考点 12　空间向量与立体几何

一、选择题

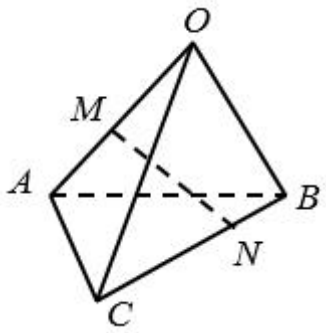
1．在空间直角坐标系中，已知点 $P(1,2,3)$，过点 P 作平面 xOz 的垂线 PQ，垂足为 Q，则点 Q 的坐标为（　　）

A．$(0,2,0)$　　B．$(0,2,3)$　　C．$(1,0,3)$　　D．$(1,2,0)$

2．已知 $\vec{a}=(2,-3,1)$，$\vec{b}=(4,-6,x)$，若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 x 等于（　　）

A．-26　　B．-10　　C．2　　D．10

3．如图，空间四边形 $OABC$ 中，$\overrightarrow{OA}=\vec{a},\overrightarrow{OB}=\vec{b},\overrightarrow{OC}=\vec{c}$，点 M 是 OA 的中点，点 N 在 BC 上，且 $\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{NB}$，设 $\overrightarrow{MN}=x\vec{a}+y\vec{b}+z\vec{c}$，则 x，y，z 的值为（　　）



A．$\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{2}{3}$　　B．$\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{1}{3}$　　C．$-\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{1}{3}$　　D．$-\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{2}{3}$

4．若向量 $\vec{a}=(1,-1,2)$，$\vec{b}=(2,1,-3)$，则 $\left|2\vec{a}+\vec{b}\right|=$（　　）

A．$\sqrt{7}$　　B．$2\sqrt{2}$　　C．3　　D．$3\sqrt{2}$

5．已知向量 $\vec{a}=\left(1,-\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)$，$\vec{b}=\left(-3,\lambda,-\frac{15}{2}\right)$ 满足 $\vec{a}//\vec{b}$，则 λ 等于（　　）

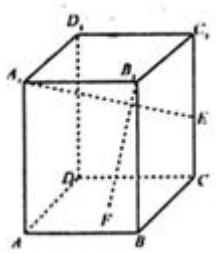
A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{9}{2}$　　C．$-\frac{9}{2}$　　D．$-\frac{2}{3}$

二、填空题

6．在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中，设点 M 是点 $N(2,-3,5)$ 关于坐标平面 xoy 的对称点，点 $P(1,2,3)$ 关于 x 轴对称点 Q，则线段 MQ 的长度等于_____.

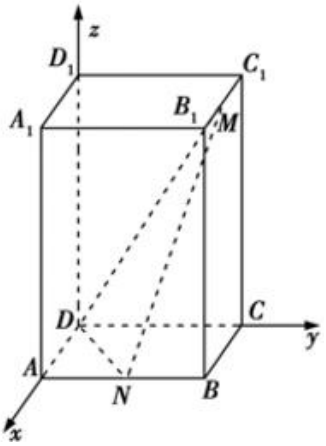
7．设正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，则点 D_1 到平面 A_1BD 的距离是_____.

8．如图所示，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=2$，$CC_1=4$，点 E 是线段 CC_1 的中点，点 F 是正方形 $ABCD$ 的中心，则直线 A_1E 与直线 B_1F 所成角的余弦值为_____.



三、解答题

9．已知长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$|AB|=|BC|=2$，$|D_1D|=3$，点 N 是 AB 的中点，点 M 是 B_1C_1 的中点．建立如图所示的空间直角坐标系．



（1）写出点 D,N,M 的坐标；

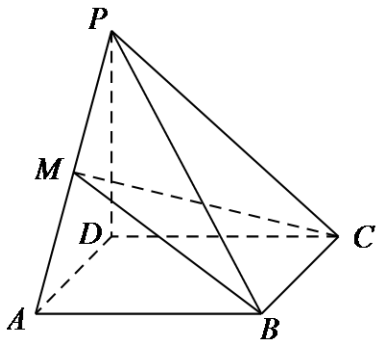
（2）求线段 MD,MN 的长度；

（3）判断直线 DN 与直线 MN 是否互相垂直，说明理由．

10．如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形，M 是 PA 的中点，$PD\perp$ 平面 $ABCD$，且 $PD=CD=4$，$AD=2$．

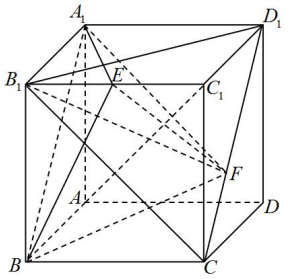
（1）求 AP 与平面 CMB 所成角的正弦．

（2）求二面角 $M-CB-P$ 的余弦值．



一、选择题

11．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E 是棱 B_1C_1 的中点，点 F 是线段 CD_1 上的一个动点．有以下三个命题：



①异面直线 AC_1 与 B_1F 所成的角是定值；

②三棱锥 $B-A_1EF$ 的体积是定值；

③直线 A_1F 与平面 B_1CD_1 所成的角是定值．

其中真命题的个数是(　　)

A．3　　B．2　　C．1　　D．0

12．已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$，$\angle ABC=90°$，$AB=BC=AA_1=2$，BB_1 和 B_1C_1 的中点分别为 E、F，则 AE 与 CF 夹角的余弦值为（　　）

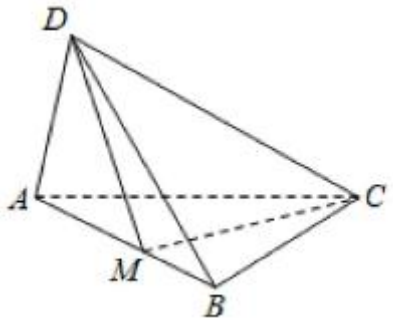
A．$\frac{\sqrt{3}}{5}$　　B．$\frac{2}{5}$　　C．$\frac{4}{5}$　　D．$\frac{\sqrt{15}}{5}$

二、填空题

13．已知三校锥 $P-ABC$ 的四个顶点在球 O 的球面上，$PA\perp$ 平面 ABC，ΔABC 是边长为 2 的正三角形，

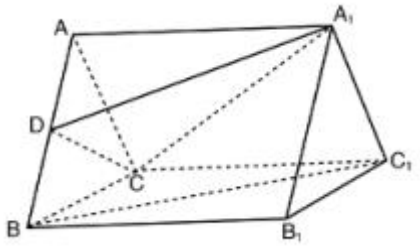
D、E、F 分别是 AB、BC、CP 的中点，且 $\cos\angle DFE=\dfrac{3}{4}$，则球 O 的表面积为_____.

14．如图，在四面体 $D-ABC$ 中，$AD=BD=AC=BC=5$，$AB=DC=6$.若 M 为线段 AB 上的动点（不包含端点），则二面角 $D-MC-B$ 的余弦值取值范围是_____.



三、解答题

15．如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，D 是 AB 的中点.



（1）证明：BC_1 // 平面 A_1CD；

（2）若 $\triangle ABC$ 是边长为 2 的正三角形，且 $BC=BB_1$，$\angle CBB_1=60°$，平面 $ABC\perp$ 平面 BB_1C_1C.

求平面 A_1CD 与侧面 BB_1C_1C 所成二面角的正弦值.