衔接点 07 从分式，根式的意义到函数的定义域

【基础内容与方法】

1.分式的的意义和根式的意义在专题三已有详述.

2.函数的概念：设 A，B 是非空数集，如果按照某种对应关系 f，使对于集合 A 中任意一个数 x，在集合 B 中都有唯一确定的数 $f(x)$和它对应，那么就称 f：$A\to B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个函数，记法为：$y=f(x)$，$x\in$A.

3.定义域：x 叫做自变量，x 的取值范围 A 叫做函数的定义域.

这里要指出，函数定义中强调“三性”----任意性、存在性、唯一性，即对于非空数集 A 中的任意一个(任意性)元素 x，在非空数集 B 中都有(存在性)唯一(唯一性)的元素 y 与之对应．这三性只要有一个不满足，便不能构成函数.

4.方法指引

(1)要明确使各函数表达式有意义的条件是什么，函数有意义的准则一般有：

①分式的分母不为 0；②偶次根式的被开方数非负；③$y=x^0$ 要求 $x\neq0$；

(2)不对解析式化简变形，以免定义域变化；

(3)当一个函数由两个或两个以上代数式的和、差、积、商的形式构成时，定义域是使得各式子都有意义的公共部分的集合；

(4)定义域是一个集合，要用集合或区间表示，若用区间表示数集，不能用“或”连接，而应该用并集符号“∪”连接.

类型一：依据函数形式结构来进行定义域的求取

方法：利用函数的形式结构，从分式，根式的意义来找限定条件.

例 1：求下列函数的定义域：

(1)$y=\frac{1}{x+1}-\sqrt{1-x}$；(2)$y=\frac{\sqrt{5-x}}{|x|-3}$.

类型二：已知 $f(x)$的定义域，求 $f[\varphi(x)]$的定义域

方法：指出:若已知 $f(x)$的定义域 $x\in(a,b)$，求 $f[\varphi(x)]$的定义域，其方法是：由 $a<\varphi(x)<b$ 求得 x 的范

围，即为 $f[\varphi(x)]$ 的定义域.

例 2：已知函数 $f(x)$ 的定义域为[1, 4]，求 $f(\frac{1}{x}+2)$ 的定义域.

考点练习一：

1．函数 $y=\frac{\sqrt{1-x^2}}{2x^2-3x-2}$ 的定义域为(　　)

A．(－∞，1]　　B．[－1,1]

C．[1,2)∪(2，＋∞)　　D．$\left[-1,-\frac{1}{2}\right)\cup\left(-\frac{1}{2},1\right]$

2．函数 $f(x)=\frac{\sqrt{1-|x-1|}}{a^x-1}$($a>0$ 且 $a\neq1$)的定义域为_____.

3．求下列函数的定义域：

(1)$y=2+\frac{3}{x-2}$；(2)$y=\sqrt{3-x}\cdot\sqrt{x-1}$；(3)$y=(x-1)^0+\sqrt{\frac{2}{x+1}}$.

4．试求下列函数的定义域：

(1)$f(x)=(x-1)^2+1$；(2)$f(x)=\frac{5x+4}{x-1}$；(3)$f(x)=x-\sqrt{x+1}$.

5．记函数 $f(x)=\sqrt{2-\frac{x+3}{x+1}}$ 的定义域为 A，求 A.

考点练习二

6.　若函数 $f(x)=\sqrt{mx^2+mx+1}$ 的定义域为一切实数，则实数 m 的取值范围是(　　)

A．[0,4)　　B．(0,4)　　C．[4，＋∞)　　D．(0,4]

7．已知函数 $y=f(x^2-1)$ 的定义域为[$-\sqrt{3}$，$\sqrt{3}$]，则函数 $y=f(x)$ 的定义域为_____.

8．若函数 $f(x)=\sqrt{ax^2+abx+b}$ 的定义域为{$x|1\leq x\leq2$}，则 $a+b$ 的值为_____.

9．若函数 f（2x）的定义域是[-2，2]，则函数 $y=f$（x+1）的定义域是 _____.

10．若函数 $f(x)=\frac{\sqrt[3]{x-1}}{mx^2+x+3}$ 的定义域为 $\boldsymbol{R}$，则 m 的取值范围为多少？

11．已知函数$f(x)$的定义域为[-1, 2]，求$g(x)=f(x)+f(-x)$的定义域.

12．已知f（x+1）的定义域为（2，4），

（1）求f（x）的定义域；

（2）求f（2x）的定义域.