2020年秋季高三开学摸底考试（五）

一、单选题（共8小题，满分40分，每小题5分）

1、（2020届山东省枣庄市高三上学期统考）已知集合$A=\{x\in Z|0<x<4\}$，$B=\{x|(x+1)(x-2)<0\}$，则$A\cap B=$（　　）

A．$(0,2)$　　B．$(-1,2)$　　C．$\{0,1\}$　　D．$\{1\}$

2、（2020届山东省枣庄、滕州市高三上期末）已知$a\in R$，则“$0<a<1$”是“$\forall x\in R,\ ax^2+2ax+1>0$”的（　　）

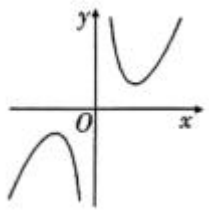
A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

3、（2020届山东实验中学高三上期中）若a,b是任意实数，且$a>b$，则（　　）

A．$a^2>b^2$　　B．$\frac{b}{a}<1$　　C．$\lg(a-b)>0$　　D．$\left(\frac{1}{2}\right)^a<\left(\frac{1}{2}\right)^b$

4、（2020届山东省九校高三上学期联考）若函数$y=f(x)$的大致图像如图所示，则$f(x)$的解析式可以为（　　）



A．$f(x)=\frac{x}{2^x+2^{-x}}$　　B．$f(x)=\frac{x}{2^x-2^{-x}}$

C．$f\left(x\right)=\dfrac{2^{x}+2^{-x}}{x}$　　D．$f\left(x\right)=\dfrac{2^{x}-2^{-x}}{x}$

5、（2020 届山东省潍坊市高三上期中）已知函数 $f(x)=\sin x+\cos x$，则（　　）

A．$f\left(x\right)$的最小正周期为π　　B．$y=f\left(x\right)$图象的一条对称轴方程为$x=\dfrac{\pi}{4}$

C．$f\left(x\right)$的最小值为-2　　D．$f\left(x\right)$的$\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$上为增函数

6、（2020 届山东省济宁市高三上期末）在ΔABC中，$AB=1,AC=3,\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-1$，则$\Delta ABC$的面积为(　　)

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．1　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

7、（2020 届山东省枣庄、滕州市高三上期末）已知直线$l_1:kx+y=0\ (k\in R)$与直线$l_2:x-ky+2k-2=0$相交于点 *A*，点 *B* 是圆$(x+2)^2+(y+3)^2=2$上的动点，则$|AB|$的最大值为（　　）

A．$3\sqrt{2}$　　B．$5\sqrt{2}$　　C．$5+2\sqrt{2}$　　D．$3+2\sqrt{2}$

8、（2020·全国高三专题练习（文））函数$f\left(x\right)=\begin{cases}2\log_2 x, x\geq 1,\\ f\left(x+1\right), x<1,\end{cases}$，若方程$f\left(x\right)=-2x+m$有且只有两个不相等的实数根，则实数$m$的取值范围是（　　）

A．$\left(-\infty,4\right)$　　B．$\left(-\infty,4\right]$　　C．$\left(-2,4\right)$　　D．$\left(-2,4\right]$

二、多选题（共 4 小题，满分 20 分，每小题 5 分，少选的 3 分，多选不得分）

9、（2020 届山东省九校高三上学期联考）下列结论正确的是（　　）

A．$\forall x\in R$，$x+\dfrac{1}{x}\geq 2$　　B．若$a<b<0$，则$\left(\dfrac{1}{a}\right)^3>\left(\dfrac{1}{b}\right)^3$

C．若$x(x-2)<0$，则$\log_2 x\in(0,1)$　　D．若$a>0$，$b>0$，$a+b\leq 1$，则$0<ab\leq\dfrac{1}{4}$

10、（2020届山东省日照市高三上期末联考）已知定义在R上的函数$y=f(x)$满足条件$f(x+2)=-f(x)$，且函数$y=f(x-1)$为奇函数，则（　　）

A．函数$y=f(x)$是周期函数　　B．函数$y=f(x)$的图象关于点$(-1,0)$对称

C．函数$y=f(x)$为R上的偶函数　　D．函数$y=f(x)$为R上的单调函数

11、（2020·蒙阴县实验中学高三期末）关于函数$f(x)=2\cos^2 x-\cos(2x+\dfrac{\pi}{2})-1$的描述正确的是（　　）

A．其图象可由$y=\sqrt{2}\sin 2x$的图象向左平移$\dfrac{\pi}{8}$个单位得到

B．$f(x)$在$(0,\dfrac{\pi}{2})$单调递增

C．$f(x)$在$[0,\pi]$有2个零点

D．$f(x)$在$[-\dfrac{\pi}{2},0]$的最小值为$-\sqrt{2}$

12、（2020届山东省九校高三上学期联考）已知ΔABC是边长为2的等边三角形，D，E分别是AC、AB上的两点，且$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{EB}$，$\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{DC}$，$BD$与$CE$交于点$O$，则下列说法正确的是（　　）

A．$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CE}=-1$　　B．$\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$

C．$\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right|=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\overrightarrow{ED}$在$\overrightarrow{BC}$方向上的投影为$\dfrac{7}{6}$

三、填空题（共4小题，满分20分，每小题5分，一题两空，第一空2分）

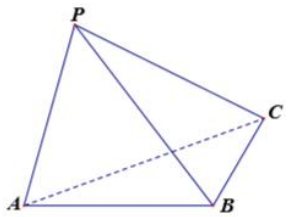
13、（2020届山东省泰安市高三上期末）我国古代的天文学和数学著作《周碑算经》中记载：一年有二十四

个节气，每个节气唇（guǐ）长损益相同（暑是按照日影测定时刻的仪器，暑长即为所测量影子的长度），夏至、小署、大暑、立秋、处暑、白露、秋分、寒露、霜降、立冬、小雪、大雪是连续十二个节气，其日影子长依次成等差数列，经记录测算，夏至、处暑、霜降三个节气日影子长之和为16.5尺，这十二节气的所有日影子长之和为84尺，则夏至的日影子长为_____尺.

14、（2020·山东省淄博实验中学高三上期末）双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的左、右焦点分别为$F_1\left(-2,0\right)$、$F_2\left(2,0\right)$，$M$是$C$右支上的一点，$MF_1$与$y$轴交于点$P$，$\Delta MPF_2$的内切圆在边$PF_2$上的切点为$Q$，若$\left|PQ\right|=\sqrt{2}$，则$C$的离心率为____.

15、（2020·全国高三专题练习（理））已知圆$\left(x-2\right)^2+\left(y-1\right)^2=2$关于直线$ax+by=1\left(a>0,b>0\right)$对称，则$\frac{2}{a}+\frac{1}{b}$的最小值为_____.

16、（2020届山东省枣庄、滕州市高三上期末）如图，在三棱锥*P-ABC*中，$PA\perp AB$, $PC\perp BC$，$AB\perp BC$, $AB=2BC=2$, $PC=\sqrt{5}$，则*PA*与平面*ABC*所成角的大小为_____；三棱锥*P-ABC*外接球的表面积是_____.



四、解答题（共6小题，满分70分，第17题10分，其它12分）

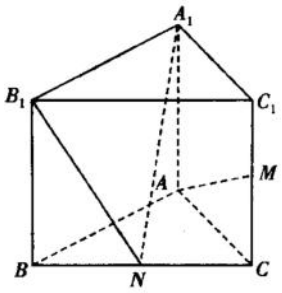
17、【2020江苏泰州中学上学期开学考试】在△ABC中，a，b，c分别为角A，B，C所对边的长，

$a\cos B=\sqrt{2}b\cos A$， $\cos A=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

(1)求角 B 的值；

(2)若 $a=\sqrt{6}$，求△ABC 的面积.

18、（2020 届山东省滨州市三校高三上学期联考）如图，在直三棱柱 $\mathrm{ABC}-\mathrm{A_1B_1C_1}$ 中，$AB=AC=1$，且 $AB\perp AC$，点 M 在棱 CC_1 上，点 N 是 BC 的中点，且满足 $AM\perp B_1N$.



（1）证明：$AM\perp$ 平面 A_1B_1N；

（2）若 M 为 CC_1 的中点，求二面角 $A_1-B_1N-C_1$ 的正弦值.

19、（2020 届山东省德州市高三上期末）某公司为了了解年研发资金投人量x（单位：亿元）对年销售额y（单位：亿元）的影响.对公司近12年的年研发资金投入量x_i和年销售额y_i的数据，进行了对比分析，建立了两个函数模型：①$y=\alpha+\beta x^2$，②$y=e^{\lambda x+t}$，其中α、β、λ、t均为常数，e为自然对数的底数.并得到一些统计量的值.令$u_i=x_i^2$，$v_i=\ln y_i\left(i=1,2,\cdots,12\right)$，经计算得如下数据：

$\overline{x}$	$\overline{y}$	$\sum_{i=1}^{12}\left(x_i-\overline{x}\right)^2$	$\sum_{i=1}^{12}\left(y_i-\overline{y}\right)^2$	$\overline{u}$	$\overline{v}$
20	66	77	2	460	4.20

$\sum_{i=1}^{12}\left(u_i-\overline{u}\right)^2$	$\sum_{i=1}^{12}\left(u_i-\overline{u}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)$	$\sum_{i=1}^{12}\left(v_i-\overline{v}\right)^2$	$\sum_{i=1}^{12}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(v_i-\overline{v}\right)$
31250	215	3.08	14

（1）请从相关系数的角度，分析哪一个模型拟合程度更好？

（2）（ⅰ）根据（1）的选择及表中数据，建立y关于x的回归方程；

（ⅱ）若下一年销售额y需达到90亿元，预测下一年的研发资金投入量x是多少亿元？

附：①相关系数$r=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\overline{y}\right)^2}}$，

回归直线 $\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}x$ 中公式分别为：$\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$；

②参考数据：$308=4\times77$，$\sqrt{90}\approx9.4868$，$e^{4.4998}\approx90$.

20、（2020 届山东省潍坊市高三上学期统考）设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_n=n^2-n+1$，在正项等比数列$\{b_n\}$中$b_2=a_2$，$b_4=a_5$.

（1）求$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

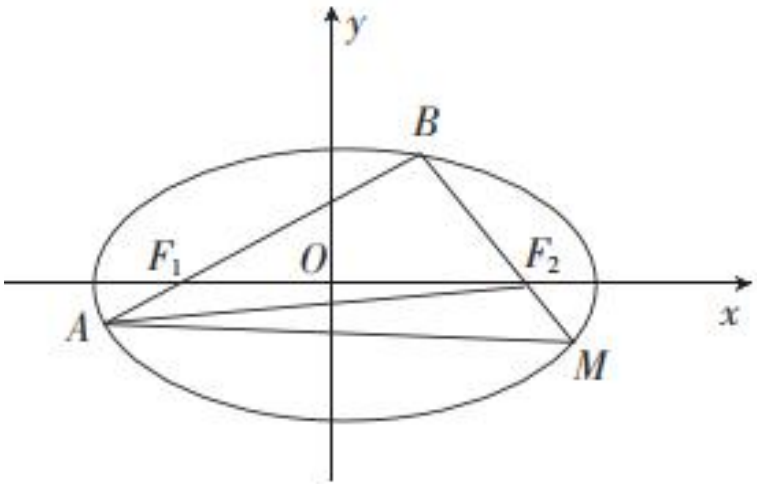
（2）设$c_n=a_nb_n$，求数列$\{c_n\}$的前n项和.

21、（2020 届山东省滨州市高三上期末）已知函数$f(x)=e^x(1+m\ln x)$，其中$m>0$，$f'(x)$为$f(x)$的导函数，设$h(x)=\dfrac{f'(x)}{e^x}$，且$h(x)\geq\dfrac{5}{2}$恒成立.

（1）求m的取值范围；

（2）设函数 $f\left(x\right)$ 的零点为 x_0，函数 $f'\left(x\right)$ 的极小值点为 x_1，求证：$x_0 > x_1$.

22、（2019·山东高三月考）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，$|F_1F_2|=2$，过点 F_1 的直线与椭圆 C 交于 A,B 两点，延长 BF_2 交椭圆 C 于点 M，ΔABF_2 的周长为 8.



（1）求 C 的离心率及方程；

（2）试问：是否存在定点 $P(x_0,0)$，使得 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PB}$ 为定值？若存在，求 x_0；若不存在，请说明理由.