衔接点 06 函数的最值及函数值的范围

【基础内容与方法】

主要根据函数的性质求函数的最值及函数值的范围，同时兼顾函数的图像，关注函数图像的最高点与最低点.

类型一：基本类型

例 1：已知函数 $y=-\frac{3}{2}(x+2)^2+9$.

(1) 抛物线的开口向_____、对称轴为直线_____、顶点坐标_____；

(2) 当 $x=$_____时，函数有最_____值，是_____；

(3) 当 x_____时，y 随 x 的增大而增大；当 x_____时，y 随 x 的增大而减小；

(4) 该函数图象可由 $y=-\frac{3}{2}x^2$ 的图象经过怎样的平移得到的？

考点练习一

1．已知二次函数 $f(x)=x^2-2x-4$ 在区间 $[-2,a]$ 上的最小值为 –5，最大值为 4，则实数 a 的取值范围是（　　）

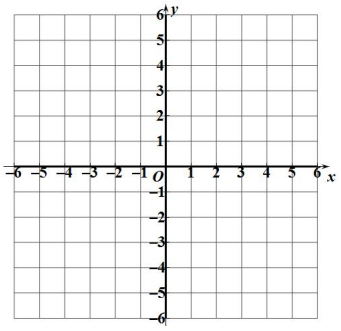
A．$(-2,1)$　　B．$(-2,4]$　　C．$[1,4]$　　D．$[1,+\infty)$

2．二次函数图象上部分点的横坐标 x，纵坐标 y 的对应值如下表：

x	…	-4	-3	-2	-1	0	1	…
y	…	5	0	-3	-4	-3	m	…

（1）m=_____；

（2）在图中画出这个二次函数的图象；



（3）当 $y\geqslant 5$ 时，x 的取值范围是_____；

（4）当 $-4<x<1$ 时，y 的取值范围是_____.

3．已知点 A（t，1）为函数 $y=ax^2+bx+4$（a，b 为常数，且 $a\neq 0$）与 $y=x$ 图象的交点．

（1）求 t；

（2）若函数 $y=ax^2+bx+4$ 的图象与 x 轴只有一个交点，求 a，b；

（3）若 $1\leq a\leq 2$，设当 $\frac{1}{2}\leq x\leq 2$ 时，函数 $y=ax^2+bx+4$ 的最大值为 m，最小值为 n，求 $m-n$ 的最小值．

类型二：最值问题的进阶

例 2：设函数 $f(x)=|2x-1|+|x+1|$ 的最小值为 m，求 m 的值．

考点练习二

4．函数 f(x)=x^2-2x+3 在闭区间［0,m］上最大值为 3，最小值为 2，则 m 的取值范围为____.

5．已知函数 $f(x)=x(x-2a)$，$a\in R$

（1）若 $f(x)$ 在 $[2,+\infty)$ 上是增函数，求 a 的取值范围；

（2）若 $a=1$，求函数 $f(x)$ 在区间 $[0,m](m>0)$ 上的最大值 $g(m)$.

6．已知函数 $f\left(x\right)=-x^2+mx-m$

（1）若函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left[-1,0\right]$ 上单调递减，求实数 m 的取值范围；

（2）是否存在实数 m，使得 $f\left(x\right)$ 在 $\left[2,3\right]$ 上的值域恰好是 $\left[2,3\right]$？若存在，求出实数 m 的值；若不存在，说明理由.