2020年秋季高二开学摸底考试（四）

一、单选题（共8小题，满分40分，每小题5分）

1、（2020·新疆生产建设兵团二中高一期末）函数 $f\left(x\right)=\sqrt{2x-1}+\frac{1}{x-2}$ 的定义域为（　　）

A．$\left[0,2\right)$　　B．$\left(2,+\infty\right)$

C．$\left[\frac{1}{2},2\right)\cup\left(2,+\infty\right)$　　D．$\left(-\infty,2\right)\cup\left(2,+\infty\right)$

2、（2020·河北承德第一中学高三月考）下列命题正确的是（　　）

A．若 $a>b$，则 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　B．若 $a>b$，则 $a^2>b^2$

C．若 $a>b$，$c<d$，则 $a-c>b-d$　　D．若 $a>b$，$c>d$，则 $ac>bd$

3、（2020·湖南省雅礼中学高一期末）在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，异面直线 A_1B 与 AC 所成角是（　　）

A．30°　　B．45°　　C．60°　　D．90°

4、（2020·安徽省合肥一中高二期末）若直线 $l_1:x+ay+6=0$ 与 $l_2:\left(a-2\right)x+3y+2a=0$ 平行，则 l_1 与 l_2 间的距离为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{8\sqrt{2}}{3}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\frac{8\sqrt{3}}{3}$

5、（2020·陕西省西北工业大学附属中学高二）直线 $y=2x$ 绕原点顺时针旋转 45° 得到直线 l，若直线 l 的倾斜角为 α，则 $\cos 2\alpha=$（　　）

A．$-\frac{3}{5}$　　B．$\frac{3}{5}$　　C．$-\frac{4}{5}$　　D．$\frac{4}{5}$

6、（2020·湖南省长沙一中高一期末）在三棱锥 $P-ABC$ 中，平面 $PAB\perp$ 平面 ABC，ΔABC 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的等边三角形，$PA=PB=\sqrt{7}$，则该三棱锥外接球的表面积为（　　）

A．16π　　B．$\frac{65\pi}{4}$　　C．$\frac{65\pi}{16}$　　D．$\frac{49\pi}{4}$

7、（2020·吉林省长春外国语学校高二期末）直线 $kx-2y+1=0$ 与圆 $x^2+(y-1)^2=1$ 的位置关系是(　　)

A．相交　　B．相切　　C．相离　　D．不确定

8、（2020·合肥一六八中学高一期末）已知函数 $f(x)=\log_a[(a+1)x^2-x-7]$ 在 $[2，3]$ 上是增函数，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．$(\frac{5}{4}，+\infty)$　　B．$(\frac{1}{9}，1)\cup(\frac{5}{4}，+\infty)$

C．$(2，+\infty)$　　D．$(\frac{1}{2}，1)\cup[2，+\infty)$

二、多选题（共 4 小题，满分 20 分，每小题 5 分，少选的 3 分，多选不得分）

9、（2020·福建省厦门双十中学高一期中）集合 A，B 是实数集 R 的子集，定义

$A-B=\{x\mid x\in A且x\notin B\}$，$A*B=(A-B)\cup(B-A)$ 叫做集合的对称差，若集合

$A=\left\{y\mid y=(x-1)^2+1,0\le x\le 3\right\}$，$B=\left\{y\mid y=x^2+1,1\le x\le 3\right\}$，则以下说法正确的是（　　）

A．$A=[-1,5]$　　B．$B=[2,10]$　　C．$A-B=[1,2)$

D．$B-A=(5,10]$

E. $A*B=(1,2]\cup(5,10]$

10、（2020·福建省福州第一中学高一期末）以下函数在区间 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上为单调增函数的有（　　）

A．$y=\sin x+\cos x$　　B．$y=\sin x-\cos x$

C．$y=\sin x\cos x$　　D．$y=\frac{\sin x}{\cos x}$

11、（2020·福建省福州第一中学高一期末）ΔABC 是边长为 3 的等边三角形，已知向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 满足 $\overrightarrow{AB}=3\vec{a}$，$\overrightarrow{AC}=3\vec{a}+\vec{b}$，则下列结论中正确的有（　　）

A．$\vec{a}$ 为单位向量　　B．$\vec{b}//\overrightarrow{BC}$

C．$\vec{a}\perp\vec{b}$　　D．$\left(6\vec{a}+\vec{b}\right)\perp\overrightarrow{BC}$

12、（2020·福建省厦门一中高一期中）已知函数 $f\left(x\right)=\lg\left(x^2+ax-a-1\right)$，给出下述论述，其中正确的是（　　）

A．当 $a=0$ 时，$f\left(x\right)$ 的定义域为 $\left(-\infty,-1\right)\cup\left(1,+\infty\right)$

B．$f\left(x\right)$一定有最小值；

C．当$a=0$时，$f\left(x\right)$的值域为R；

D．若$f\left(x\right)$在区间$\left[2,+\infty\right)$上单调递增，则实数a的取值范围是$\left\{a\,|\,a\geq -4\right\}$

三、填空题（共 4 小题，满分 20 分，每小题 5 分，一题两空，第一空 2 分）

13、一个六棱锥的体积为$2\sqrt{3}$，其底面是边长为 2 的正六边形，侧棱长都相等，则该六棱锥的侧面积为_____.

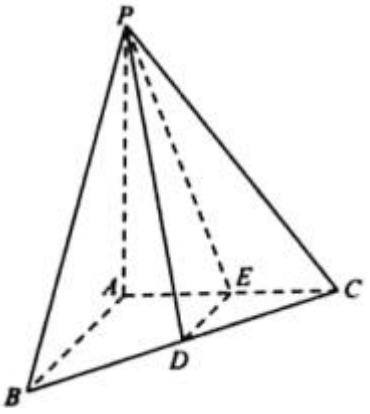
14、（2020 届江苏省海安中学、金陵中学、新海高级中学高三 12 月联考）将函数 f(x)的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位后得到函数$y=4\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$的图象，则$f\left(\frac{\pi}{4}\right)$为_____.

15. 已知圆 C 与 x 轴的正半轴相切于点 A，圆心在直线 $y=2x$ 上，若点 A 在直线 $x-y-4=0$ 的左上方且到该直线的距离等于$\sqrt{2}$，则圆 C 的标准方程为_____.

16、（2020·首都师范大学附属中学高一期中）已知函数$f(x)=\begin{cases}-x^2+2x, x\leq a\\ x, x>a\end{cases}$.（1）当$a=1$时，函数$f(x)$的值域是_____；（2）若函数$f(x)$的图像与直线$y=a$只有一个公共点，则实数$a$的取值范围是_____.

四、解答题（共 6 小题，满分 70 分，第 17 题 10 分，其它 12 分）

17、（江苏省南通市、泰州市 2019-2020 学年高三上学期期末）如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，$PA\perp$平面 ABC，$PC\perp AB$，D，E 分别为 BC，AC 的中点.求证:



(1) AB / /平面 PDE ;

(2)平面 $PAB^{\perp}$平面 PAC .

18、（2020 届江苏省南通市海安高级中学高三第二次模拟）已知集合 $A=\left\{x\middle|x^2-x-2>0\right\}$，集合 $B=\left\{x\middle|2x^2+\left(2k+5\right)x+5k<0\right\}$，$k\in\mathbf{R}$.

（1）求集合 B；

（2）记 $M=A\bigcap B$，且集合 M 中有且仅有一个整数，求实数 k 的取值范围.

19、（2020·北师大附中高一期末）甲、乙二人独立破译同一密码，甲破译密码的概率为0.8，乙破译密码的概率为0.7.记事件A：甲破译密码，事件B：乙破译密码.

（1）求甲、乙二人都破译密码的概率；

（2）求恰有一人破译密码的概率；

（3）小明同学解答“求密码被破译的概率”的过程如下：

解：“密码被破译”也就是“甲、乙二人中至少有一人破译密码”所以随机事件“密码被破译”可以表示为$A+B$

所以$P(A+B)=P(A)+P(B)=0.8+0.7=1.5$

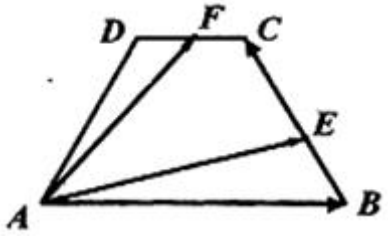
请指出小明同学错误的原因？并给出正确解答过程.

20、（2020届江苏省启东市高三下学期期初考）已知$\triangle ABC$的内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，已知$a\sin B=b\sin 2A$.

（1）求角A；

（2）若$a=5$，$\triangle ABC$的面积为$2\sqrt{3}$，求$\triangle ABC$的周长.

21、（2020·福建省福州第一中学高一期末）在等腰梯形 $ABCD$ 中，已知 $AB//DC$，$AB=4$，$BC=2$，$\angle ABC=60^{\circ}$，动点 E 和 F 分别在线段 BC 和 DC 上（含端点），且 $\overrightarrow{BE}=m\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{DF}=n\overrightarrow{DC}$ 且（m、n 为常数），设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$.



（Ⅰ）试用 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{AE}$ 和 $\overrightarrow{AF}$；

（Ⅱ）若 $m+n=1$，求 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}$ 的最小值.

22、（2020·四川省阆中中学高二月考）已知直线 $l_1:mx-2(m+1)y+2=0$，$l_2:x-2y+3=0$，$l_3:x-y+1=0$ 是三条不同的直线，其中 $m\in R$.

（1）求证：直线 l_1 恒过定点，并求出该点的坐标；

（2）若以 l_2，l_3 的交点为圆心，$2\sqrt{3}$ 为半径的圆 C 与直线 l_1 相交于 A,B 两点，求 $|AB|$ 的最小值.