2020 年秋季高一开学分班考试（衔接部分）（二）

一、单选题（共 12 小题，满分 60 分，每小题 5 分）

1、下列分解因式错误的是　　（　　）

A．$a^2-5a+6=(a-2)(a-3)$　　B．$1-4m^2+4m=(1-2m)^2$

C．$-4x^2+y^2=-(2x+y)(2x-y)$　　D．$3ab+\frac{1}{4}a^2b^2+9=(3+\frac{1}{2}ab)^2$

【答案】B

【解析】B 中的 $1+4m^2-4m=(1-2m)^2$，所以 B 是错的。

2、已知 $x=1$ 是一元二次方程 $x^2+ax+b=0$ 的一个根，则 $a^2+2ab+b^2=$（　　）

A．2　　B．1　　C．0　　D．-1

【答案】B.

【解析】∵$x=1$ 是一元二次方程 $x^2+ax+b=0$ 的一个根，∴$1^2+a+b=0$，∴$a+b=-1$，

∴$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2=(-1)^2=1$．故选 B.

3、已知 $x^2-2x-1=0$．求代数式 $(x-1)^2+x(x-4)+(x-2)(x+2)$ 的值．

A．1　　B．0　　C．-1　　D．2

【答案】B

【解析】原式=$x^2-2x-1+x^2-4x+x^2-4=3x^2-6x-3$

∵$x^2-2x-1=0$∴原式=$3(x^2-2x-1)=0$

4、下列分解不正确的是　　（　　）

A.$x^2+8x+16=(x+4)^2$　　B.$-4a^2+12ab-9b^2=(2a-3b)^2$

C.$x^2-\frac{1}{3}x+\frac{1}{36}=(x-\frac{1}{6})^2$　　D.$4a^2b^2+4ab+1=(2ab+1)^2$

【答案】B

【解析】完成平方公式的运用：$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$，　故选 B .

5、关于 x 的方程 $mx^2+(2m+1)x+m=0$ 有两个不等的实根，则 m 的取值范围是：

A.$(-\frac{1}{4},+\infty)$　　B.$(-\infty,-\frac{1}{4})$　　C.$[-\frac{1}{4},+\infty]$　　D.$(-\frac{1}{4},0)\cup(0,+\infty)$.

【答案】D

【解析】由 m≠0 且Δ>0，得 m<-$\frac{1}{4}$，∴选 D.

6、不等式 $x-\frac{3}{x}>2$ 的解集是（　　）

A. $\{x|x<-1或x>3\}$　　B. $\{x|-1<x<0或x>3\}$

C. $\{x|x<-1或0<x<3\}$　　D. $\{x|-1<x<0或0<x<3\}$

【答案】B

【解析】$x=1$ 时，$-2>2$ 不成立，可排除 C,D，$x=-2$ 时，$-\frac{1}{2}>2$ 不成立，可排除 A，故选 B.

7、已知 $|x-a|<b$ 的解集是 $\{x|-3<x<9\}$，则实数 a，b 的值是（　　）

A．$a=-3$，$b=6$　　B．$a=3$，$b=-6$　　C．$a=-3$，$b=-6$　　D．$a=3$，$b=6$

【答案】D

【解析】分析：先解不等式 $|x-a|<b$，再列方程组得实数 a，b 的值.

详解：由题得-b<x-a<b，所以 a-b<x<a+b，

因为 $|x-a|<b$ 的解集是 $\{x|-3<x<9\}$，

所以 a-b=-3 且 a+b=9，

所以 a=3，b=6．故答案为：D

8、一元二次不等式 $ax^2+bx+2>0$ 的解集是 $(-\frac{1}{2},\frac{1}{3})$，则 $a+b$ 的值是（　　）。

A.10　　B.-10　　C.14　　D.-14

【答案】D

【解析】方程 $ax^2+bx+2=0$ 的两个根为 $-\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$，

由维达定理得 $-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=-\frac{b}{a},-\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{a}$，$a=-12,b=-2$，$a+b=-14$.

9、不等式 $\left(\frac{1}{2}-x\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)>0$ 的解集为（　　）

A. $\left\{x|\frac{1}{3}<x<\frac{1}{2}\right\}$　B. $\left\{x|x>\frac{1}{2}\right\}$　　C. $\left\{x|x<\frac{1}{3}\right\}$ D. $\left\{x|x<\frac{1}{3}或x>\frac{1}{2}\right\}$

【答案】A

【解析】$\because\left(\frac{1}{2}-x\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)>0\therefore\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)<0$

解得：$\frac{1}{3}<x<\frac{1}{2}$，即不等式$\left(\frac{1}{2}-x\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)>0$的解集为$\left\{x\mid\frac{1}{3}<x<\frac{1}{2}\right\}$，故选：A

10、关于x的不等式$x^2-2ax-8a^2<0\,(a>0)$的解集为(x_1,x_2),且$x_2-x_1=15$,则$a=$(　)

A．$\frac{15}{4}$　　B．$\frac{7}{2}$　　C．$\frac{5}{2}$　　D．$\frac{15}{2}$

【答案】C

【解析】因为$x^2-2a-8a^2<0$,)，所以$(x+2a)(x-4a)<0$)，$a>0$

即$-2a<x<4a$，又$|x_1-x_2|=15$，所以$6a=15$，解得$a=\frac{5}{2}$．故选 C.

11、若抛物线 $y=kx^2-2x-1$ 与 x 轴有两个不同的交点，则 k 的取值范围为(　　)

A．$k>-1$　　B．$k\geq-1$　　C．$k>-1$ 且 $k\neq0$　　D．$k\geq-1$ 且 $k\neq0$

【答案】C

【解析】

∵二次函数 $y=kx^2-2x-1$ 的图象与 x 轴有两个交点，

∴$b^2-4ac=(-2)^2-4\times k\times(-1)=4+4k>0$，

∴$k>-1$，

∵抛物线 $y=kx^2-2x-1$ 为二次函数，

∴$k\neq0$，

则 k 的取值范围为 $k>-1$ 且 $k\neq0$，故选 C.

12、已知方程 $2(k+1)x^2+4kx+3k-2=0$ 有两个负实根，则实数 k 的取值范围是（　）

A.$(-2,-1)\cup(\frac{2}{3},1)$　　B. $(-2,-1)$　　C. $(\frac{2}{3},1)$　　D. $[-2,-1)\cup(\frac{2}{3},1]$

【答案】A

【解析】要原方程有两个负实根，必须:

$$\begin{cases}2(k+1)\neq0\\ \Delta\geq0\\ x_1+x_2<0\\ x_1x_2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k+1\neq0\\ k^2+k-2\leq0\\ -\frac{4k}{2(k+1)}<0\\ \frac{3k-2}{2(k+1)}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k\neq-1\\ -2\leq k\leq1\\ k>0\ 或\ k<-1\\ k>\frac{2}{3}或\ k<-1\end{cases}$$

$\Leftrightarrow-2<k<-1$ 或$\frac{2}{3}<k<1$∴实数 k 的取值范围是{k|-2<k<-1 或$\frac{2}{3}$<k<1}.故选 A.

二、填空题（共 4 小题，满分 20 分）

13、已知$|a|<1$，则$\frac{1}{1+a}$与 $1-a$ 的大小关系为_____.

$\frac{1}{1+a}\geq 1-a$　解析：由$|a|<1$，得$-1<a<1$.

$\therefore 1+a>0, 1-a>0$.即$\frac{\frac{1}{1+a}}{1-a}=\frac{1}{1-a^2}$∵$0<1-a^2\leq 1$，$\therefore \frac{1}{1-a^2}\geq 1$，$\therefore \frac{1}{1+a}\geq 1-a$.

14、不等式$|x|<2x-1$的解集为_____.

【答案】$\{x\,|\,x>1\}$

【解析】$|x|<2x-1\Leftrightarrow -(2x-1)<x<2x-1\Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x>\frac{1}{3} \end{cases}\Leftrightarrow x>1$,所以不等式$|x|<2x-1$ 的解集为$\{x|x>1\}$.

15、已知$x^2+x+1=0$，求$x^{2007}+x^{2006}+\ldots\ldots+x^3+x^2+x+1$=_____.

【答案】0

【解析】三个一分组，每组都有因式x^2+x+1.

16、 已知函数 f(x)=$\sqrt{ax^2+2ax+1}$的定义域为 R.，则 a 的取值范围_____ ；

【答案】[0，1]

【解析】 (1)∵函数$f(x)=\sqrt{ax^2+2ax+1}$的定义域为 R，∴$ax^2+2ax+1\geq 0$ 恒成立，当 $a=0$ 时，$1\geq 0$ 恒成立. 当 $a\neq 0$ 时，则有$\{a>0$，解得 $0<a\leq 1$，综上，a 的取值范围是[0，1].

三、解答题（共 6 小题，满分 70 分，第 17 题 10 分，其它 12 分）

17、（1）化简：$\sqrt{9-4\sqrt{5}}$（2）化简：$\sqrt{4+\sqrt{15}}+\sqrt{4-\sqrt{15}}$.

【解析】（1）$\sqrt{9-4\sqrt{5}}$,

$=\sqrt{4-2\sqrt{20}+5}$,

$=\sqrt{(\sqrt{4}-\sqrt{5})^2}$,

$=\sqrt{5}-2$;

（2）∵$(\sqrt{4+\sqrt{15}}+\sqrt{4-\sqrt{15}})^2$,

$=4+\sqrt{15}+2\sqrt{4+\sqrt{15}}\times\sqrt{4-\sqrt{15}}+4-\sqrt{15}$,

$=8+2=10$,

$\therefore\sqrt{4+\sqrt{15}}+\sqrt{4-\sqrt{15}}=\sqrt{10}$.

18、设 $x\in\mathbf{R}$，解不等式 $|x|+|2x-1|>2$.

【解析】当 $x<0$ 时，原不等式可化为 $-x+1-2x>2$，解得 $x<-\frac{1}{3}$;

当 $0\le x\le\frac{1}{2}$ 时，原不等式可化为 $x+1-2x>2$，即 $x<-1$，无解；

当 $x>\frac{1}{2}$ 时，原不等式可化为 $x+2x-1>2$，解得 $x>1$.

综上，原不等式的解集为 $\{x|x<-\frac{1}{3}$ 或 $x>1\}$.

19、已知 $x^2-3x+1=0$，求 $x^3+\dfrac{1}{x^3}+3$ 的值.

【解析】$\because x^2-3x+1=0\quad\therefore x\neq 0\quad\therefore x+\frac{1}{x}=3$

原式=$(x+\frac{1}{x})(x^2-1+\frac{1}{x^2})+3=(x+\frac{1}{x})[(x+\frac{1}{x})^2-3]+3=3(3^2-3)+3=21$.

20、已知函数 $f(x)=ax^2+4x+b(a<0$，a、$b\in$R)，设关于 x 的方程 $f(x)=0$ 的两实根为 x_1、x_2，方程 $f(x)=x$ 的两实根为α、β.

(1)若$|\alpha-\beta|=1$，求 a、b 的关系式；

(2)若 a、b 均为负整数，且$|\alpha-\beta|=1$，求 $f(x)$的解析式；

【解】 (1)由 $f(x)=x$ 得 $ax^2+3x+b=0(a<0$，a、$b\in$R)有两个不等实根为α、β，$\therefore\Delta=9-4ab>0$，$\alpha+\beta=-\frac{3}{a}$，$\alpha\cdot\beta=\frac{b}{a}$.由$|\alpha-\beta|=1$ 得$(\alpha-\beta)^2=1$，即$(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=\frac{9}{a^2}-\frac{4b}{a}=1$，$\therefore 9-4ab=a^2$，即 $a^2+4ab=9(a<0$，a、$b\in$R).

(2)由(1)得 $a(a+4b)=9$，而 a、b 均为负整数，

$$\therefore\begin{cases}a=-1,\\ a+4b=-9\end{cases}\text{或}\begin{cases}a=-9,\\ a+4b=-1\end{cases}\text{或}\begin{cases}a=-3,\\ a+4b=-3.\end{cases}$$

显然后两种情况不合题意，应舍去，从而有

$$\begin{cases}a=-1,\\ a+4b=-9,\end{cases}\therefore\begin{cases}a=-1,\\ b=-2.\end{cases}$$

故所求函数解析式为 $f(x)=-x^2+4x-2$.

21、已知二次函数的图象过点(−3，0)，(1，0)，且顶点到 x 轴的距离等于 2，求此二次函数的表达式.

【解析】法一：$\because$二次函数的图象过点(−3，0)，(1，0)，

$\therefore$可设二次函数为 $y=a(x+3)(x-1)(a\neq 0)$，

展开，得　$y=ax^2+2ax-3a$，

顶点的纵坐标为 $\frac{-12a^2-4a^2}{4a}=-4a$，由于二次函数图象的顶点到 x 轴的距离 2，

∴$|-4a|=2$，即 $a=\pm\frac{1}{2}$.

所以，二次函数的表达式为 $y=\frac{1}{2}x^2+x-\frac{3}{2}$，或 $y=-\frac{1}{2}x^2-x+\frac{3}{2}$.

法二：∵二次函数的图象过点(−3，0)，(1，0)，

∴对称轴为直线 $x=-1$.

又顶点到 x 轴的距离为 2，

∴顶点的纵坐标为 2，或−2.

于是可设二次函数为 $y=a(x+1)^2+2$，或 $y=a(x+1)^2-2$，

由于函数图象过点(1，0)，

∴$0=a(1+1)^2+2$，或 $0=a(1+1)^2-2$.

∴$a=-\frac{1}{2}$，或 $a=\frac{1}{2}$．所以，所求的二次函数为 $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2+2$，或 $y=\frac{1}{2}(x+1)^2-2$.

22、求二次函数 $f(x)=ax^2+(2a-1)x-3(a\neq 0)$ 在区间 $\left[-\frac{3}{2},2\right]$ 上的最大值.

解析　$f(x)=a\left(x+\frac{2a-1}{2a}\right)^2-\frac{(2a-1)^2}{4a}-3$，对称轴为 $x=-\frac{2a-1}{2a}$

①当 $a>0$ 时

（ｉ）当 $-\frac{2a-1}{2a}\leqslant\frac{1}{4}$ 时，即 $a\geqslant\frac{2}{5}$ 时，$f(x)_{\max}=f(2)=8a-5$；

（ii）当 $-\frac{2a-1}{2a}>\frac{1}{4}$ 时，即 $0<a<\frac{2}{5}$ 时，$f(x)_{\max}=f(-\frac{3}{2})=-\frac{3}{4}a-\frac{3}{2}$；

②当 $a<0$ 时，$-\frac{2a-1}{2a}<0$

（ｉ）当 $-\frac{2a-1}{2a}\leqslant-\frac{3}{2}$ 时，即 $-1\leqslant a<0$ 时，$f(x)_{\max}=f(-\frac{3}{2})=-\frac{3}{4}a-\frac{3}{2}$；

（ii）当 $-\frac{3}{2}<-\frac{2a-1}{2a}<0$ 时，即 $a<-1$ 时，$f(x)_{\max}=f(-\frac{2a-1}{2a})=-\frac{(2a-1)^2}{4a}-3$，

综上所述，$f(x)_{\max}=\begin{cases}-\frac{(2a-1)^2}{4a}-3, a<-1\\ -\frac{3}{4}a-\frac{3}{2}, -1\leqslant a<\frac{2}{5}\text{且}a\neq 0\\ 8a-5, a\geqslant\frac{2}{5}\end{cases}$