

一、求值

1. 设函数 $y = \frac{2}{x}$ 与 $y = x - 1$ 的图像的交点坐标为 (a, b) , 则 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ 的值为_____.

2. 若 $a^2 - a - 1 = 0$, 则代数式 $\frac{a^2 + \frac{1}{a^2} - 3}{a - \frac{1}{a}}$ 的值为_____.

3. 已知 $x + 2y = 7$, $4m - 3n = 8$, 则代数式 $(9n - 4y) - 2(6m + x) + 3$ 的值为_____.

4. 若 $x + y = -1$, 则 $x^4 + 5x^3y + x^2y + 8x^2y^2 + xy^2 + 5xy^3 + y^4$ 的值等于_____.

5. 若 $a^4 + b^4 = a^2 - 2a^2b^2 + b^2 + 6$, 则 $a^2 + b^2 =$ _____.

6. 若实数 x, y 满足 $xy + x + y + 7 = 0$ 且 $3x + 3y = 9 + 2xy$, 则 $x^2y + xy^2 =$ _____.

7. 若对任意正整数 n , 都有 $a_1 + a_2 + \dots + a_n = n^2$, 则 $\frac{1}{a_1a_2} + \frac{1}{a_2a_3} + \frac{1}{a_3a_4} + \dots + \frac{1}{a_{2017}a_{2018}} =$ _____.

8. 小敏遇到这一个问题: 已知 α 为锐角, 且 $\tan\alpha = \frac{1}{2}$, 求 $\tan 2\alpha$ 的值. 小敏根据锐角三角函数及三角形有关的学习经验, 先画出一个含锐角 α 的直角三角形: 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = \alpha$. 她通过独立思考及与同学进行交流、讨论后, 形成了构造 2α 角的几种方法:

方法 1: 如图 1, 作线段 AB 的垂直平分线交 BC 于点 D , 连结 AD .

方法 2: 如图 2, 以直线 BC 为对称轴, 作出 $\triangle ABC$ 的轴对称图形 $\triangle A'BC$.

方法 3: 如图 3, 以直线 AB 为对称轴, 作出 $\triangle ABC$ 的轴对称图形 $\triangle A'BC'$.

.....

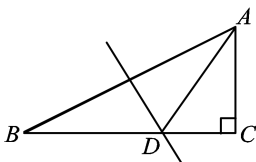


图 1

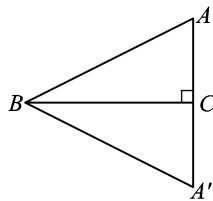


图 2

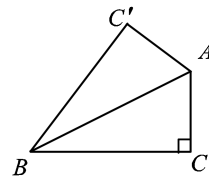


图 3

请你参考上面的想法, 选择一种方法帮助小敏求 $\tan 2\alpha$ 的值.

9. 若 α, β 为锐角且 $\alpha + \beta \neq 90^\circ$ 时, 现有公式: $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$, 利用此公式求解下列问题:

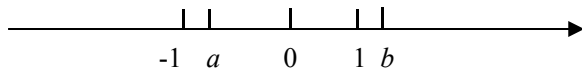
- (1) 求 $\tan 75^\circ$ 的值;
- (2) 若 A, B 为锐角且 $A + B = 45^\circ$ 时, 求 $(1 + \tan A)(1 + \tan B)$ 的值;
- (3) 求 $(1 + \tan 1^\circ)(1 + \tan 2^\circ)(1 + \tan 3^\circ) \cdots (1 + \tan 43^\circ)(1 + \tan 44^\circ)$ 的值.

二、完全平方数

- 10. 设 a 为实数, 若 $\sqrt{23-a}$ 与 $\sqrt{6-a}$ 都是整数, 则 a 的值是 _____.
- 11. 如果 $x + 100$ 和 $x - 100$ 都是完全平方数, 则 x 的最大值为 _____, 最小值为 _____.
- 12. 已知 A, n 都是自然数, 且 $A = n^2 + 15n + 26$ 是完全平方数, 则 n 的值为 _____.

三、图形识读

13. 有理数 a, b 在数轴上的位置如图所示, 则 $a + b$ 的值 ()



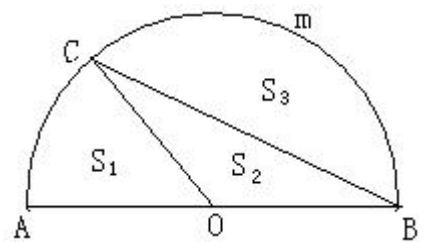
- (A) 大于 0
- (B) 小于 0
- (C) 等于 0
- (D) 大于 b

14. 如图, AB 为半圆 O 的直径, C 为半圆上一点, 且 \widehat{AC} 为半圆的 $\frac{1}{3}$,

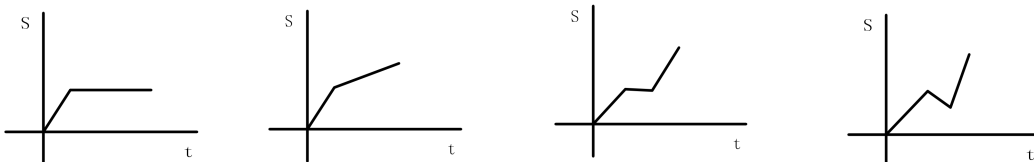
设扇形 AOC 、 $\triangle COB$ 、弓形 BmC 的面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 ,

则下列结论正确的是 ()

- A、 $S_1 < S_2 < S_3$
- B、 $S_3 < S_2 < S_1$
- C、 $S_2 < S_3 < S_1$
- D、 $S_2 < S_1 < S_3$

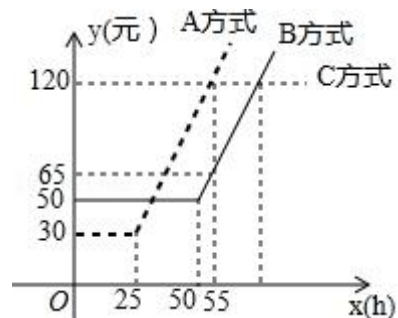


15. 小明骑自行车上学, 开始以正常速度匀速行驶, 但行至中途自行车出了故障, 只好停下来修车, 修好车后, 因怕耽误上课, 他比修车前加快了骑车速度继续匀速行驶, 下面是行驶路程 S (米) 关于时间 t (分) 的函数图象, 那么符合这个同学行驶情况的图象大致是 ()



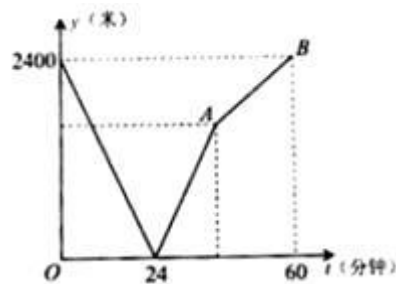
16.某通讯公司就上宽带网推出 A, B, C 三种月收费方式. 这三种收费方式每月所需的费用 y (元) 与上网时间 x (h) 的函数关系如图所示, 则下列判断错误的是 ()

- A. 每月上网时间不足 25 h 时, 选择 A 方式最省钱;
- B. 每月上网费用为 60 元时, B 方式可上网的时间比 A 方式多;
- C. 每月上网时间为 35h 时, 选择 B 方式最省钱;
- D. 每月上网时间超过 70h 时, 选择 C 方式最省钱.



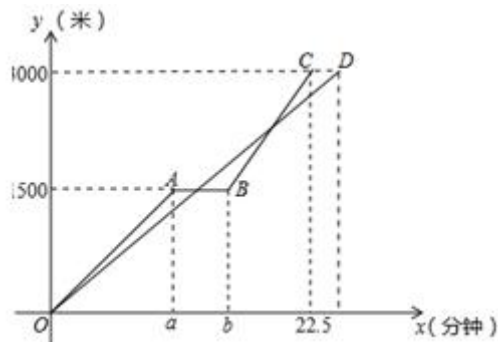
17.学校与图书馆在同一条笔直道路上, 甲从学校去图书馆, 乙从图书馆回学校, 甲、乙两人都匀速步行且同时出发, 乙先到达目的地. 两人之间的距离 y (米) 与时间 t (分钟) 之间的函数关系如图所示.

- (1) 根据图象信息, 当 $t =$ _____ 分钟时甲乙两人相遇,
甲的速度为 _____ 米/分钟;
- (2) 求出线段 AB 所表示的函数表达式.



18. “低碳环保, 绿色出行” 的理念得到广大群众的接受, 越来越多的人再次选择自行车作为出行工具, 小军和爸爸同时从家骑自行车去图书馆, 爸爸先以 150 米/分的速度骑行一段时间, 休息了 5 分钟, 再以 m 米/分的速度到达图书馆, 小军始终以同一速度骑行, 两人行驶的路程 y (米) 与时间 x (分钟) 的关系如图, 请结合图象, 解答下列问题:

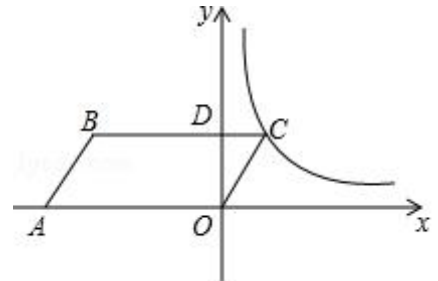
- (1) $a =$ _____, $b =$ _____, $m =$ _____;
- (2) 若小军的速度是 120 米/分, 求小军在途中与爸爸第二次相遇时, 距图书馆的距离;
- (3) 在 (2) 的条件下, 爸爸自第二次出发至到达图书馆前, 何时与小军相距 100 米?
- (4) 若小军的行驶速度是 v 米/分, 且在途中与爸爸恰好相遇两次 (不包括家、图书馆两地), 请直接写出 v 的取值范围.



四、函数

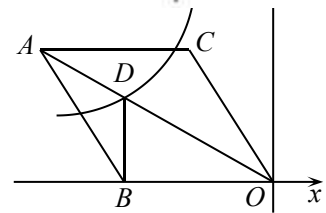
19. 如图，在平面直角坐标系中，平行四边形 $OABC$ 的顶点 A 的坐标为 $(-4, 0)$ ，顶点 B 在第二象限， $\angle BAO = 60^\circ$ ， BC 交 y 轴于点 D ， $BD:DC = 3:1$ 。若函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0, k > 0)$ 的图象经过点 C ，则 k 的值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$



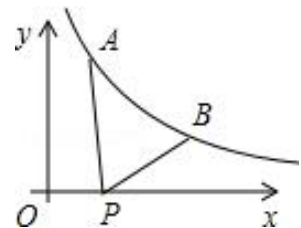
20. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，菱形 $ABOC$ 的顶点 O 在坐标原点，边 BO 在 x 轴的负半轴上，顶点 C 的坐标为 $(-3, 4)$ ，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与菱形对角线 AO 交于 D 点，连接 BD ，当 $BD \perp x$ 轴时， k 的值是 ()

- A. $-\frac{50}{3}$ B. $-\frac{25}{2}$ C. -12 D. $-\frac{25}{4}$

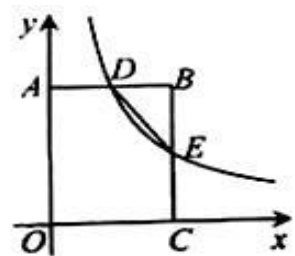


21. 如图，已知点 $A(\frac{1}{2}, y_1)$ 、 $B(2, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象上，动点 $P(x, 0)$ 在 x 轴正半轴上运动，若 $AP - BP$ 最大时，则点 P 的坐标是 ()

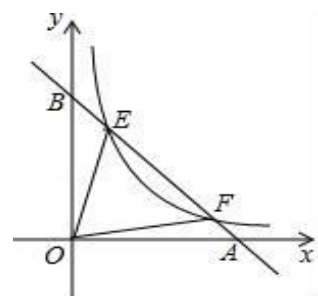
- A. $(\frac{1}{2}, 0)$ B. $(\frac{5}{2}, 0)$ C. $(\frac{3}{2}, 0)$ D. $(1, 0)$



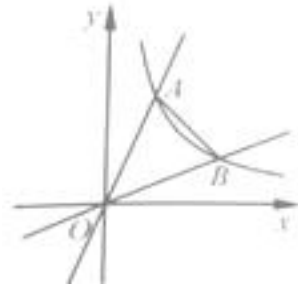
22. 如图，点 D 为矩形 $OABC$ 的 AB 边的中点，反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过 D 点，交 BC 边于点 E 。若 $\triangle BDE$ 的面积为 1，则 $k =$ _____。



23. 如图，点 E, F 在函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上，直线 EF 分别与 x 轴、 y 轴交于点 A, B ，且 $BE:BF = 1:3$ ，则 $\triangle EOF$ 的面积是 _____。

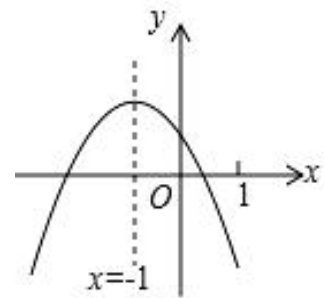


24.如图，在平面直角坐标系中，反比例函数 $y = \frac{2}{x} (x > 0)$ 与正比例函数 $y = kx, y = \frac{1}{k}x (k > 1)$ 的图像分别交于点 A, B ，若 $\angle AOB = 45^\circ$ ，则 $\triangle AOB$ 的面积是_____.



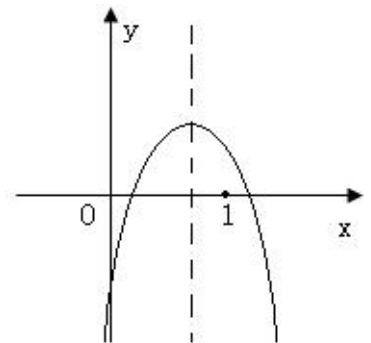
25.二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象如图，给出下列四个结论：

- ① $4ac - b^2 < 0$ ； ② $3b + 2c < 0$ ； ③ $4a + c < 2b$ ；
 - ④ $m(am + b) + b < a (m \neq -1)$ ，其中结论正确的个数是 ()
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



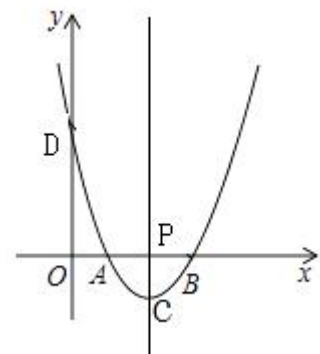
26.函数 $y = ax^2 + bx + c$ 图像的大致位置如图所示，则 $ab, bc, 2a + b, (a + c)^2 - b^2, (a + b)^2 - c^2, b^2 - a^2$ 等代数式的值中，正数有 ()

A、2个 B、3个 C、4个 D、5个



27.如图，在平面直角坐标系中，二次函数 $y = (x - a)(x - 3)$ 的图像与 x 轴交于点 A, B (点 A 在点 B 的左侧)，与 y 轴交于点 D ，过其顶点 C 作直线 $CP \perp x$ 轴，垂足为点 P ，连接 AD, BC 。

- (1) 求点 A, B, D 的坐标；
- (2) 若 $\triangle AOD$ 与 $\triangle BPC$ 相似，求 a 的值；
- (3) 点 D, O, C, B 能否在同一个圆上，若能，求出 a 的值，若不能，请说明理由。



五、寻找规律

28. 如图 4 所示，图中每个小三角形都是边长为 1 的等边三角形，请同学们仔细观察，数一数图中共有_____个正六边形。

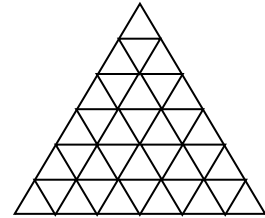
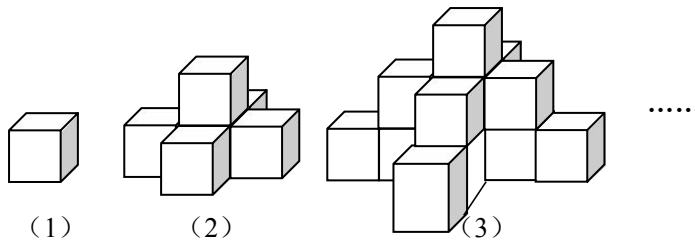
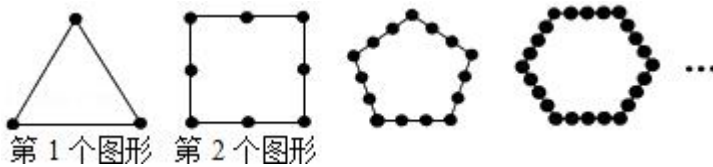


图 4

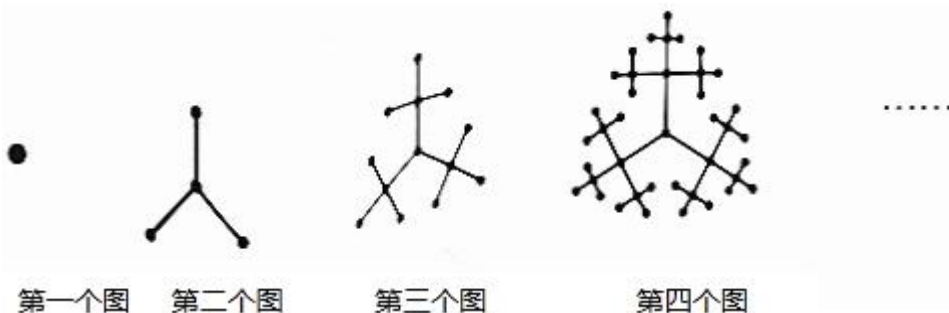
29. 按照下图所示规律摆下去，第 (4) 个图形中有小正方体_____块。



30. 如图所示，把同样大小的黑色棋子摆放在正多边形的边上，按照这样的规律摆下去，则第 n 个图形需要黑色棋子的个数是_____。



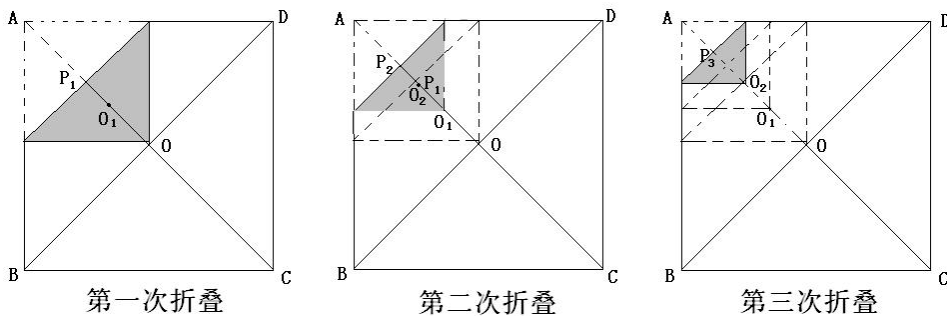
31. 如图，第一个图形中有 1 个点，第二个图形中有 4 个点，第三个图形中有 13 个点，…，按此规律，第 n 个图形中有_____个点。



32. 已知一个动点 P 从原点出发，按甲方式运动：先向上运动 1 个单位长度，再向右运动 2 个长度单位；按乙方式运动：先向下运动 2 个长度单位，再向左运动 3 个长度单位。现动点 P 第一次按甲方式从原点运动至 P_1 点，第二次按乙方式从 P_1 点运动至 P_2 点；第三次按甲方式从 P_2 点运动至 P_3 点；第四次按乙方式从 P_3 点

运动至 P_4 点, …… , 依次运动规律, 则第 11 次运动后动点所在位置 P_{11} 的坐标为 _____; 第 2018 次后动点所在位置的坐标为 _____.

33. 如图, 正方形纸片 $ABCD$ 的边长为 $\sqrt{2}$, 对角线相交于点 O , 第 1 次将纸片折叠, 使点 A 与点 O 重合, 折痕与 AO 交于点 P_1 ; 设 P_1O 的中点为 O_1 , 第 2 次将纸片折叠, 使点 A 与点 O_1 重合, 折痕与 AO 交于点 P_2 ; 设 P_2O_1 的中点为 O_2 , 第 3 次将纸片折叠, 使点 A 与点 O_2 重合, 折痕与 AO 交于点 P_3 ; …… ; 设 $P_{n-1}O_{n-2}$ 的中点为 O_{n-1} , 第 n 次将纸片折叠, 使点 A 与点 O_{n-1} 重合, 折痕与 AO 交于点 P_n ($n > 2$), 则 AP_n 的长为 _____.



六、探究结论

34. 如图, 已知直线 $y = \frac{3}{4}x$, 点 A 的坐标是 $(4, 0)$, 点 D 为 x 轴上位于点 A 右边的某一点, 点 B 为直线 $y = \frac{3}{4}x$

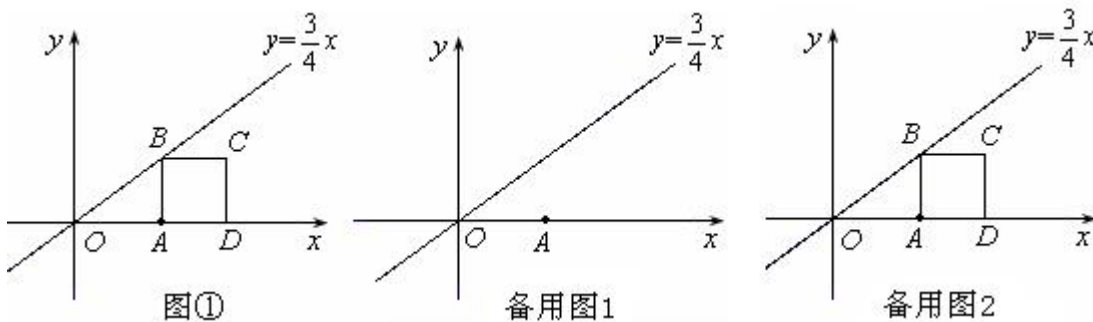
上的一点, 以点 A 、 B 、 D 为顶点作正方形.

(1) 图①是符合条件的一种情况, 图①中点 D 的坐标为 **▲**;

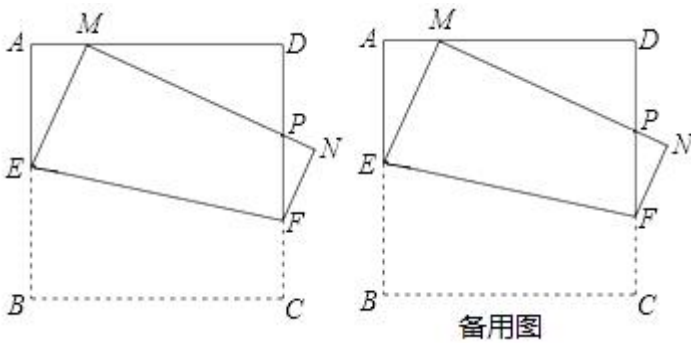
(2) 求出其它所有符合条件的点 D 的坐标;

(3) 在图①中, 若点 P 以每秒 1 个单位长度的速度沿直线 $y = \frac{3}{4}x$ 从点 O 移动到点 B , 与此同时点 Q

以相同的速度从点 A 出发沿着折线 $A-B-C$ 移动, 当点 P 到达点 B 时两点停止运动. 试探究: 在移动过程中, $\triangle PAQ$ 的面积最大值是多少?



35.如图，在边长为1的正方形ABCD中，动点E、F分别在边AB、CD上，将正方形ABCD沿直线EF折叠，使点B的对应点M始终落在边AD上（点M不与点A、D重合），点C落在点N处，MN与CD交于点P，设 $BE = x$ ，



(1) 当 $AM = \frac{1}{3}$ 时，求 x 的值；

(2) 随着点M在边AD上位置的变化， $\triangle PDM$ 的周长是否发生变化？如变化，请说明理由；如不变，请求出该定值；

(3) 设四边形BEFC的面积为S，求S与 x 之间的函数表达式，并求出S的最小值.



参考答案：

1. $-\frac{1}{2}$; 2. 0; 3. -35; 4. 1; 5. 3; 6. 6; 7. $\frac{2017}{4035}$; 8. $\frac{4}{3}$

9. (1) $2+\sqrt{3}$; (2) 2; (3) 2^{22} ; 10. -58; 11. 2501, 125; 12. 23;

13. A; 14. D; 15. C; 16. D; 17. (1) 24, 40; (2) $y=40t, 40 \leq t \leq 60$;

18. (1) 10; 15; 200; (2) 750 米; (3) 17.5 分钟时和 20 分钟; (4) $100 < v < \frac{400}{3}$.

19. D; 20. B; 21. B; 22. 4; 23. $\frac{8}{3}$; 24. 2; 25. C; 26. A;

27. (1) $A(a,0), B(3,0), D(0,3a)$; (2) $a = \frac{7}{3}$; (3) 能, $a = \sqrt{5}$.

28. 11; 29. 28; 30. $n(n+2)$; 31. $1+3+3^2+\dots+3^{n-1}$;

32. $P_{11}(-3,-4), P_n(-n,-n)$. 33. $AP_n = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4} \right)^{n-1}$.

34. (1) $D(7,0)$, (2) $D(16,0)$ 或 $D(28,0)$, (3) ΔPAQ 面积的最大值为 3.

35. (1) $x = \frac{5}{9}$; (2) ΔPDM 的周长为定值 2; (3) 设 $AM = a$, 则 $x = \frac{a^2+1}{2}$,

作 $FQ \perp AB$ 于 Q , $BQ = \frac{a^2+1}{2} - a$, $\therefore S = \frac{1}{2}(CF+BE) \times 1 = \dots = \frac{1}{2} \left(a - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{8} \geq \frac{3}{8}$.