高中数学选修 4-4 全套教案

第一讲　　坐标系

一　　平面直角坐标系

课题：1、平面直角坐标系

教学目的：

1.回顾在平面直角坐标系中刻画点的位置的方法\

2.体会坐标系的作用

3.通过观察、探索、发现的创造性过程，培养创新意识。

教学重点：体会直角坐标系的作用

教学难点：能够建立适当的直角坐标系,解决数学问题

教学过程：

一、复习引入：

情境 1：为了确保宇宙飞船在预定的轨道上运行，并在按计划完成科学考察任务后，安全、准确的返回地球，从火箭升空的时刻开始，需要随时测定飞船在空中的位置机器运动的轨迹。

情境 2：运动会的开幕式上常常有大型团体操的表演，其中不断变化的背景图案是由看台上座位排列整齐的人群不断翻动手中的一本画布构成的。要出现正确的背景图案，需要缺点不同的画布所在的位置。

问题 1：如何刻画一个几何图形的位置？

问题 2：如何创建坐标系？

二、学生活动

学生回顾

刻画一个几何图形的位置，需要设定一个参照系

1、数轴 它使直线上任一点 P 都可以由惟一的实数 x 确定

2、平面直角坐标系

在平面上，当取定两条互相垂直的直线的交点为原点，并确定了度量单位和这两条直线的方向，就建立了**平面直角坐标系**。它使平面上任一点 P 都可以由惟一的实数对（x,y）确定

3、空间直角坐标系

在空间中，选择两两垂直且交于一点的三条直线，当取定这三条直线的交点为原点，并确定了度量单位和这三条直线方向，就建立了**空间直角坐标系**。它使空间上任一点 P 都可以由惟一的实数对（x,y,z）确定

三、讲解新课：

1、建立坐标系是为了确定点的位置，因此，在所建的坐标系中应满足：

任意一点都有确定的坐标与其对应；反之，依据一个点的坐标就能确定这个点的位置

2、确定点的位置就是求出这个点在设定的坐标系中的坐标

四、数学运用

例 1 选择适当的平面直角坐标系，表示边长为 1 的正六边形的顶点。

*变式训练

如何通过它们到点O的距离以及它们相对于点O的方位来刻画,即用”距离和方向”确定点的位置？

例2 已知B村位于A村的正西方1公里处,原计划经过B村沿着北偏东60^0的方向设一条地下管线m.但在A村的西北方向400米出,发现一古代文物遗址W.根据初步勘探的结果,文物管理部门将遗址W周围100米范围划为禁区.试问:埋设地下管线m的计划需要修改吗?

*变式训练

1．一炮弹在某处爆炸,在A处听到爆炸的时间比在B处晚2s,已知A、B两地相距800米，并且此时的声速为340m/s,求曲线的方程

2．在面积为1的ΔPMN中，$\tan\angle PMN=\frac{1}{2},\tan\angle MNP=-2$，建立适当的坐标系，求以M，N为焦点并过点P的椭圆方程

例3 已知Q（a,b）,分别按下列条件求出P 的坐标

（1）P是点Q 关于点M（m,n）的对称点

（2）P是点Q 关于直线l:x-y+4=0的对称点（Q不在直线1上）

*变式训练

用两种以上的方法证明：三角形的三条高线交于一点。

思考

通过平面变换可以把曲线$\frac{(x+1)^2}{9}+\frac{(y-1)^2}{4}=1$变为中心在原点的单位圆，请求出该复合变换？

四、巩固与练习

五、小　　结：本节课学习了以下内容：1．如何建立直角坐标系；

2．建标法的基本步骤；

3．什么时候需要建标。

五、课后作业：课本P14页 1，2，3，4

六、课后反思：

建标法，学生学习有印象，但没有主动建标的意识，说明学生数学学习缺乏系统性，需要加强训练。

课题：2、平面直角坐标系中的伸缩变换

教学目标：

1.平面直角坐标系中的坐标变换

2.体会坐标变换的作用

3.通过观察、探索、发现的创造性过程，培养创新意识

教学重点：理解平面直角坐标系中的坐标变换、伸缩变换

教学难点：会用坐标变换、伸缩变换解决实际问题

教学过程：

一、阅读教材 P4—P8

问题探究 1：怎样由正弦曲线 $y=\sin x$ 得到曲线 $y=\sin 2x$？

思考："保持纵坐标不变横坐标缩为原来的一半"的实质是什么？

问题探究 2：怎样由正弦曲线 $y=\sin x$ 得到曲线 $y=3\sin x$？

思考："保持横坐标不变纵坐标缩为原来的 3 倍"的实质是什么？

问题探究 3：怎样由正弦曲线 $y=\sin x$ 得到曲线 $y=3\sin 2x$？

二、新课讲解：

定义：设P(x,y)是平面直角坐标系中任意一点，在变换

$$\varphi:\begin{cases} x'=\lambda x & (\lambda>0) \\ y'=\mu y & (\mu>0) \end{cases}$$

的作用下，点P(x,y)对应P'(x',y').称 φ 为平面直角坐标系中的伸缩变换

注　(1)$\lambda>0,\mu>0$

（2）把图形看成点的运动轨迹，平面图形的伸缩变换可以用坐标伸缩变换得到；

（3）在伸缩变换下，平面直角坐标系不变，在同一直角坐标系下进行伸缩变换。

例 1、在直角坐标系中，求下列方程所对应的图形经过伸缩变换 $\begin{cases} x'=2x \\ y'=3y \end{cases}$ 后的图形。

（1）2x+3y=0;　(2) $x^2+y^2=1$

例 2、在同一平面坐标系中，经过伸缩变换 $\begin{cases} x'=3x, \\ y'=y \end{cases}$ 后，曲线 C 变为曲线 $x'^2+9y'^2=9$，求曲线 C 的方程并画出图象。

三、知识应用：

1、已知 $f_1(x)=\sin x, f_2(x)=\sin\omega x$（$\omega>0$) $f_2(x)$ 的图象可以看作把 $f_1(x)$ 的图象在其所在的坐标系中的横坐标压缩到原来的 $\frac{1}{3}$ 倍（纵坐标不变）而得到的，则 ω 为（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B .2　　C.3　　D.$\frac{1}{3}$

2、在同一直角坐标系中，经过伸缩变换 $\begin{cases} x'=5x \\ y'=3y \end{cases}$ 后，曲线 C 变为曲线 $2x'^2+8y'^2=1$, 则

曲线 C 的方程为（　　）

A．$25x^2+36y^2=1$ B.$9x^2+100y^2=1$ C．$10x^2+24y^2=1$ D.$\frac{2}{25}x^2+\frac{8}{9}y^2=1$

3、在平面直角坐标系中，求下列方程所对应的图形经过伸缩变换$\begin{cases}x'=\frac{1}{2}x\\ y'=\frac{1}{3}y\end{cases}$后的图形。

（1）$5x+2y=0;$

（2）$x^2+y^2=1$。

四、知识归纳：设点 P（x,y）是平面直角坐标系中的任意一点，在变换 $\varphi:\begin{cases}x'=\lambda\cdot x,(\lambda>0),\\ y'=\mu\cdot y,(\mu>0),\end{cases}$ 的作用下，点 P(x,y)对应到点 $P'(x',y')$ ，称 φ 为平面直角坐标系中的坐标伸缩变换

五、作业布置：

1、抛物线 $y^2=4x$ 经过伸缩变换$\begin{cases}x'=\frac{1}{4}x\\ y'=\frac{1}{3}y\end{cases}$后得到________________

2、把圆 $x^2+y^2=16$ 变成椭圆 $x'^2+\frac{y'^2}{16}=1$ 的伸缩变换为__________________

3、在同一坐标系中将直线 $3x+2y=1$ 变成直线 $2x'+y'=2$ 的伸缩变换为___________

4、把曲线 $y=3\sin 2x$ 的图象经过伸缩变换$\begin{cases}x'=\frac{1}{2}x\\ y'=4y\end{cases}$得到的图象所对应的方程为_______

5、在同一平面直角坐标系中，经过伸缩变换$\begin{cases}x'=2x\\ y'=\frac{1}{2}y\end{cases}$后，曲线 C 变为 $x'^2-16y'^2-4x'=0$，则曲线 C 的方程______________________

六、反思：

这节课主要是让学生理解坐标的伸缩变换思想，重点是要会对方程进行伸缩变换，很多学生都能掌握这一节内容。

二　　极坐标系

课题：1、极坐标系的的概念

教学目的：

1.理解极坐标的概念

2.能在极坐标系中用极坐标刻画点的位置，体会在极坐标系和平面直角坐标系中刻画点的位置的区别.

3.通过观察、探索、发现的创造性过程，培养创新意识。

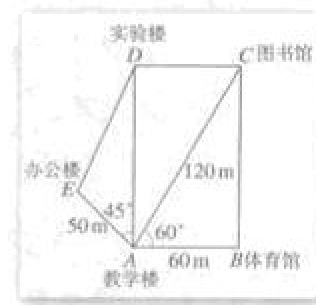
教学重点：理解极坐标的意义

教学难点：能够在极坐标系中用极坐标确定点位置

教学过程：

一、复习引入：

情境 1：军舰巡逻在海面上，发现前方有一群水雷，如何确定它们的位置以便将它们引爆？



情境 2: 如图为某校园的平面示意图，假设某同学在教学楼处。

（1）他向东偏 60° 方向走 120M 后到达什么位置？该位置惟一确定吗？

（2）如果有人打听体育馆和办公楼的位置，他应如何描述？

问题 1：为了简便地表示上述问题中点的位置，应创建怎样的坐标系呢？

问题 2：如何刻画这些点的位置？

这一思考，能让学生结合自己熟悉的背景，体会在某些情况下用距离与角度来刻画点的位置的方便性，为引入极坐标提供思维基础.

二、讲解新课：

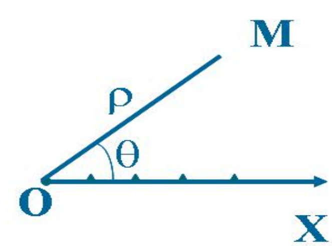
从情镜 2 中探索出：在生活中人们经常用方向和距离来表示一点的位置。这种用方向和距离表示平面上一点的位置的思想，就是极坐标的基本思想。

1、极坐标系的建立：

在平面上取一个定点 O，自点 O 引一条射线 OX，同时确定一个单位长度和计算角度的正方向（通常取逆时针方向为正方向），这样就建立了一个**极坐标系。**

（其中 O 称为极点，射线 OX 称为极轴。）

2、极坐标系内一点的极坐标的规定



对于平面上任意一点 M，用 ρ 表示线段 OM 的长度，用 θ 表示从 OX 到 OM 的角度，ρ 叫做点 M 的极径，θ叫做点 M 的极角，有序数对（ρ，θ）就叫做 M 的极坐标。

特别强调：由极径的意义可知ρ≥0；当极角θ的取值范围是$[0,2\pi)$时,平面上的点(除去极点)就与极坐标（ρ，θ）建立一一对应的关系 .们约定,极点的极坐标是极径ρ=0, 极角是任意角.

3、负极径的规定

在极坐标系中，极径ρ允许取负值，极角θ也可以去任意的正角或负角

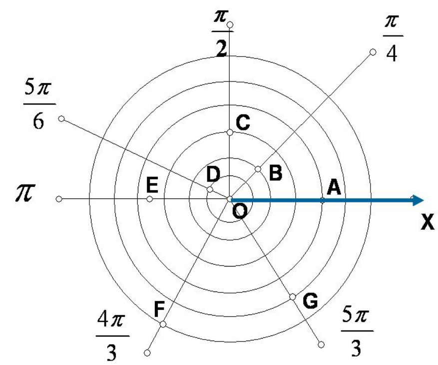
当ρ<0 时，点 M （ρ，θ）位于极角终边的反向延长线上，且 OM=$|\rho|$。

M （ρ，θ）也可以表示为$(\rho,\theta+2k\pi)$或$(-\rho,\theta+(2k+1)\pi)\quad(k\in z)$

4、数学应用

例 1 写出下图中各点的极坐标（见教材 14 页）

A（4，0）B（2　　　）C（　　　）
D（　　　）E（　　　　）F（　　　）
G（　　　）



① 平面上一点的极坐标是否唯一？
② 若不唯一，那有多少种表示方法？
③坐标不唯一是由谁引起的？
③ 不同的极坐标是否可以写出统一表达式
约定：极点的极坐标是ρ=0，θ可以取任意角。
变式训练
　　在极坐标系里描出下列各点
A（3，0） B（6，2π）C（3，$\frac{\pi}{2}$）D（5，$\frac{4\pi}{3}$）E（3，$\frac{5\pi}{6}$）F（4，π）G（6，$\frac{5\pi}{3}$
　点的极坐标的表达式的研究
例 2 在极坐标系中，(1)已知两点 P（5，$\frac{5\pi}{4}$），Q$(1,\frac{\pi}{4})$，求线段 PQ 的长度；
(2)已知 M 的极坐标为（ρ，θ）且θ=$\frac{\pi}{3}$，ρ$\in R$，说明满足上述条件的点 M 的位置。
变式训练
1、若ΔABC的的三个顶点为$A(5,\frac{5\pi}{2}),B(8,\frac{5\pi}{6}),C(3,\frac{7\pi}{6})$,判断三角形的形状.
2、若 A、B 两点的极坐标为$(\rho_1,\theta_1),(\rho_2,\theta_2)$求 AB 的长以及$\Delta AOB$的面积。（O 为极点）
例 3 已知 Q（ρ，θ），分别按下列条件求出点 P 的极坐标。
（1） P 是点 Q 关于极点 O 的对称点；
（2） P 是点 Q 关于直线$\theta=\frac{\pi}{2}$的对称点；
（3） P 是点 Q 关于极轴的对称点。
变式训练
1.在极坐标系中,与点$(-8,\frac{\pi}{6})$关于极点对称的点的一个坐标是　(　　)
$A(8,\frac{\pi}{6}),B(8,-\frac{5\pi}{6}),C(-8,\frac{5\pi}{6}),D(-8,-\frac{\pi}{6})$
2 在极坐标系中，如果等边ΔABC的两个顶点是$A(2,\frac{\pi}{4}),B(2,\frac{5}{4})$,求第三个顶点 C 的坐标。
三、巩固与练习
四、小　　结：本节课学习了以下内容：1．如何建立极坐标系。 2．极坐标系的基本要素是：极点、极轴、极角和度单位。3．极坐标中的点与坐标的对应关系。
五、课后作业：
学习辅导 P4-5
六．课后反思：
本节学习内容对学生来说是全新的，因而学生学习的兴趣很浓，课堂气氛很好。部分学生还未能转换思维，感到有点吃力。后续教学还要加强基础训练。

课题：2、极坐标与直角坐标的互化

教学目的：

1.掌握极坐标和直角坐标的互化关系式

2.会实现极坐标和直角坐标之间的互化

3.通过观察、探索、发现的创造性过程，培养创新意识。

教学重点：对极坐标和直角坐标的互化关系式的理解

教学难点：互化关系式的掌握

教学过程：

一、复习引入：

情境 1：若点作平移变动时，则点的位置采用直角坐标系描述比较方便;

情境 2：若点作旋转变动时，则点的位置采用极坐标系描述比较方便

问题 1：如何进行极坐标与直角坐标的互化？

问题 2：平面内的一个点的直角坐标是$(1,\sqrt{3})$，这个点如何用极坐标表示？

学生回顾

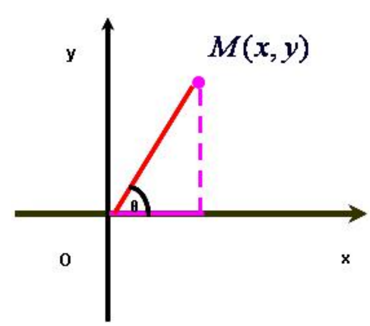
理解极坐标的建立及极径和极角的几何意义

正确画出点的位置，标出极径和极角，借助几何意义归结到三角形中求解

二、讲解新课：

直角坐标系的原点 O 为极点，x轴的正半轴为极轴，且在两坐标系中取相同的长度单位。平面内任意一点 P 的指教坐标与极坐标分别为(x,y)和(ρ,θ)，则由三角函数的定义可以得到如下两组公式：

$$\begin{cases} x=\rho\cos\theta \\ y=\rho\sin\theta \end{cases} \qquad \begin{cases} \rho^2=x^2+y^2 \\ \tan\theta=\dfrac{y}{x} \end{cases}$$



说明 1 上述公式即为极坐标与直角坐标的互化公式

2 通常情况下，将点的直角坐标化为极坐标时，取$\rho\geqslant 0$，$0\leqslant\theta\leqslant 2\pi$。

3 互化公式的三个前提条件

1. 极点与直角坐标系的原点重合;
2. 极轴与直角坐标系的 x 轴的正半轴重合;
3. 两种坐标系的单位长度相同.

三．举例应用：

例 1.（1）把点 M 的极坐标$(8,\dfrac{2\pi}{3})$化成直角坐标

（2）把点 P 的直角坐标$(\sqrt{6},-\sqrt{2})$化成极坐标

变式训练

在极坐标系中, 已知$A(2,\dfrac{\pi}{6}),B(2,-\dfrac{\pi}{6})$, 求 A, B 两点的距离

例 2. 若以极点为原点, 极轴为x轴正半轴, 建立直角坐标系.

(1) 已知 A 的极坐标$(4,\frac{5\pi}{3})$,求它的直角坐标,

(2) 已知点 B 和点 C 的直角坐标为$(2,-2)$和$(0,-15)$

求它们的极坐标. ($\rho>0, 0\leqslant\theta<2\pi$)

变式训练

把下列个点的直角坐标化为极坐标(限定$\rho>0, 0\leqslant\theta<2\pi$)

$A(-1,1), B(0,-2), C(3,4), D(-3,-4)$

例 3. 在极坐标系中, 已知两点$A(6,\frac{\pi}{6}), B(6,\frac{2\pi}{3})$.

求 A, B 中点的极坐标.

变式训练

在极坐标系中, 已知三点$M(2,-\frac{\pi}{3}), N(2,0), P(2\sqrt{3},\frac{\pi}{6})$. 判断$M, N, P$三点是否在一条直线上.

四、巩固与练习：课后练习

五、小　　结：本节课学习了以下内容：

1．极坐标与直角坐标互换的前提条件；

2．互换的公式；

3．互换的基本方法。

五、课后作业：学习辅导 P6-9

六、课后反思：

在教师的引导下，学生能积极应对互化的原因、方法，也能较好地模仿操作，但让学生独立自主完成新的问题的解答，明显有困难，需要教师的点拨引导。这点可采取的措施是：小组讨论，共同寻找解决问题的方法，很有效。但教学时间不足。

三　　简单曲线的极坐标方程

课　　题：1、圆的极坐标方程

教学目标：

1、掌握极坐标方程的意义

2、能在极坐标中给出简单图形的极坐标方程

教学重点、极坐标方程的意义

教学难点：极坐标方程的意义

教学过程：

一、复习引入：

问题情境

1、直角坐标系建立可以描述点的位置极坐标也有同样作用？

2、直角坐标系的建立可以求曲线的方程

极坐标系的建立是否可以求曲线方程？

学生回顾

1、直角坐标系和极坐标系中怎样描述点的位置？

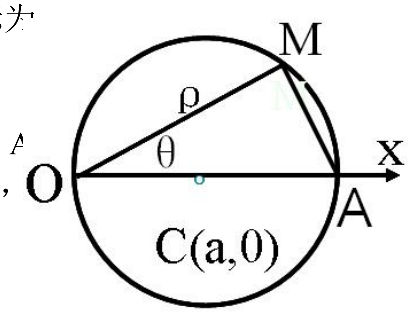
2、曲线的方程和方程的曲线（直角坐标系中）定义

3、求曲线方程的步骤

4、极坐标与直角坐标的互化关系式:

二、讲解新课：

1、**引例**．如图，在极坐标系下半径为a的圆的圆心坐标为$(a,0)(a>0)$，你能用一个等式表示圆上任意一点的极坐标(ρ,θ)满足的条件？



解：设M (ρ,θ)是圆上O、A以外的任意一点，连接AM，则有：OM=OAcosθ，即：ρ＝2acosθ　　①，

2、提问：曲线上的点的坐标都满足这个方程吗？

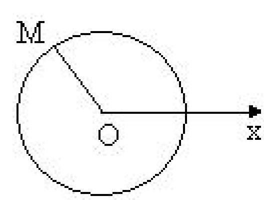
可以验证点O$(0,\pi/2)$、A$(2a,0)$满足①式.

等式①就是圆上任意一点的极坐标满足的条件.

反之，适合等式①的点都在这个圆上.

3、定义：一般地，如果一条曲线上任意一点都有一个极坐标适合方程$f(\rho,\theta)=0$的点在曲线上，那么这个方程称为这条曲线的极坐标方程，这条曲线称为这个极坐标方程的曲线。

例1、已知圆O的半径为r，建立怎样的坐标系，可以使圆的极坐标方程更简单？



①建系；

②设点；M（ρ，θ）

③列式；OM＝r，　即：ρ＝r

④证明或说明.

变式练习：求下列圆的极坐标方程

(1)中心在C$(a,0)$，半径为a；

(2)中心在$(a,\pi/2)$，半径为a；

(3)中心在C(a,θ_0)，半径为a

答案：(1)ρ＝2acosθ　(2) ρ＝2asinθ　(3) $\rho=2a\cos(\theta-\theta_0)$

例2.（1）化在直角坐标方程$x^2+y^2-8y=0$为极坐标方程，

（2）化极坐标方程 $\rho=6\cos(\theta-\frac{\pi}{3})$ 为直角坐标方程。

三、课堂练习：

1.以极坐标系中的点(1,1)为圆心，1为半径的圆的方程是 (C)

$A.\rho=2\cos\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)$ $B.\rho=2\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)$

$C.\rho=2\cos\left(\theta-1\right)$ $D.\rho=2\sin\left(\theta-1\right)$

2.极坐标方程分别是ρ＝cosθ和ρ＝sinθ的两个圆的圆心距是多少？ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3．说明下列极坐标方程表示什么曲线

(1) $\rho=2\cos(\theta-\frac{\pi}{4})$　(2) $\rho=\cos(\frac{\pi}{3}-\theta)$

(3) $\rho=3\sin\theta$　(4) $\rho=6$

4．填空：

(1)直角坐标方程 $x^2+y^2-2x+3y=0$ 的 极坐标方程为______________

(2)直角坐标方程 $2x-y+1=0$ 的极坐标方程为______________

(3)直角坐标方程 $x^2+y^2=9$ 的极坐标方程为__________

(4)直角坐标方程 $x=3$ 的极坐标方程为______________

四、课堂小结：

1．曲线的极坐标方程的概念.

2．求曲线的极坐标方程的一般步骤.

五、课外作业：教材 P_{28}　1，2

1．在极坐标系中，已知圆 C 的圆心 $C(3,\frac{\pi}{6})$，半径 $r=3$，

（1）求圆 C 的极坐标方程。

（2）若 Q 点在圆 C 上运动，P 在 OQ 的延长线上，且 $OQ:OP=3:2$，求动点 P 的轨迹方程。

六、 课后反思：

这一节课主要让学生掌握曲线的极坐标方程的一般步骤，此节课比较抽象，所以学生学起来有点吃力。

课题：2、直线的极坐标方程

教学目标：

1.掌握直线的极坐标方程

2.会求直线的极坐标方程及与直角坐标之间的互化

3.通过观察、探索、发现的创造性过程，培养创新意识。

教学重点：理解直线的极坐标方程，直角坐标方程与极坐标方程的互化

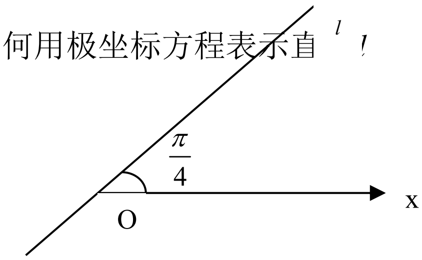
教学难点：直线的极坐标方程的掌握

教学过程：

一、探究新知：

阅读教材 P13-P14

探究 1、直线l经过极点，从极轴到直线l的角是$\dfrac{\pi}{4}$，如何用极坐标方程表示直



思考：用极坐标表示直线时方程是否唯一？

探究 2、如何表示过点$A(a,0)(a>0)$，且垂直于极轴的直线l的极坐标方程，化为直角坐标方程是什么？过点$A(a,0)(a>0)$，平行于极轴的直线l的极坐标方程呢？

二、知识应用：

例 1、已知点 P 的极坐标为$(2,\pi)$，直线l过点 P 且与极轴所成的角为$\dfrac{\pi}{3}$，求直线l的极坐标方程。

例 2、把下列极坐标方程化成直角坐标方程

（1） $\theta=\dfrac{5\pi}{4}(\rho\in R)$ （2） $\rho(2\cos\theta+5\sin\theta)-4=0$ （3） $\rho\sin(\theta-\dfrac{\pi}{3})=4$

例 3、判断直线$\rho\sin(\theta+\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 与圆$\rho=2\cos\theta-4\sin\theta$的位置关系。

三、巩固与提升：

P15 第 1，2，3，4 题

四、知识归纳：

1、直线的极坐标方程

2、直线的极坐标方程与直角坐标方程的互化

3、直线与圆的简单综合问题

五、作业布置：

1、在直角坐标系中，过点$(1,0)$，与极轴垂直的直线的极坐标方程是（　　　）

A　$\rho\sin\theta=1$　　　B　$\rho=\sin\theta$　　　C　$\rho\cos\theta=1$　　　D　$\rho=\cos\theta$

2、与方程$\theta=\dfrac{\pi}{4}(\rho\geq 0)$表示同一曲线的是　（　　　）

A　$\theta=\dfrac{\pi}{4}(\rho\in R)$　　B　$\theta=\dfrac{5\pi}{4}(\rho\leq 0)$　　C　$\theta=\dfrac{5\pi}{4}(\rho\in R)$　　D　$\theta=\dfrac{\pi}{4}(\rho\leq 0)$

3、在极坐标系中，过点$A(2,-\dfrac{\pi}{2})$且与极轴平行的直线l的极坐标方程是____________

4、在极坐标系中，过圆$\rho=4\cos\theta$的圆心，且垂直于极轴的直线方程是____________

5、在极坐标系中，过点$A(2,\dfrac{3\pi}{4})$且垂直于极轴的直线l的极坐标方程是____________

6、已知直线的极坐标方程为$\rho\sin(\theta+\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，求点$A(2,\dfrac{7\pi}{4})$到这条直线的距离。

7、在极坐标系中，由三条直线$\theta=0,\theta=\dfrac{\pi}{3},\rho\cos\theta+\rho\sin\theta=1$围成图形的面积。

六、反思：

这节课的内容是直线的极坐标方程，通过不同的方法去求出直线的极坐标方程，所以要求学生能灵活变换。

四　柱坐标系与球坐标系简介

课题：球坐标系与柱坐标系

教学目的：

1.了解在柱坐标系、球坐标系中刻画空间中点的位置的方法

2.了解柱坐标、球坐标与直角坐标之间的变换公式。

3.通过观察、探索、发现的创造性过程，培养创新意识。

教学重点：体会与空间直角坐标系中刻画空间点的位置的方法的区别和联系

教学难点：利用它们进行简单的数学应用

教学过程：

一、复习引入：

情境：我们用三个数据来确定卫星的位置，即卫星到地球中心的距离、经度、纬度。

问题：如何在空间里确定点的位置？有哪些方法？

学生回顾

在空间直角坐标系中刻画点的位置的方法

极坐标的意义以及极坐标与直角坐标的互化原理

二、讲解新课：

1、球坐标系

设 P 是空间任意一点，在 oxy 平面的射影为 Q，连接 OP，记$|OP|=r$，OP 与 OZ 轴正向所夹的角为θ，P 在 oxy 平面的射影为 Q，Ox 轴按逆时针方向旋转到 OQ 时所转过的最小正角为φ，点 P 的位置可以用有序数组(r,θ,φ)表示，我们把建立上述对应关系的坐标系叫球坐标系(或空间极坐标系)

有序数组(r,θ,φ)叫做点 P 的球坐标，其中$r\geqslant0$，$0\leqslant\theta\leqslant\pi$，$0\leqslant\varphi<2\pi$。

空间点 P 的直角坐标(x,y,z)与球坐标(r,θ,φ)之间的变换关系为：

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=r^2 \\ x=r\sin\theta\cos\varphi \\ y=r\sin\theta\sin\varphi \\ z=r\cos\theta \end{cases}$$

2、柱坐标系

设 P 是空间任意一点，在 oxy 平面的射影为 Q，用(ρ,θ)($\rho\geqslant0$, $0\leqslant\theta<2\pi$)表示点在

平面 oxy 上的极坐标，点 P 的位置可用有序数组(ρ,θ,Z)表示把建立上述对应关系的坐标系叫做柱坐标系

有序数组(ρ,θ,Z)叫点 P 的柱坐标，其中$\rho\geqslant0$, $0\leqslant\theta<2\pi$, $z\in R$

空间点 P 的直角坐标(x, y, z)与柱坐标(ρ,θ,Z)之间的变换关系为：

$$\begin{cases} x=\rho\cos\theta \\ y=\rho\sin\theta \\ z=z \end{cases}$$

3、数学应用

例 1 建立适当的球坐标系,表示棱长为 1 的正方体的顶点.

变式训练

建立适当的柱坐标系，表示棱长为 1 的正方体的顶点.

例 2. 将点 M 的球坐标 $(8,\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{6})$ 化为直角坐标.

变式训练

1. 将点 M 的直角坐标 $(-1,-1,\sqrt{2})$ 化为球坐标.

2. 将点 M 的柱坐标 $(4,\frac{\pi}{3},8)$ 化为直角坐标.

3. 在直角坐标系中点 (a,a,a) (a > 0) 的球坐标是什么?

例 3. 球坐标满足方程 r=3 的点所构成的图形是什么?并将此方程化为直角坐标方程.

变式训练

标满足方程 ρ =2 的点所构成的图形是什么?

例 4. 已知点 M 的柱坐标为 $(\sqrt{2},\frac{\pi}{4},3)$, 点 N 的球坐标为 $(2,\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$, 求线段 MN 的长度.

思考:

在球坐标系中, 集合 $M=\left\{(r,\theta,\varphi)\middle|2\le r\le 6,0\le\theta\le\frac{\pi}{2},0\le\varphi\le 2\pi\right\}$ 表示的图形的体积为多少?

三、巩固与练习

四、小　　结：本节课学习了以下内容：

1．球坐标系的作用与规则；

2．柱坐标系的作用与规则。

五、课后作业：教材 P15 页 12，13，14，15，16

六、课后反思：

本节内容与平面直角坐标和极坐标结合起来，学生容易理解。但以后少用，可能会遗忘很快。需要定期调回学生的记忆。