考点 19　概率

一、选择题

1．为庆祝建国 70 周年，某校举办“唱红歌，庆十一”活动，现有 A 班 3 名学生，B 班 2 名学生，从这 5 名学生中选 2 人参加该活动，则选取的 2 人来自不同班级的概率为（　　）

A．$\frac{3}{5}$　　B．$\frac{2}{5}$　　C．$\frac{7}{10}$　　D．$\frac{3}{10}$

【答案】A

【解析】将 A 班学生编号为 a,b,c，B 班学生编号为 d,e．

则选取两人有 (a,b)，(a,c)，(a,d)，(a,e)，(b,c)，(b,d)，(b,e)，(c,d)，(c,e)，(d,e)，共 10 种选法，其中 2 人来自不同班级的有 (a,d)，(a,e)，(b,d)，(b,e)，(c,e)，(d,e)，共 6 种，

$\therefore$ 所求概率 $p=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$．

故选 A．

2．如图，边长为 2 的正方形中有一阴影区域，在正方形中随机撒一粒豆子，它落在阴影区域内的概率为 $\frac{2}{3}$．则阴影区域的面积约为（　　）



A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{4}{3}$　　C．$\frac{8}{3}$　　D．无法计算

【答案】C

【解析】设阴影区域的面积为 s，$\frac{s}{4}=\frac{2}{3}$，所以 $s=\frac{8}{3}$．

故选 C．

3．节日前夕，小李在家门前的树上挂了两串彩灯，这两串彩灯的第一次闪亮相互独立，且都在通电后的 4 秒内任一时刻等可能发生，然后每串彩灯以 4 秒为间隔闪亮，那么这两串彩灯同时同时通电后，它们第一次闪亮的时候相差不超过 2 秒的概率是（　　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{3}{4}$　　D．$\frac{7}{8}$

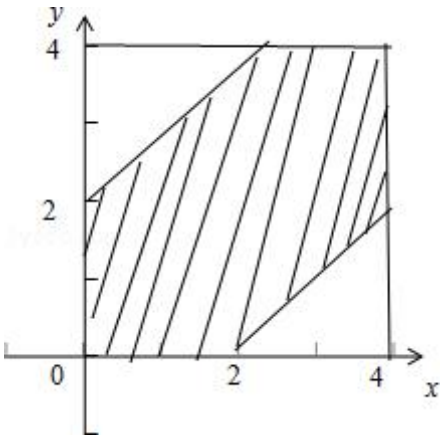
【答案】C

【解析】设两串彩灯第一次闪亮的时刻分别为 x，y，

由题意可得 $0\le x\le 4$，$0\le y\le 4$，

它们第一次闪亮的时候相差不超过 2 秒，则 $|x-y|\le 2$，

由几何概型可得所求概率为上述两平面区域的面积之比，



由图可知所求的概率为：$\dfrac{16-2\times\frac{1}{2}\times 2\times 2}{16}=\dfrac{3}{4}$.

故选 C

4．12 件同类产品中，有 10 件是正品，2 件是次品，从中任意抽出 3 件，与“抽得 1 件次品 2 件正品”互斥而不对立的事件是（　　）

A．抽得 3 件正品　　B．抽得至少有 1 件正品

C．抽得至少有 1 件次品　　D．抽得 3 件正品或 2 件次品 1 件正品

【答案】A

【解析】对于 A ，抽得 3 件正品与抽得 1 件次品 2 件正品是互斥而不对立事件;

对于 B ，抽得至少有 1 件正品与抽得 1 件次品 2 件正品不是互斥事件,

对于 C ，抽得至少有 1 件次品与抽得 1 件次品 2 件正品不是互斥事件,

对于 D ，抽得 3 件正品或 2 件次品 1 件正品与抽得 1 件次品 2 件正品既是互斥也是对立事件.

故选 A

5．气象台预报“本市明天降雨概率是 70%”，下列说法正确的是（　　）

A．本市明天将有 70%的地区降雨　　B．本市有天将有 70%的时间降雨

C．明天出行不带雨具淋雨的可能性很大　　D．明天出行不带雨具肯定要淋雨

【答案】C

【解析】气象台预报“本市明天降雨概率是 70%”,则本市明天降雨的可能性比较大.与降水地区面积和降

水时间无关,所以 A,B 错误.

降水概率是事件发生的可能,不是一定会发生的事情,所以 D 错误.

而由降水概率是 70%,可知降水概率较大,所以明天出行不带雨具淋雨的可能性很大,所以 C 正确.

故选 C.

二、填空题

6. 2020 年初,湖北成为全国新冠疫情最严重的省份,面临医务人员不足,医疗物资紧缺等诸多困难,全国人民心系湖北,志愿者纷纷驰援.若某医疗团队从甲,乙,丙,丁 4 名医生志愿者中,随机选取 2 名医生赴湖北支援,则甲被选中的概率为_____.

【答案】$\frac{1}{2}$

【解析】某医疗团队从甲,乙,丙,丁 4 名医生志愿者中,随机选取 2 名医生赴湖北支援,

基本事件有（甲,乙）,（甲,丙）,（甲,丁）,（乙,丙）,（乙,丁）,（丙,丁）共 6 个.

甲被选中包含的基本事件有（甲,乙）,（甲,丙）,（甲,丁）共 3 个,

∴甲被选中的概率为 $p=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

故填 $\frac{1}{2}$.

7. 有甲、乙两种报纸供市民订阅，记事件 A 为“只订甲报纸”，事件 B 为“至少订一种报纸”，事件 C 为“至多订一种报纸”，事件 D 为“不订甲报纸”，事件 E 为“一种报纸也不订”. 下列命题正确的是_____.

①A 与 C 是互斥事件　　②B 与 E 是互斥事件，且是对立事件

③B 与 C 不是互斥事件　　④C 与 E 是互斥事件

【答案】②③

【解析】①A 与 C 不是互斥事件　②B 与 E 是互斥事件，且是对立事件　③B 与 C 不是互斥事件　④C 与 E 不是互斥事件.

故填②③

8. 若 $a\in\{-1,0,1,2\}$，则方程 $x^2+2x+a=0$ 有实根的概率为_____.

【答案】$\frac{3}{4}$

【解析】∵方程 $x^2+2x+a=0$ 有实根，

∴$\Delta=2^2-4a\geq 0$，解得 $a\leq 1$

$\therefore a=-1,0,1$时满足要求，

则方程$x^2+2x+a=0$有实根的概率为$\frac{3}{4}$.

故填$\frac{3}{4}$

三、解答题

9．从一批苹果中，随机抽取 50 个，其重量（单位：克）的频数分布表如下：

分组（重量）	$[80,85)$	$[85,90)$	$[90,95)$	$[95,100)$
频数（个）	5	10	20	15

（1）根据频数分布表计算苹果的重量在$[90,95)$的频率；

（2）用分层抽样的方法从重量在$[80,85)$和$[95,100)$的苹果中共抽取 4 个，其中重量在$[80,85)$的有几个？

（3）在（2）中抽出的 4 个苹果中，任取 2 个，写出所有可能的结果，并求重量在$[80,85)$和$[95,100)$中各有 1 个的概率.

【解析】（1）苹果的重量在$[90,95)$的频率为$\frac{20}{50}=0.4$

（2）重量在$[80,85)$的有$4\times\frac{5}{5+15}=1$（个）

（3）设这 4 个苹果中重量在$[80,85)$的有 1 个，记为 1，重量在$[90,95)$的有 3 个，分别记为 2，3，4，从中任取两个，可能的情况有：（1，2），（1，3），（1，4），（2，3），（2，4），（3，4）共 6 种，设任取 2 个，重量在$[80,85)$和$[95,100)$中各有 1 个的事件为A，则事件A包含有（1，2），（1，3），（1，4）共 3 种，所以$P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

10．健身馆某项目收费标准为每次 60 元，现推出会员优惠活动：具体收费标准如下：

消费次数	第 1 次	第 2 次	第 3 次	不少于 4 次
收费比例	0.95	0.90	0.85	0.80

现随机抽取了 100 位会员统计它们的消费次数，得到数据如下：

消费次数	1 次	2 次	3 次	不少于 4 次
频数	60	25	10	5

假设该项目的成本为每次 30 元，根据给出的数据回答下列问题：

（1）估计 1 位会员至少消费两次的概率

（2）某会员消费 4 次，求这 4 次消费获得的平均利润；

【解析】（1）根据消费次数表,估计 1 位会员至少消费两次的概率 $P=\dfrac{25+10+5}{100}=\dfrac{2}{5}$;

（2）第 1 次消费利润 $60\times0.95-30=27$;

第 2 次消费利润 $60\times0.90-30=24$;

第 3 次消费利润 $60\times0.85-30=21$;

第 4 次消费利润 $60\times0.80-30=18$;

这 4 次消费获得的平均利润: $\dfrac{27+24+21+18}{4}=22.5$.

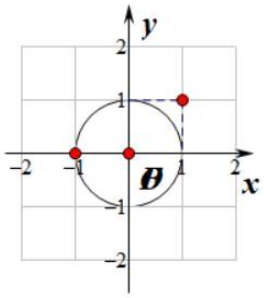
一、选择题

11．某数学小组在国际数学日（每年 3 月 14 日）开展相关活动，其中一个活动是用随机模拟实验的方法获得 π 的近似值.现通过计算器随机获得 500 个点的坐标 $(x,y)(0<x<1,0<y<1)$，其中有 399 个点的坐标满足 $x^2+y^2\le1$，据此可估计 π 的值约为（　　）

A．3.19　　B．3.16　　C．3.14　　D．3.11

【答案】A

【解析】如图所示，



点 $(x,y)(0<x<1,0<y<1)$ 落在一个边长为 1 的小正方形内，正方形面积为 1，

$x^2+y^2\le1$ 指一个半径为 1 的圆以及此圆内部的所有区域，

圆与小正方形重合的区域面积为$\frac{\pi}{4}$，

因为获得 500 个点$(x,y)(0<x<1,0<y<1)$的坐标，有 399 个点的坐标满足$x^2+y^2\le 1$，

所以$\frac{\frac{\pi}{4}}{1}\approx\frac{399}{500}$，$\pi\approx 3.19$，

故选 A.

12．小明家的晚报在下午 5:30－6:30 任何一个时间随机地被送到，他们一家人在下午 6:00－7:00 任何一个时间随机地开始晚餐．为了计算晚报在晚餐开始之前被送到的概率，某小组借助随机数表的模拟方法来计算概率，他们的具体做法是将每个 1 分钟的时间段看作个体进行编号，5:30－5:31 编号为 01，5:31－5:32 编号为 02，依此类推，6:59－7:00 编号为 90．在随机数表中每次选取一个四位数，前两位表示晚报时间，后两位表示晚餐时间，如果读取的四位数表示的晚报晚餐时间有一个不符合实际意义，视为这次读取的无效数据（例如下表中的第一个四位数 7840 中的 78 不符合晚报时间）．按照从左向右，读完第一行，再从左向右读第二行的顺序，读完下表，用频率估计晚报在晚餐开始之前被送到的概率为（　　）

7840	1160	5054	3139	8082	7732	5034	3682	4829	4052
4201	6277	5678	5188	6854	0200	8650	7584	0136	7655

A．$\frac{8}{9}$　　B．$\frac{7}{9}$　　C．$\frac{7}{8}$　　D．$\frac{9}{10}$

【答案】A

【解析】按要求读取到一下共 9 个数据：1160　5054　3139　5034　3682　4052　5678　5188　0136；其中晚报到达时间早于晚餐时间的是 1160　5054　3139　3682　4052　5678　5188　0136 共 8 个数据．∴晚报在晚餐开始之前被送到的概率为$\frac{8}{9}$．

故选 A.

二、填空题

13．已知某种高炮在它控制的区域内击中敌机的概率为 0.2，要使敌机一旦进入这个区域后有 0.9 以上的概率被击中，需要至少布置_____门高炮？（用数字作答，已知$\lg 2=0.3010$，$\lg 3=0.4771$）

【答案】11

【解析】设需要至少布置n门高炮，

∵某种高炮在它控制的区域内击中敌机的概率为 0.2，

要使敌机一旦进入这个区域后有 0.9 以上的概率被击中，

$\therefore 1-(1-0.2)^n>0.9$，

解得 $n>10.3$，$n\in N$，

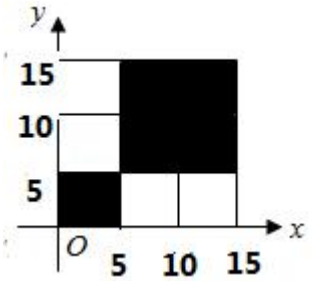
∴ 需要至少布置 11 门高炮.

故填11.

14．小赵和小王约定在早上 7:00 至 7:15 之间到某公交站搭乘公交车去上学，已知在这段时间内，共有 2 班公交车到达该站，到站的时间分别为 7:05，7:15，如果他们约定见车就搭乘，则小赵和小王恰好能搭乘同一班公交车去上学的概率为_____.

【答案】$\frac{5}{9}$

【解析】如图，



设甲到达汽车站的时刻为 x，乙到达汽车站的时刻为 y，

则 $0\le x\le 15$，$0\le y\le 15$，

甲、乙两人到达汽车站的时刻（x，y）所对应的区域在平面直角坐标系中画出（如图所示）是大正方形.将 2 班车到站的时刻在图形中画出，则甲、乙两人要想乘同一班车，

必须满足{（x，y）|$\begin{cases}0\le x\le 5\\0\le x\le 5\end{cases}$或$\begin{cases}5\le x\le 15\\5\le x\le 15\end{cases}$，

即（x，y）必须落在图形中的 2 个带阴影的正方形内，

所以由几何概型的计算公式得 $P=\frac{5\times 5+10\times 10}{15^2}=\frac{5}{9}$.

故填$\frac{5}{9}$.

三、解答题

15．在测试中，客观题难题的计算公式为 $P_i=\frac{R_i}{N}$，其中 P_i 为第 i 题的难度，R_i 为答对该题的人数，N 为参加测试的总人数.现对某校高三年级 120 名学生进行一次测试，共 5 道客观题.测试前根据对学生的了解，预估了每道题的难度，如下表所示：

题号	1	2	3	4	5
考前预估难度 P_i	0.9	0.8	0.7	0.6	0.4

测试后，从中随机抽取了 10 名学生，将他们编号后统计各题的作答情况，如下表所示（“√”表示答对，“×”表示答错）：

学生编号 / 题号	1	2	3	4	5
1	×	√	√	√	√
2	√	√	√	√	×
3	√	√	√	√	×
4	√	√	√	×	×
5	√	√	√	√	√
6	√	×	×	√	×
7	×	√	√	√	×
8	√	×	×	×	×
9	√	√	×	×	×
10	√	√	√	√	×

（1）根据题中数据，将抽样的 10 名学生每道题实测的答对人数及相应的实测难度填入下表，并估计这 120 名学生中第 5 题的实测答对人数；

题号	1	2	3	4	5
实测答对人数					
实测难度					

（2）从编号为 1 到 5 的 5 人中随机抽取 2 人，求恰好有 1 人答对第 5 题的概率；

（3）定义统计量 $S=\frac{1}{n}[(P_1^{'}-P_1)^2+(P_2^{'}-P_2)^2+\cdots+(P_n^{'}-P_n)^2]$，其中 $P_i^{'}$ 为第 i 题的实测难度，P_i 为第 i 题的预估难度（$i=1,2,\cdots,n$）.规定：若 $S\le 0.05$，则称该次测试的难度预估合理，否则为不合理.判断本次测试的难度预估是否合理.

【解析】（1）每道题实测的答对人数及相应的实测难度如下表：

题号	1	2	3	4	5
实测答对人数	8	8	7	7	2
实测难度	0.8	0.8	0.7	0.7	0.2

所以，估计 120 人中有 $120\times 0.2=24$ 人答对第 5 题.

（2）记编号为 i 的学生为 A_i（$i=1,2,3,4,5$），从这 5 人中随机抽取 2 人，不同的抽取方法有 10 种.其中恰好有 1 人答对第 5 题的抽取方法为 $(A_1,A_2),(A_1,A_3),(A_2,A_4),(A_2,A_5),(A_5,A_5),(A_4,A_5)$，共 6 种.所以，从抽样的 10 名学生中随机抽取 2 名答对至少 4 道题的学生，恰好有 1 人答对第 5 题的概率

为 $P=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$.

（3）$P_i^{'}$ 为抽样的 10 名学生中第 i 题的实测难度，用 $P_i^{'}$ 作为这 120 名学生第 i 题的实测难度.

$$S=\frac{1}{5}\left[(0.8-0.9)^2+(0.8-0.8)^2+(0.7-0.7)^2+(0.7-0.6)^2+(0.2-0.4)^2\right]=0.012$$

因为 $S=0.012<0.05$，所以，该次测试的难度预估是合理的.