专题 10.2　万有引力与航天（精讲精练）

目录

第一部分、基础知识快速过 1

考点 1、物理学史与开普勒三定律的准确理解 2

考点 2、地球表面物体所受重力与万有引力的关系 2

考点 3、利用黄金方程组研究卫星的绕行规律及相关的定量运算 3

考点 4、同步卫星的绕行规律 5

考点 5、三大宇宙速度 6

考点 6、天体的变轨问题 7

考点 7、双星与三星的运行规律 7

第二部分：题型学习 8

题型一、物理学史与开三定律的理解 8

题型二、不考虑“自转”的情况下万有引力与重力的关系 9

题型三、考虑“自转”的情况下万有引力与重力的关系 11

题型四、同步卫星的绕行规律与特点 12

例 8.若把三颗同步卫星，相隔 120°均匀分布，卫星的直线电波将能覆盖全球有人居住的绝大部分区域（除两极以外），可构成全球通讯网。截止 2012 年，已有十几个国家和组织发射了 100 多颗同步卫星。中国发射的“风云二号”气象卫星就属于地球的同步卫星,以下关于同步卫星的描述正确的是（　　）：

..... 12

题型五、天体运动线速度 v 、角速度 ω 、周期 T 、以及向心加速度 a_n 的大小比较 13

题型六、天体六参数的定量计算 15

题型七、三大宇宙速度的准确理解 18

题型八、航天器的变轨问题 19

题型九、卫星的追击类问题 20

题型十：双星与三星问题 22

第一部分、基础知识快速过

考点 1、物理学史与开普勒三定律的准确理解

①两大学说的代表人物：

“地心说”代表人物：亚里士多德、欧多克斯、、托勒密。

“日心说”代表人物：哥白尼、布鲁诺、伽利略

②开三定律创立的历史背景：开普勒定律是德国天文学家开普勒提出的关于行星运动的三大定律。第一和第二定律发表于 1609 年，是开普勒从天文学家第谷观测火星位置所得资料中总结出来的；在开一定律以前，人们认为天体的运行轨道是：“完美的圆形”。开二定律是对行星运动轨道更准确的描述，为哥白尼的日心说提供了有力证据，并为牛顿后来的万有引力证明提供了论据，和其他两条开普勒定律一起奠定了经典天文学的基石。

第三定律发表于 1619 年。这三大定律又分别称为椭圆定律、面积定律和调和定律。

③开三定律的基本内容与相关应用：

开一定律：也称椭圆定律、轨道定律、行星定律。每一行星沿各自的椭圆轨道环绕太阳，而太阳则处在椭圆的一个焦点上。

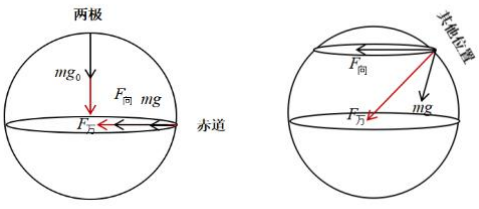
开二定律：也称等面积定律，指的是太阳系中太阳和运动中的行星的连线，在相等的时间内扫过相等的面积，且该定律同样适用于其它绕心运动的天体系统中。

结论：卫星在椭圆轨道运行时，近地点的线速度大于其在远地点的线速度。（$v_{近} > v_{远}$）

开三定律：也叫行星运动定律。开普勒第三定律的常见表述是：绕以太阳为焦点的椭圆轨道运行的所有行星，其各自椭圆轨道半长轴的立方与周期的平方之比是一个常量。绕同一中心天体的所有行星的轨道的半长轴的三次方（a^3）跟它的公转周期的二次方（T^2）的比值都相等，即：$\frac{a^3}{T^2}=K$，$K=\frac{GM}{4\pi^2}$，其中 M 为中心天体的质量，T 为绕行天体的公转周期，a 为椭圆轨道的长半轴。G 为引力常量。

结论：k 的大小由中心天体的质量决定。

考点 2、地球表面物体所受重力与万有引力的关系



①在地球两极上的物体：万有引力全部用于提供物体的重力：$G\frac{Mm}{R^2}=mg_0$

②在地球赤道上的物体：万有引力一方面提供物体的重力，另一方面提供物体做圆周运动的向心力此时重力是万有引力的一个分力：$G\frac{Mm}{R^2}=mg\ +m\frac{4\pi^2}{T^2}R$

③地球其它位置的物体：万有引力一方面提供物体在该位置的重力，另一方面提供物体在该平面做圆周运动的向心力，此时重力依然是万有引力的一个分力，但一般情况，近似的认为万有引力提供该处物体的重力，因而有：$G\frac{Mm}{R^2}=mg$

常见的应用有：

①黄金代换：$GM=gR^2$(即用gR^2替代GM,在卫星绕行类问题中常见。

②$"g-R"$法求中心天体的密度：$M=\frac{gR^2}{G},\rho=\frac{M}{V}=\frac{3M}{4\pi R^3}$代入可得：$\rho=\frac{3g}{4\pi GR}$

③利用地球赤道与两极万有引力的作用不同考查：g、g_0、T、ρ、M、R、之间的相互运算。

考点 3、利用黄金方程组研究卫星的绕行规律及相关的定量运算

①利用黄金方程组研究卫星的绕行规律

$\frac{GMm}{r^2}=\frac{mv^2}{r}=m\omega^2.r=m\frac{4\pi^2}{T^2}.r=ma_n$（式中$G$为引力常量，$M$为中心天体的质量，$m$为卫星的质量，$r$为卫星作圆周运动的轨道半径，$v,\omega,T,a_n$分别为卫星的线速度、角速度、周期以及向心加速度。）

推论：由牛二定律得$F_n=ma_n$

$\frac{GMm}{r^2}=ma_n=\frac{mv^2}{r}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM}{r}}(3).....\Rightarrow r\uparrow,v\downarrow$

$\frac{GMm}{r^2}=ma_n=m\frac{4\pi^2}{T^2}r\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}(5).....r\uparrow T\uparrow$

结论：同一个中心天体，外有不同绕行天体，绕行天体的线速度、角速度、向心加速度的大小随轨道半径的增大而减小，周期则随轨道半径的增大而增大，简称：“高轨低速长周期”。

②利用黄金方程组讨论卫星各参数之间的定量运算

$$\frac{GMm}{r^2}=\frac{mv^2}{r}=m\omega^2.r=m\frac{4\pi^2}{T^2}.r=ma_n$$

联立：$\frac{GMm}{r^2}=\frac{mv^2}{r}$，约掉 m 后可实现（M，v，r 之间的知二求一、若已知中心天体的半径 R,则可以求得中心天体的密度 ρ；）

联立：$\frac{GMm}{r^2}=m\frac{4\pi^2}{T^2}.r$，约掉 m 后可实现（M，T，r 之间的知二求一，若已知中心天体的半径 R,则可以求得中心天体的密度 ρ；）

联立：$\frac{mv^2}{r}=m\frac{4\pi^2}{T^2}.r$，约掉 m 后可实现（v，T，r 之间的知二求一）

常见应用：

①同一个中心天体不同绕行天体的线速度、角速度、周期、以及向心加速的大小比较。

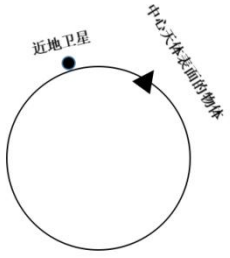
②考查相关参数的计算问题，黄金方程组中各组员之间联立“知二求一”注意绕行天体（卫星的质量 m ）永不可算。

易错点提示：

1、区别近地卫星与中心天体表面物体

中心天体表面的物体：属于中心天体的一部分，物体的转动是被动的，受地球自转的影响，与地球自转具有共同大小的周期与角速度。

近地卫星：不属于中心天体，离中心天体很近，转动时轨道半径 r 近似等于中心天体的半径 R,万有引力提供其作圆周运动的向心力。



2、对于近地卫星来说只要已知其运行周期 T，就可以求得中心天体的密度 ρ；

如：嫦娥二号是我国月球探测第二期工程的卫星，若测得嫦娥二号在月球（可视为密度均匀的球体）表面附近的圆形轨道上运行的周期为 T，已知引力常量为 G,则可估算月球的

A：密度　　B：质量　C：半径　　D：自转周期

正确答案：A

$$\frac{GMm}{r^2}=m\frac{4\pi^2}{T^2}.r\Rightarrow M=\frac{4\pi^2r^3}{GT^2}$$

$$V=\frac{4\pi R^3}{3};\rho=\frac{M}{V}=\frac{3\pi r^3}{GT^2R}$$

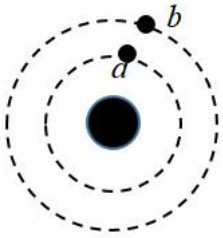
又：$r=R\Rightarrow\rho=\frac{3\pi}{GT^2}$

本题未知绕行无天体的轨道半径与中心天体质量的情况下可以求得中心天体的密度，这一点一定要注意。

3、绕行天体的质量（m）永不可求、不同轨道天体所受万有引力的大小一般情况是无法比较

因为绕行天体的质量m在黄金方程组中被“约掉”所以绕行天体的质量（卫星）m永不可算，所以无法比较两个不同轨道卫星所受万有引力的大小。

如在本题中：$F_{万}=\frac{GMm}{r^2}$，$r_a>r_b$，但是不确定m_a、m_b的大小关系不确定，因而无法推得$F_{万a}$与$F_{万b}$的大小关系。



考点 4、同步卫星的绕行规律

同步卫星的绕行规律满足“两大、两等、一共面，”“五定、三级、一桥梁”。

说明：

同步卫星的“两大”是指它与地球赤道平面的物体相比线速度v与向心加速度a_n都比该物体的大。

同步卫星的“两等”是指它与地球赤道平面的物体相比角速度ω与T都与该物体的相等。

以上两特点将使得同步卫星具备联系地球表面物体与其它卫星转动参数比较的“桥梁”功能。

同步卫星的“五定”指的是运行时其轨道半径、角速度、线速度、周期、以及其运行所在轨道平面是固定的。

同步卫星的“三级”指的是其在发射时需要进行三级处理，即先发射到近地轨道再进入椭圆

轨道最后才能进入既定运行轨道，至少三颗同步卫星可以实现全球通讯，两极可能存在部分盲区。

“一共面”指它的运行轨道与赤道平面共面。

考点 5、三大宇宙速度

第一宇宙速度：牛顿提出时又称之为为环绕速度，指物体在地面附近绕地球做匀速圆周运动的速度；

①如果将一个物体以“第一宇宙速度”向上抛出物体不会返回地面，将绕地球做匀速圆周运动。

②第一宇宙速度即是航天的器最小发射速度也是航天器绕地球表面运行的最大运行速度；

③“第一宇宙速度”就是地球近地卫星绕行线速度的大小，有两种表达形式：

$\frac{GMm}{R^2}=\frac{mv^2}{R}\Rightarrow v_1=\sqrt{\frac{GM}{R}}\approx 7.9\times10^3 m/s$（形式一）

将 $GM=gR^2$ 代入可以求得：$v_1=\sqrt{gR}\approx 7.9\times10^3 km/s$（形式二）

式中：G 为引力常量 $6.67\times10^{-11}N.m/kg^2$，$M$ 为地球的质量 $6\times10^{24}kg$，R 为地球的半径 $6.4\times10^6 m$，$g=9.8m/s^2$

第二宇宙速度：当航天器超过第一宇宙速度 v_1 达到一定值时，它就会脱离地球的引力场而成为围绕太阳运行的人造行星，这个速度就叫做“第二宇宙速度”，也称“脱离速度”。$v_2=\sqrt{2}v_1=11.2km/s$

第三宇宙速度：从地球表面发射航天器，飞出太阳系，到浩瀚的银河系中漫游所需要的最小发射速度，就叫做第三宇宙速度。亦称逃逸速度。可以说，航天器的速度是挣脱地球乃至太阳引力的唯一要素，目前只有火箭才能突破该宇宙速度。$v_3=16.7km/s$。

总结：航天器的发射速度 v_0 不同对应的飞行情况不同，以下为发射速度与其运动情况的对应关系。

第一种情况，当 $v_0<v_1$ 时，被发射物体最终仍将落回地面；

第二种情况，当 $v_1\le v_0\le v_2$ 时，被发射物体将环绕地球运动，成为地球卫星；

第三种情况，当 $v_2\le v_0\le v_3$ 时，被发射物体将脱离地球束缚，成为环绕太阳运动的“人造行星”；

第四种情况，当 $v\ge v_3$ 时，被发射物体将从太阳系中逃逸。

由此可见，三个宇宙速度均是发射卫星过程中的不同临界状态。

考点 6、天体的变轨问题

航天器从发射到进入既定轨道运行时一般需要多级变轨处理，不同轨道的卫星在完成对接实验时需要变轨，因空气阻力导致卫星运行的速度减小时也可能需要变轨。因而变轨是航天任务的常见项目之一。高中物理中有关变轨问题常见的方式有以下两种。

方式一、卫星从低轨道向高轨道变轨时当卫星的速度突然增大，$\frac{GMm}{r^2}<\frac{mv^2}{r}$此时万有引力不足以提供向心力，卫星将做离心运动，脱离原来的轨道，轨道半径变大，重力势能增加，动能减小，速度减小，最后卫星进入新的轨道稳定运行。

方式二、卫星从高轨道向低轨道变轨时当卫星的速度突然减小，当卫星的速率突然减小，$\frac{GMm}{r^2}>\frac{mv^2}{r}$，此时万有引力大于所需的向心力，卫星将做近心运动，轨道半径变小，重力势能减小、动能增大、速度增大、最后进入新的轨道稳定运行。

卫星变轨重要结论：

1、卫星在变轨瞬间机械能不守恒，存在化学能与机械能之间的转化。

2、卫星在两条轨道的相切点处变轨，在相切点处的线速度存在：$v_{大}>v_{小}$，即经过变轨相切点卫星在大轨道上的线速度更大。

3、根据向心加速度公式$a_n=\frac{GM}{r^2}$可得无论卫星从哪个轨道经过相切点在该点处轨道半径相等，所以有$a_{大}=a_{小}$；

4、卫星一旦完成变轨，进入稳定运行状态时，其运动规律依然满足“高轨低速长周期”的原则。

5、卫星如果经过椭圆轨道根据开二定律可知：$v_{近}>v_{远}$；

考点 7、双星与三星的运行规律

1.双星的运动特点与规律

①两星都绕它们连线上的一点做匀速圆周运动，故两星的角速度、周期相等;

即：$\omega_1=\omega_2=\omega$；　　$T_1=T_2=T$（1）

②两星的轨道半径之和等于两星间的距离，即:$r_1+r_2=L$（2）

③两星之间的万有引力提供各自做匀速圆周运动的向心力，所以它们的向心力大小相等。

$$\frac{Gm_1m_2}{L^2}=\frac{m_1 4\pi^2}{T_1^2}.r_1(3)$$

$$\frac{Gm_1m_2}{L^2}=\frac{m_2 4\pi^2}{T_2^2}.r_2(4)$$

双星系统运动规律推论：

（3）/（4）$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2}=\frac{r_2}{r_1}(5)$　　轨道半径之比与质量比成反比

（1）、（2）、（3）、（4）联立：$T=2\pi\sqrt{\frac{L^3}{G(m_1+m_2)}}(6)$　　双星系统周期公式

由表达式（6）可推变形：$m_1+m_2=\frac{4\pi^2L^3}{GT^2}(7)$　　双星系统总质量的大小

由表达式（6）可推变形：$L=\frac{(m_1+m_2).GT^2}{4\pi^2}(8)$　　以及双星间距的 L 大小

以上（5）（6）（7）（8）式的结论需要记住，常被考查。

2、三星系统的运动规律与特点

第一种情况：三颗星处在同一直线上，两颗星围绕中央的星(静止不动)在同一半径为 R 的圆轨道上运行，周期相同。

第二种情况：三颗星位于等边三角形的三个顶点上，并沿等边三角形的外接圆轨道运动，三颗星运行周期相同。

第二部分：题型学习

题型一、物理学史与开三定律的理解

例 1.在物理学发展的过程中，许多物理学家的科学发现推动了人类历史的进步．在对以下几位物理学家所作科学贡献的叙述中，正确的说法是(　　)

A．　爱因斯坦创立了“日心说”

B．　哥白尼提出了“地心说”

C．　伽利略发现了行星运动定律

D．　牛顿总结出了万有引力定律并测得引力常量 G

【答案】C

【解析】A、B、C 选项见考点一，在牛顿发现万有引力之后的 100 年里著名物理学家卡文迪许用扭秤实验测得引力常量的大小。

例 2.开普勒第三定律关于行星运动规律：$\frac{a^3}{T^2}=K$,中以下理解正确的（　　）

A. k 是一个与行星质量有关的常量　　B.k 与 a^3 成正比

C.k 与 T^2 成反比　　D.k 的大小与中心天体的质量有关

【答案】D——见考点 1

【解析】在考点一中指出 $K=\frac{GM}{4\pi^2}$，其中 M 为中心天体的质量，T 为绕行天体的公转周期，a 为椭圆轨道的长半轴。G 为引力常量。

题型二、不考虑“自转”的情况下万有引力与重力的关系

例题 3.在浩瀚的宇宙中某恒星的质量是地球质量的 p 被，该恒星的半径是地球半径的 q 倍，那么该恒星表面的重力加速度与地球表面的重力加速度大小之比为_____，恒星与地球的密度之比为_____。

【答案】$\frac{g_1}{g_2}=\frac{p}{q^2}$，见考点 2

【解析】（1）设:天体表面某物体的质量为 m，恒星的质量为 M_1 半径为 R_1 体积为 V_1 密度为 ρ_1 地球的质量为 M_2 半径为 R_2 体积为 V_2 密度为 ρ_2

$\frac{GM_1m}{R_1^2}=mg_1.....(1)$　　$\frac{GM_2m}{R_2^2}=mg_2.....(2)$　　两式作比得：$\frac{g_1}{g_2}=\frac{M_1.R_2^2}{M_2.R_1^2}=\frac{p}{q^2}$

$\rho=\frac{M}{V}(3)$　　$V=\frac{4}{3}\pi R^3.....(4)$　　$\frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{\frac{M_1}{V_1}}{\frac{M_2}{V_2}}$.....(5)　联立化简得：$\frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{p}{q^3}$

例 4.月球表面的重力加速度与地球表面的重力加速度之比为"K"，月球的半径与地球的半径之比为“T”则它们的密度之比为_____。

【答案】$\frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{K}{T}$　见考点 2

【解析】设月球的质量为 M_1 半径为 R_1,密度为 ρ_1，月球表面的重力加速度为 g_1，地球的质量为 M_2,半径为 R_2，地球的密度为 ρ_2，月球表面的重力加速度为 g_2。

$\frac{GM_1m}{R_1^2}=mg_1\Rightarrow M_1=\frac{g_1R_1^2}{G}.(1)$　$\frac{GM_2m}{R_2^2}=mg_2\Rightarrow M_2=\frac{g_2R_2^2}{G}.(2)$　$\frac{M_1}{M_2}=\frac{g_1R_1^2}{g_2R_2^2}....(3)$

$\frac{V_1}{V_2}=\frac{R_1^3}{R_2^3}..(4)$

$\frac{\rho_3}{\rho_4}=\frac{\frac{M_1}{V_1}}{\frac{M_2}{V_2}}=\frac{M_1V_2}{M_2V_1}.(5)$　联立 3、4、5 式　$\frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{g_1R_2}{g_2R_1}.....(6)\Rightarrow\frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{K}{T}$

例 5.已知质量分布均匀的球壳对壳内物体的引力为零。假设地球是一半径为 R、质量分布均匀的球体。一矿井深度为 d。矿井底部和地面处的重力加速度大小之比为（　　）

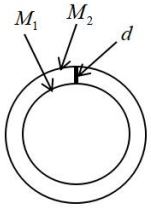
A. $1-\frac{d}{R}$.　B. $1+\frac{d}{R}$　C. $(\frac{R-d}{R})^2$　D. $(\frac{R}{R-d})^2$

【答案】A　见考点 2

【解析】设：矿井底部的重力加速度大小为g_1，矿井底部所在球面球体的质量为M_1,地球表面的重力加速度大小为g_2，地球的质量为M_2。

正确步骤： $\frac{GM_1m}{(R-d)^2}=mg_1\Rightarrow g_1=\frac{GM_1}{(R-d)^2}(1)$，　$\frac{GM_2m}{R^2}=mg_2\Rightarrow g_2=\frac{GM_2}{R^2}(2)$

$\frac{g_1}{g_2}=\frac{R^2M_1}{(R-d)^2M_2}(3)$，$\frac{M_1}{M_2}=\frac{\rho\frac{4\pi(R-d)^3}{3}}{\rho\frac{4\pi R^3}{3}}=\frac{(R-d)^3}{R^3}$ (4)



将（4）式带入 3 式求的$\frac{g_1}{g_2}=\frac{R-d}{R}=1-\frac{d}{R}$故 A 选项正确。

错误步骤： $\frac{GMm}{(R-d)^2}=mg_1\Rightarrow g_1=\frac{GM}{(R-d)^2}(1)$，　$\frac{GMm}{R^2}=mg_2\Rightarrow g_2=\frac{GM}{R^2}(2)$

$\frac{g_1}{g_2}=\frac{R^2M}{(R-d)^2M}(3)\Rightarrow\frac{g_1}{g_2}=\frac{R^2}{(R-d)^2}$

方法总结：

1、如果只研究地球表面物体的受力情况，万有引力既可以提供星球表面物体做圆周运动的向心力也可以提供物体的重力，除赤道以外的其它位置，可以直接利用万有引力提供天体表面的重力对所研究的问题进行分析

2、公式$\frac{GMm}{R^2}=mg$，可以变形为：$GM=gR^2$（黄金代换式）该公式常应用于绕行类天体问题中。

3、公式：$\frac{GMm}{R^2}=mg$有两种考向，一种是M，g之间的互推如例题1.另一种是ρ，g之间的互推如例题2。后者即我们常说的"$g-R$"法求密度。解题时只需注意体积公式、密度公式、以及万有引力提供重力的三个基本公式灵活应用即可。

题型三、考虑"自转"的情况下万有引力与重力的关系

例6.假设地球是质量分布均匀的球体，半径为R。已知某物体在静止在两极时与在静止在赤道上时对地面的压力差为ΔF,则地球的自转周期为（　　）

A.$T=2\pi\sqrt{\frac{R}{m\Delta F}}$　　B$T=2\pi\sqrt{\frac{m\Delta F}{R}}$　　C.$T=2\pi\sqrt{\frac{R\Delta F}{m}}$　　D.$T=2\pi\sqrt{\frac{mR}{\Delta F}}$

【答案】D　　见考点2

【解析】

在赤道上：$G\frac{Mm}{R^2}=mg_1+m\frac{4\pi^2}{T^2}R$.....(1)

在两极：$G\frac{Mm}{R^2}=mg_2$(2)

静止的物体有$mg_1=F_1$(3)、$mg_2=F_2$(4)

$F_2-F_1=\Delta F$（5），联立:1、2、3、4、5得$\mathrm{T}=2\pi\sqrt{\frac{\mathrm{mR}}{\Delta\mathrm{F}}}$故$D$正确

例7.假设地球可视为质量均匀分布的球体，已知地球表面的重力加速度在两极的大小为g_0，在赤道的大小为g；地球自转的周期为T，引力常数为G，则地球的密度为：

A.$\frac{3\pi}{GT^2}\frac{g_0-g}{g_0}$　　B.$\frac{3\pi}{GT^2}\frac{g_0}{g_0-g}$　　C.$\frac{3\pi}{GT^2}$　　D、$\rho=\frac{3\pi}{GT^2}\cdot\frac{g_0}{g}$

【答案】B　见考点2

【解析】在赤道：$G\frac{Mm}{R^2}=mg+m\frac{4\pi^2}{T^2}R$（1）　　在北极上：$G\frac{Mm}{R^2}=mg_0(2)$

密度$\rho=\frac{M}{V}(3),V=\frac{4\pi R^3}{3}(4)$

表达式（2）可变形为：$M=\frac{g_0R^2}{G}(5)$　　（3）（4）、（5）联立：$\rho=\frac{M}{V}=\frac{\frac{g_0R^2}{G}}{\frac{4\pi R^3}{3}}=\frac{3g_0}{4\pi RG}(6)$

(1)、(2)两式联立：$mg_0=mg+m\frac{4\pi^2}{T^2}.R\Rightarrow g_0=g+\frac{4\pi^2}{T^2}.R\Rightarrow R=\frac{g_0-g}{4\pi^2}.T^2(7)$

将(7)式代入(6)式得：$\rho=\frac{3\pi}{GT^2}.\frac{g_0}{g_0-g}$。

方法总结：

1、研究赤道上的物体时，万有引力同时提供物体做圆周运动的向心力与重力，研究两极上的物体时只考虑万有引力提供重力，研究除赤道与两极以外的其它地方时虽然万有引力同时提供物体做圆周运动的向心力与重力，但是一般情况只考虑万有引力提供重力

2、解题时根据研究研究对象的位置不同而选取合适的公式处理，例题 1、5 所涉及到的公式是此类题的常用公式需要记住。

题型四、同步卫星的绕行规律与特点

例 8.若把三颗同步卫星，相隔 120°均匀分布，卫星的直线电波将能覆盖全球有人居住的绝大部分区域（除两极以外），可构成全球通讯网。截止 2012 年，已有十几个国家和组织发射了 100 多颗同步卫星。中国发射的“风云二号”气象卫星就属于地球的同步卫星,以下关于同步卫星的描述正确的是（　　）：

A、“风云二号”气象卫星的运行轨道一定在赤道平面。

B、“风云二号”气象卫星飞行的高度 h 是固定的，据地球表面的距离约为地球半径的 5 倍。

C、“风云二号”气象卫星的发射无需“变轨”可以通过火箭一次性的发射到既定轨道。

D、“风云二号”气象卫星运行时的角速度、周期等于地球赤道平面上某物体的角速度、 周期，其运行时的线速度与向心加速度大于该物体的线速度以及向心加速度。

【答案】ABD　见考点 2

【解析】

A 选项：由于卫星绕地轴做圆周运动所需的向心力只能由万有引力的一个分力提供，而万有引力的另一个

分力就会使该卫星离开 B 点向赤道运动,所以卫星若发射在赤道平面的上方(或下方)某处，则卫星在绕地轴做圆周运动的同时，也向赤道平面运动,它的运动就不会稳定，从而使卫星不能与地球同步，所以要使卫星与地球同步运行,必须要求卫星的轨道与地球赤道共面。

B 选项：万有引力提供卫星做圆周运动的向心力，$\frac{GMm}{(R+h)^2}=m\frac{4\pi^2}{T^2}.(R+h)$，

$R=6400km$，$G=6.67\times10^{-11}N.m^2/kg^2$，$M=6\times10^{24}kg$，$T=24h=86400s$

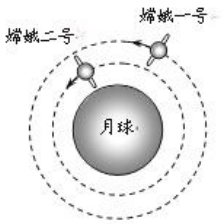
代入得 $h=3.6\times10^4km$，即同步卫星距离地面的高度是固定的。$\frac{h}{R}\approx5.6$。

C 选项：发射同步卫星需要较高的技术，一般先用多级火箭，将卫星送入近地圆形轨道，此轨道称为初始轨道；当卫星飞临赤道上空时，控制火箭再次点火，短时间加速，卫星就会按椭圆轨道（也称转移轨道）运动；卫星飞临远地点时，再次点火加速，卫星就最后进入相对地球静止的轨道。

D 选项：同步卫星又叫"静止卫星"它相对地球是静止的，所以它的绕行的角速度与地球自转的角速度是相同的，周期也是 24 小时。根据：$v=\omega.r$ 同步卫星绕行的轨道半径 r 大于地球的半径 R，故 $v_{同}>v_{自}$，又因为 $a_n=\omega^2.r$ 同理同步卫星的向心加速度也大于地球上某物体的向心加速度。

题型五、天体运动线速度 v、角速度 ω、周期 T、以及向心加速度 a_n 的大小比较

例 9.嫦娥二号卫星，是中国第二颗探月卫星、第二颗人造太阳系小行星，也是中国探月工程二期的技术先导星，由中国空间技术研究院研制，是中国第一颗探月卫星嫦娥一号卫星的备份星，已知"嫦娥二号"环月飞行的高度约为 100km，所探测到的有关月球的数据将比环月飞行高度为 200km 的"嫦娥一号"更加详实。若两颗卫星环月的运行均可视为匀速圆周运动，运行轨道如图所示。则（　　）



A．"嫦娥二号"环月运行的周期比"嫦娥一号"大

B．"嫦娥二号"环月运行的线速度比"嫦娥一号"小

C．"嫦娥二号"环月运行的向心加速度比"嫦娥一号"大

D．"嫦娥二号"环月运行的向心力与"嫦娥一号"相等

【答案】C　见考点 3 与易错点提示

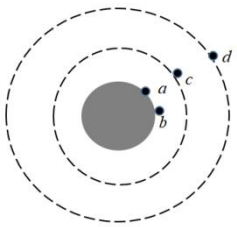
【解析】同一个中心天体，外有不同绕行天体，绕行天体的线速度、角速度、向心加速度的大小随轨道半径的增大而减小，周期则随轨道半径的增大而增大，简称：“高轨低速长周期”。

因为“嫦娥二号”的轨道半径 r_2 小于“嫦娥一号”的轨道半径 r_1，所以有“嫦娥二号”的角速度 ω，线速度 v 向心加速度 a_n 都比“嫦娥一号”的大，周期 T 则比“嫦娥一号”的小。故本题 A、B 错 C 对，

假设“嫦娥二号”的质量为 m_2，“嫦娥一号”的质量为 m_1

$F_n=\dfrac{GMm}{r^2}$，在本题中 $r_2>r_1$,但 m_2 m_1 的质量大小不清楚，所以无法比较两卫星向心力的大小。故 D 错。

例 10.如右图所示，a 是静止在地球赤道地面上的一个物体，b 是与赤道共面的某近地卫星，c，d 均为地球的卫星，其中 d 是地球的同步卫星，以下关于对于 a,b,c,d 四者的线速度、角速度、周期、以及向心加速度的大小关系比较准确的是（　　）



A．$v_a>v_b>v_c>v_d$　　B．$\omega_a>\omega_b>\omega_c>\omega_d$

C．$T_b<T_c<T_d=T_a$　　D．$a_a>a_b>a_c>a_d$

【答案】C　见考点 3、考点 4、以及易错点提示

【解析】对于 b,c,d 3 个卫星来说，万有引力提供其做圆周运动的向心力根据上题的结论“高轨低速长周期”可知：$v_b>v_c>v_d$，$\omega_b>\omega_c>\omega_d$，$a_{nb}>a_{nc}>a_{nd}$，$T_b<T_c<T_d$。

对于 A 物体来说它属于地球的一部分，它转动的角速度、以及周期与地球自转的相同，而地球自转的角速度、周期又与地球同步卫星的相同，即

$\omega_a=\omega_{自}=\omega_d$，$T_a=T_{自}=T_d$。

故有：$\omega_b>\omega_c>\omega_d=\omega_a$，$T_b<T_c<T_d=T_a$，B 错误 C 正确。

$a_n=\omega^2.r$，$\omega_a=\omega_d=\omega$，$r_d>r_a$，$\Rightarrow a_{nd}>a_{na}$，$\Rightarrow a_b>a_c>a_d>a_a$，D 错误。

$v=\omega.r$，$\omega_a=\omega_d=\omega$，$r_d>r_a$，$\Rightarrow v_d>v_a$，$\Rightarrow v_b>v_c>v_d>v_a$，A 错误。

方法总结：

1、比较同一个中心天体外围若干绕行天体之间的线速度、角速度、向心加速度、以及周期的大小可以记住口诀：“高轨低速长周期”。即当绕行天体的轨道半径增大时其线速度、角速度、向心加速度减小，绕行周期变大。

2、比较中心天体表面的建筑物与绕行天体各参数的大小时，不能直接进行比较，要借助同步卫星的“桥梁”作用，即建筑物与同步卫星具有共同大小的角速度与周期。

题型六、天体六参数的定量计算

例 11.根据观察，在土星外层有一个环，长期以来，这条环是如何形成的，一直是天文学家努力研究的热点问题。为了判断该环是土星的一部分还是土星的卫星群．可测出环中各层的线速度 V 与该层到土星中心的距离 R 之间的关系．下列判断正确的是（　　）

A.若 v 与 R 成反比，则环为土星的一部分

B.若 v^2 与 R 成正比，则环土星的卫星群

C.若 v 与 R 成正比，则环为土星的一部分

D.若 v^2 与 R 成反比，则环土星的卫星群

【答案】CD　见考点 3、以及易错点提示

【解析】

情况 1、土星的一部分：$v=\omega.R$ 环上各点 ω 相同，故 v 与 R 成正比，C 选项正确。

情况 2、土星的卫星群：万有引力提供环上各点做圆周运动的向心力有：

$\frac{GMm}{R^2}=m\frac{v^2}{R}$ 解的 $v=\sqrt{\frac{GM}{R}}$ 等号左右两边同时平方可得：$v^2=\frac{GM}{R}$,故 D 正确。

例 12.据美国《科学新闻》杂志网站报道,美国天文学家近日列出了一份包含 1822 颗恒星的目录，恒星是由引力凝聚在一起的球型发光等离子体，太阳就是最接近地球的恒星。已知某行星绕太阳作圆周运动，其运动周期为 T，速度为 v，引力常量为 G，天文学家测得该太阳的半径为 R，则：（　　）

A．恒星的质量为：$M=\frac{v^3T}{2\pi G}$　　B．行星的质量为：$m=\frac{4\pi^2v^3}{GT^2}$

C．行星据太阳表面的高度为：$h=\frac{vT}{2\pi}-R$　　D．行星运动的加速度为：$a_n=\frac{2\pi v}{T}$

E.太阳的密度为：$\rho=\dfrac{3v^3T}{8\pi^2R^3G}$

【答案】ACDE　见考点 3

【解析】列出万有引力黄金方程组：$\dfrac{GMm}{r^2}=\dfrac{mv^2}{r}=m\omega^2.r=m\dfrac{4\pi^2}{T^2}.r=ma_n$，等式中的 m 在运算时被约掉，所以不可求，故 B 选项错误。

题中给出 v,T，可以考虑用方程组中的（2）、（4）联立：$\dfrac{mv^2}{r}=m\dfrac{4\pi^2}{T^2}.r$，可求得：$r=\dfrac{vT}{2\pi}$.

行星据太阳表面的高度为：$h=\dfrac{vT}{2\pi}-R$，故 C 正确。

将联立方程组中的(1)(2)式或(1)(4)式：$\dfrac{GMm}{r^2}=\dfrac{mv^2}{r}$，$\dfrac{GMm}{r^2}=m\dfrac{4\pi^2}{T^2}.r$，将 $r=\dfrac{vT}{2\pi}$ 代入，得：$M=\dfrac{v^3T}{2\pi G}$，故 A 正确。

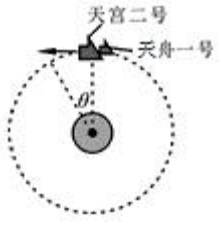
联立体积公式与密度公式得 $\rho=\dfrac{3M}{4\pi R^3}$，带入得：$\rho=\dfrac{3v^3T}{8\pi^2R^3G}$,即"$T-R$"法求密度。

故：E 对

向心加速度可表达为：$a_n=\dfrac{GM}{r^2}=\dfrac{v^2}{r}=\omega^2.r=\dfrac{4\pi^2}{T^2}.r$

式中的 $\omega^2.r=\omega.\omega.r=\omega.v=\dfrac{2\pi}{T}.v$ 故 D 正确。得出向心加速度的推论式需记住：$a_n=\omega.v=\dfrac{2\pi}{T}.v$，该推论式经常出现在某些选项中。

例 13.如果说载人飞船是天地往返的载人工具，那么货运飞船就是天地间运货的工具。中国的天舟一号货运飞船基于神舟号飞船和天宫一号的技术研发，只运货不运人，如图所示，“天舟一号”货运飞船与“天宫二号”空间实验室对接后，组合体在时间 t 内沿圆周轨道绕地球转过的角度为θ，组合体轨道半径为 r，引力常量为 G，不考虑地球自转。则（　　）



A. 组合体做圆周运动的线速度为 $\dfrac{\theta}{t}.r$　　B. 可求出组合体受到地球的万有引力

C. 地球的质量为 $M=\frac{\theta^2 r^3}{Gt^2}$　　D.可求出地球的平均密度

【答案】AC　见考点 3

【解析】

A、组合体在时间 t 内沿圆周轨道绕地球转过的角度为 θ ,则角速度: $\omega=\frac{\theta}{t}$

所以 $v=\omega r=\frac{\theta}{t}r$，故 A 对

B、因为不知道组合体的质量,所以不能求出组合体受到的万有引力，故 B 错误；

C、万有引力提供组合体的向心力,则: $\frac{GMm}{r^2}=m\omega^2 r$　　$\omega=\frac{\theta}{t}$

所以: $M=\frac{\omega^2 r^3}{G}=\frac{\theta^2 r^3}{Gt^2}$ 故 C 正确；D、根据 $\rho=\frac{M}{V}$ ， $M=\frac{\omega^2 r^3}{G}=\frac{\theta^2 r^3}{Gt^2}$，

但不知道星球自身的半径，所以无法求地球的平均密度，故 D 错误；

绕行天体的质量 m 在黄金方程组中始终被约掉，因此除非题干给出，否则永不可算。

例 14.“嫦娥四号”（专家称为“四号星”），计划在 2017 年发射升空，它是嫦娥探月工程计划中嫦娥系列的第四颗人造探月卫星，主要任务是更深层次、更加全面的科学探测月球地貌、资源等方面的信息，完善月球档案资料．已知万有引力常量为 G，月球的半径为 R，月球表面的重力加速度为 g，嫦娥四号离月球中心的距离为 r，绕月周期为 T．根据以上信息判断下列说法正确的是(　　)

A. “嫦娥四号”绕月运行的速度为 $\sqrt{\frac{gr^2}{R}}$　　B. 月球的第一宇宙速度为 $\sqrt{gR}$

C.　月球的平均密度为 $\rho=\frac{3g}{4\pi RG}$　　D. 月球的平均密度为 $\rho=\frac{3\pi}{GT^2}$

【答案】BC　见考点 2、3、5

【解析】结合万有引力黄金方程组： $\frac{GMm}{r^2}=\frac{mv^2}{r}=m\omega^2.r=m\frac{4\pi^2}{T^2}.r$

联立组员（1）（2） $G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{v^2}{r}$，得 $v=\sqrt{\frac{GM}{r}}$，又因为月球表面的

物体受到的重力等于万有引力 $G\frac{Mm}{R^2}=mg$，得 $GM=gR^2$ (黄金代换式)，所以 $v=\sqrt{\frac{gR^2}{r}}$，故 A 错。

月球的第一宇宙速度为近月卫星的环绕速度， $\frac{GMm}{R^2}=m\frac{v^2}{R}$, $v=\sqrt{\frac{GM}{R}}$, $GM=gR^2$，得 $v=\sqrt{gR}$ ．故 B

对。

由黄金代换式：$GM=gR^2$ 得：$M=\frac{gR^2}{G}$，$V=\frac{4\pi R^3}{3}$，月球的密度 $\rho=\frac{M}{V}=\frac{3g}{4\pi RG}$

故 C 对

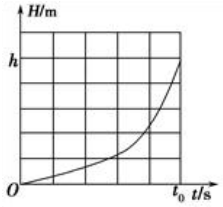
联立组员(1)(4) $G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$，得月球的质量 $M=\frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$，月球的密度 $\rho=\frac{M}{V}=\frac{\frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}}{\frac{4}{3}\pi R^3}=\frac{3\pi r^3}{GT^2R^3}$．故

D 错误。

注意：本题中的绕行天体如果是近地卫星即 $r=R$ 便有 $\rho=\frac{3\pi}{GT^2}$。

题型七、三大宇宙速度的准确理解

例 15.在一半径为 R 的星球上,一物体从星球表面某高度处自由下落(不计空气阻力),自开始下落计时,下落高度 H 随时间 t 变化的图象如图所示,已知该星球表面的重力加速度与地球表面的重力加速度大小之比为 k，半径与地球的半径之比为 n，则以下说法正确的是(　　)



A. 在该星球表面上以 $\frac{1}{t_0}\sqrt{2hR}$ 的初速度水平抛出一物体,物体将不再落回星球表面

B. 在该星球表面上以 $\frac{2}{t_0}\sqrt{hR}$ 的初速度水平抛出一物体,物体将不再落回星球表面

C. 该星球的“第一宇宙速度”与地球的”第一宇宙速度“大小之比为 $\sqrt{kn}$

D. 该星球的“第一宇宙速度”与地球的”第一宇宙速度“大小之比为 $\frac{1}{\sqrt{kn}}$

【答案】ABC　见考点 5

【解析】结合图像由平抛运动规律可求出星球表面处的重力加速度：$h=\frac{1}{2}gt^2$，$g_{星}=\frac{2h}{t_0^2}$

水平抛出要使物体不再落回星球表面，要求物体的沿星球表面抛出速度大于等于该星球的第一宇宙速度，

根据考点 5，第一宇宙速度的两种表达式：$v_{1星}=\sqrt{g_{星}R_{星}}\Rightarrow\frac{\sqrt{2hR_{星}}}{t_0}$，故 A、B 项正确；$v_{1地}=\sqrt{g_{地}R_{地}}$，

代入：$\frac{v_{1星}}{v_{1地}}=\sqrt{kn}$

例 16.“萤火二号”是中国正在初期论证的一项火星项目，预计 2020 年发射，已知火星的质量约为地球质量的$\frac{1}{9}$火星的半径约为地球半径的$\frac{1}{2}$，下列关于“萤火二号”火星探测器的说法中正确的是(　　)

A. 发射速度只要大于第一宇宙速度即可

B. 发射速度只有达到第三宇宙速度才可以

C. 发射速度应大于第二宇宙速度而小于第三宇宙速度

D. 火星探测器环绕火星运行的最大速度为地球第一宇宙速度的$\frac{\sqrt{2}}{3}$

【答案】C D 见考点 5

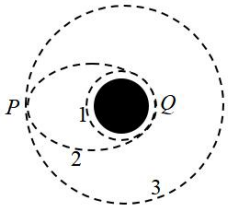
【解析】发射速度大于第一宇宙速度只能绕地球做圆周运动，要想脱离地球束缚绕火星做圆周运动，又不至于飞出太阳系要求其发射速度要大于第二宇宙速度小于第三宇宙速度，详见考点 5。故 C 正确。

第一宇宙速度可以表达为$v_1=\sqrt{\frac{GM}{R}}$　其中 M 为中心天体的质量，R 为中心天体的半径，分别代入得：

$$\frac{v_{1火}}{v_{1地}}=\frac{\sqrt{M_{火}R_{地}}}{\sqrt{M_{地}R_{火}}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$$

题型八、航天器的变轨问题

例 17.中国志愿者王跃参与人类历史上第一次全过程模拟从地球往返火星的试验“火星－500”。假设将来人类一艘飞船从火星返回地球时，经历如图所示的变轨过程，则下列说法正确的是（　　）



A．飞船在轨道 2 上运动时，在 P 点的速度大于在 Q 点的速度

B．飞船在轨道 1 上运动时经过 Q 点的速度大于在轨道 2 上运动时经过 Q 点的速度

C．飞船在轨道 2 上运动到 P 点时的加速度等于飞船在轨道 3 上运动到 P 点时的加速度

D．若轨道 1 贴近火星表面，测出飞船在轨道 1 上运动的周期，就可以推知火星的密度

【答案】CD　见考点 6　易错点提示

【解析】根据开普勒第二定律飞船在椭圆轨道运行时近地点的速度大于远地点的速度故 A 错误。

飞船在相切点处完成变轨，从轨道 1 到轨道 2 时需要加速，所以飞船在轨道 2 上经过 Q 点时的速度更大。故 B 错误

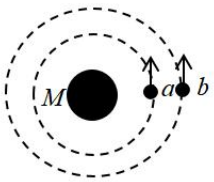
飞船运行时的向心加速度 $a_n=\frac{GM}{r^2}$，　经过同一相切点飞船运行的轨道半径相等，故向心加速度的大小相等，故 C 选项正确。

根据题意轨道 1 贴近火星表面即 $r=R$，　$G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$，得火星的质量 $M=\frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$，月球的密度

$\rho=\frac{M}{V}=\frac{\frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}}{\frac{4}{3}\pi R^3}=\frac{3\pi r^3}{GT^2R^3}$ 代入 $r=R$，的 $\rho=\frac{3\pi}{\mathrm{GT}^2}$，故 D 正确。

题型九、卫星的追击类问题

例 18.如图所示，a 和 b 是某天体 M 的两个卫星，它们绕天体公转的周期为 T_a 和 T_b，某一时刻两卫星呈如图所示位置，且公转方向相同，则下列说法中正确的是(　)



A．经 $\frac{T_aT_b}{T_a-T_b}$ 后，两卫星第一次相距最近　　B．经 $\frac{T_aT_b}{2(T_a-T_b)}$ 后，两卫星第一次相距最远

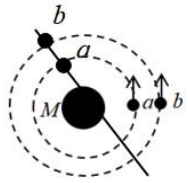
C．经后 $\frac{T_a+T_b}{2}$，两卫星第一次相距最近　　D．经后，$\frac{T_a-T_b}{2}$ 两卫星第一次相距最远

【答案】AB 见考点 3

【解析】由天体绕行规律（高轨低速长周期）可知卫星 a 转动的角速度大于卫星 b 转动的角速度。

①如果 a、b 两卫星第一次相距最近，卫星出现如图甲所示的位置关系，则说明卫星 a 比卫星 b 多转了一圈，设卫星 a、b 转动的角速度大小为 ω_a、ω_b，设经过的时间为 t。

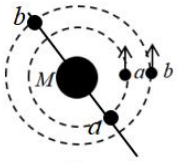
$\omega_a t-\omega_b t=2\pi$　　$\frac{2\pi}{T_a}t-\frac{2\pi}{T_b}t=2\pi$　　$t=\frac{T_aT_b}{T_a-T_b}$



甲

②如果a、b两卫星第一次相距最远，卫星出现如图乙所示的位置关系，则说明卫星a比卫星b多转了半圈，设经过的时间为t'。

$\omega_a t-\omega_b t=\pi$　　$\frac{2\pi}{T_a}t-\frac{2\pi}{T_b}t=\pi$　　$t'=\frac{2T_aT_b}{T_a-T_b}$



乙

例 19.在印度尼西亚的坤甸有一座著名的建筑，它正好建在赤道上，若某人造地球卫星在赤道上空飞行，卫星的轨道平面与地球赤道重合，且该卫星的轨道半径小于地球同步卫星的轨道半径，已知卫星轨道半径为r飞行方向与地球的自转方向相同，地球的自转角速度为ω_0，地球半径为R，地球表面重力加速度为g，卫星在某时刻通过这一建筑物的正上方，则该卫星再次经过这个位置需要的最短时间为（　　）

A：$\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{gR^2}{r^3}}}$　　B：$\frac{2\pi}{\omega_0-\sqrt{\frac{gR^2}{r^3}}}$　　C：$\frac{2\pi}{\omega_0+\sqrt{\frac{gR^2}{r^3}}}$　　D：$\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{gR^2}{r^3}}-\omega_0}$

【答案】D 见考点 3

【解析】该卫星在赤道平面运行其轨道半径小于同步卫星，可知该卫星运行的角速度大于同步卫星的角速度也大于地球自转的角速度，卫星某时刻通过该建筑物的正上方，说明卫星比该建筑物多转了一圈（不考虑周期性）。

$\omega t-\omega_0 t=2\pi$（1）

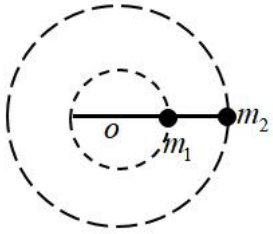
$\frac{GMm}{r^2}=m\omega^2.r$（2）

$\frac{GMm}{R^2}=mg\Rightarrow GM=gR^2$(3)

将 3 式代入 2 式求得 ω，再代入 1 式求得 t，$t=\dfrac{2\pi}{\sqrt{\dfrac{gR^2}{r^3}}-\omega_0}$

题型十：双星与三星问题

例 20.研究发现引力波的产生与双星系统有着重要的联系，如图所示，已知某双星系统由 a、b 两颗质量为 m_1、m_2 的天体组成星球组成，在相互之间的万有引力作用下，绕连线上的 O 点做周期为 T 的匀速圆周运动。现测得两颗星之间的距离为 L，质量之比为 $\dfrac{m_1}{m_2}=k$。则可知（ ）



A．a、b 做圆周运动的角速度之比为 k　　B．a、b 做圆周运动的线速度之比为 $\dfrac{1}{k}$

C．a、b 做圆周运动的半径之比为 $\dfrac{1}{k}$　　D．双星系统的总质量为: $\dfrac{4\pi^2L^3}{GT^2}$

【答案】BCD

【解析】两星都绕它们连线上的一点做匀速圆周运动，故两星的角速度、周期相等;

即：$\omega_1=\omega_2=\omega$；　　$T_1=T_2=T$（1）

两星的轨道半径之和等于两星间的距离，即: $r_1+r_2=L$（2）

两星之间的万有引力提供各自做匀速圆周运动的向心力，所以它们的向心力大小相等。

$$\frac{Gm_1m_2}{L^2}=\frac{m_1 4\pi^2}{T_1^2}.r_1(3)$$

$$\frac{Gm_1m_2}{L^2}=\frac{m_2 4\pi^2}{T_2^2}.r_2(4)$$

（3）/（4）$\Rightarrow \dfrac{m_1}{m_2}=\dfrac{r_1}{r_2}(5)$　　轨道半径之比与质量比成反比，故本题中 BC 正确。

（1）、（2）、（3）、（4）联立：$T=2\pi\sqrt{\frac{L^3}{G(m_1+m_2)}}(6)$　　双星系统周期公式

由表达式（6）可推变形：$m_1+m_2=\frac{4\pi^2L^3}{GT^2}(7)$ 故 D 对

例 21.双星系统由两颗恒星组成，两恒星在相互引力的作用下，分别围绕其连线上的某一点做周期相同的匀速圆周运动。研究发现，双星系统演化过程中，两星的总质量、距离和周期均可能发生变化。若某双星系统中两星做圆周运动的周期为T,经过一段时间演化后，两星总质量变为原来的k倍，两星之间的距离变为原来的n倍，则此时圆周运动的周期为（　　）

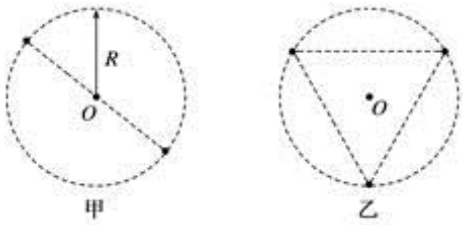
$A.\sqrt{\frac{n^3}{k^2}}T$　　$B.\sqrt{\frac{n^3}{k}}T$　　$C.\sqrt{\frac{n^2}{k}}T$　　$D.\sqrt{\frac{n}{k}}T$

【答案】B

【解析】结合上题的结论　$T=2\pi\sqrt{\frac{L^3}{G(m_1+m_2)}}$　，假设经过一段时间演化后双星系统的运动周期变为T'，

则$T'=2\pi\sqrt{\frac{(nL)^3}{Gk(m_1+m_2)}}$，　　$T'=\sqrt{\frac{n^3}{k}}T$　　故 B 选项正确

例 22.宇宙中存在一些离其它恒星较远的、由质量相等的三颗星组成的三星系统，通常可忽略其他星体对它们的引力作用．已观测到稳定的三星系统存在两种基本的构成形式：一种是三颗星位于同一直线上，两颗星围绕中央星在同一半径为 R 的圆轨道上运行；另一种是三颗星位于等边三角形的三个顶点上，并沿外接于等边三角形的圆形轨道运行．已知引力常量为 G，每个星体的质量均为m



(1)试求第一种形式下，星体运动的线速度和周期.

(2)假设两种形式下星体的运动周期相同，第二种形式下星体之间的距离应为多少？

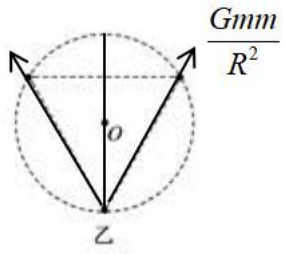
【答案】$L=\sqrt[3]{\frac{12}{5}}R$

【解析】

第一种形式：选任意天体受力分析：

$$\frac{Gm.m}{R^2}+\frac{Gm.m}{(2R)^2}=\frac{m4\pi^2}{T^2}.R(1) \qquad T=4\pi R\sqrt{\frac{R}{5Gm}}$$

$$\frac{Gm.m}{R^2}+\frac{Gm.m}{(2R)^2}=\frac{mv^2}{R}(2) \qquad v=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5Gm}{R}}$$



第二种形式：由几何关系得：

$$2\times\frac{Gm.m}{R^2}.\cos 30=\frac{m4\pi^2}{T^2}.R(4)$$

$R=\dfrac{\frac{L}{2}}{\cos 30}(5)$ 将（5）式代入（4）式得 $L=\sqrt[3]{\dfrac{3GmT^2}{4\pi^2}}$，根据题意两种形式下天体运行得周期相等，将 T 代入得：$L=\sqrt[3]{\dfrac{12}{5}}R$