - a$ , 其中  $e=2.718281828459\dots$  为自然对数的底数.

(1) 证明: 函数  $y = f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上有唯一零点;

(2) 记  $x_0$  为函数  $y = f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上的零点, 证明:  $c_1 + c_2 + \dots + c_n < 1 + \frac{1}{d}$ .