2019～2020学年度
武汉市部分学校新高三起点质量监测

文 科 数 学

武汉市教育科学研究院命制　　2019.9.6

本试题共5页,22题。全卷满分150。考试用时120分钟。

★祝考试顺利★

注意事项:

1. 答卷前,先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。

3. 非选择题的作答:用黑色墨水的签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4. 考试结束,请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设$z=\frac{1+i}{1-i}$,则$|z|=$

A. 0　　B. 1　　C. $\sqrt{5}$　　D. 3

2. 已知集合$A=\{x|x^2-x-2\leqslant 0\}$,$B=\{x>-1\}$,则$A\cap B=$

A. $\{x|-1<x<2\}$　　B. $\{x|x<-1$ 或 $x>2\}$

C. $\{x|-1<x\leqslant 2\}$　　D. $\{x|x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant 2\}$

3. 已知双曲线$E:\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{m^2}=1$的离心率为$\frac{5}{4}$,则$E$的焦距为

A. 4　　B. 5　　C. 8　　D. 10

4. 已知 α,β 是两个不重合的平面，直线 $a\subset\alpha$，$p:a//\beta$，$q:\alpha//\beta$，则 p 是 q 的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 已知函数 $f(x)=a\sin x+\cos x(a\in\mathrm{R})$ 为偶函数，则 $f(-\frac{\pi}{3})=$

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. 已知曲线 $C_1:y=\sqrt{2}\sin 2x$，$C_2:y=\sin 2x+\cos 2x$，则下面结论正确的是

A. 把曲线 C_1 向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个长度单位，得到曲线 C_2

B. 把曲线 C_1 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个长度单位，得到曲线 C_2

C. 把曲线 C_2 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个长度单位，得到曲线 C_1

D. 把曲线 C_2 向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个长度单位，得到曲线 C_1

7. 已知函数 $f(x)=\frac{x}{e^x}-a$. 若 $f(x)$ 有两个零点，则实数 a 的取值范围是

A. $[0,1)$　　B. $(0,1)$　　C. $(0,\frac{1}{e})$　　D. $[0,\frac{1}{e})$

8. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点均在球 O 的球面上，$PA=PB=PC=2$，且 PA,PB,PC 两两互相垂直，则球 O 的体积为

A. $16\sqrt{3}\pi$　　B. $8\sqrt{3}\pi$　　C. $4\sqrt{3}\pi$　　D. $2\sqrt{3}\pi$

9. 已知 $a=2\ln 3^2$，$b=3\ln 2^2$，$c=3\ln 2^3$，则 a,b,c 的大小关系是

A. $b<a<c$　　B. $c<b<a$　　C. $b<c<a$　　D. $a<b<c$

10. 设抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点为 F，过点 $(4,0)$ 且斜率为 $\sqrt{2}$ 的直线与 C 交于 M,N 两点，则 $|MF|+|NF|=$

A. 12　　B. 13　　C. 14　　D. 15

11. 设同时抛掷两个质地均匀的四面分别标有 1,2,3,4 的正四面体一次. 记事件 $A=$｜第一个四面体向下的一面出现偶数｜；事件 $B=$｜第二个四面体向下的一面出现奇数｜；$C=$｜两个四面体向下的一面或者同时出现奇数，或者同时出现偶数｜. 给出下列结论：

①$P(A)=\frac{1}{2}$；②$P(AB)=\frac{1}{4}$；③$P(ABC)=\frac{1}{8}$，其中正确的结论个数为

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

12. 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)+1(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$，$f(\frac{\pi}{3})=1$ 且 $f(\frac{\pi}{4})=-1$，当 ω 取最小值时，函数 $f(x)$ 的单调递减区间为

A. $[\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{3},\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{3}],k\in Z$　　B. $[\frac{\pi}{12}+2k\pi,\frac{\pi}{4}+2k\pi],k\in Z$

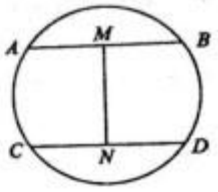
C. $[-\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{3},\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{3}],k\in Z$　　D. $[-\frac{\pi}{12}+2k\pi,\frac{\pi}{4}+2k\pi],k\in Z$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 若曲线 $y=ax^3$ 在点 $(1,a)$ 处的切线与直线 $y=3x$ 平行，则实数 a 的值为_____.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=2,a_{n+1}=1-\frac{1}{a_n}$，则 $a_{2019}=$_____.

15. 武汉是一座美丽的城市，这里湖泊众多，一年四季风景如画，尤其到了夏季到东湖景区赏景的游客络绎不绝. 如图是东湖景区中一个半径为 100 米的圆形湖泊，为了方便游客观赏，决定在湖中搭建一个“工”字形栈道，其中 $AB=CD$，M,N 分别为 AB、CD 的中点，则栈道最长为_____米.



16. 已知平面向量 a,b,e 满足 $|e|=1,a\cdot e=1,b\cdot e=1,|a-b|=4$，则 $a\cdot b$ 的最小值为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知公差不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_3+a_7=22$，且 a_1,a_2,a_5 成等比数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 设 $b_n=\frac{1}{a_na_{n+1}}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

18. (12 分)

在 2018、2019 年高考数学全国 I 卷中，第 22 题考查坐标系和参数方程，第 23 题考查不等式选讲. 2018 年高考结束后，某校经统计发现：选择第 22 题的考生较多并且得分率也较高. 为研究 2019 年选做题得分情况，该校高三质量检测的命题完全采用 2019 年高考选做题模式，在测试结束后，该校数学教师对全校高三学生的选做题得分进行抽样统计，得到两题得分的统计表如下(已知每名学生只选做一道题)：

第 22 题的得分统计表

得分	0	3	5	8	10
理科人数	50	50	75	125	200
文科人数	25	25	125	0	25

第 23 题的得分统计表

得分	0	3	5	8	10
理科人数	30	52	58	60	200
文科人数	5	10	10	5	70

(1)完成如下 2×2 列联表，并判断能否有 99% 的把握认为“选做题的选择”与“文、理科的科类”有关；

	选做 22 题	选做 23 题	总计
理科人数			
文科人数			
总计			

(2)若以全体高三学生选题的平均得分作为决策依据，如果你是考生，根据上面统计数据，你会选做哪道题，并说明理由.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2\geqslant k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

19. (12 分)

设△ABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,已知 $a\cos B=c-\frac{1}{2}b$,且 $a=2\sqrt{3}$.

(1)求 A;

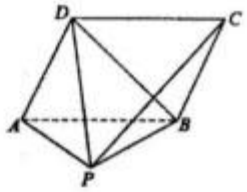
(2)若△ABC 的面积为 $2\sqrt{3}$,求△ABC 的周长.

20. (12 分)

如图,四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 为平行四边形,$BA=BP=BD=AP=2$,$DA=DP=\sqrt{2}$.

(1)求证:$PA\perp BD$;

(2)求点 C 到平面 PBD 的距离.



21. (12 分)

设 O 为坐标原点,动点 M 在椭圆 $E:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$ 上,过点 M 作 x 轴的垂线,垂足为 N,点 P 满足 $\overrightarrow{NP}=\sqrt{2}\overrightarrow{NM}$.

(1)求点 P 的轨迹方程;

(2)设 $A(1,0)$,在 x 轴上是否存在一定点 B,使 $|BP|=2|AP|$ 总成立?若存在,求出 B 点坐标;若不存在,说明理由.

22. (12 分)

已知函数 $f(x)=(a-x)\sin x-\cos x$.

(1)当 $a=2$ 时,证明:$f(x)$ 在 $(0,\pi)$ 上有唯一零点;

(2)若 $f(x)\leq 2$ 对 $\forall x\in(0,\pi)$ 恒成立,求实数 a 的取值范围.

2019~2020学年度
武汉市部分学校新高三新起点质量监测
数学(文科)试题参考答案及评分细则

一、选择题：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	C	D	B	B	D	C	C	A	A	C	A

二、填空题：

13. 1　　14. -1　　15. $200\sqrt{5}$　　16. -3

三、解答题：

17.(10分)

解：(1)设公差为 d，依题意得 $a_3+a_7=2a_5=22$，即 $a_5=11$．　①　……2分

又 $a_1a_3=a_2^2$，∴ $(a_5-5d)(a_5-d)=(a_5-4d)^2$．　②

联立①②，解得 $d=2$ 或 $d=0$(舍)．

∴ $a_1=11-5d=1$．

∴ $a_n=2n-1$．　……5分

(2)由(1)知 $b_n=\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$，　……7分

$\{b_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=\frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)\right]$

$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{n}{2n+1}$．　……10分

18.(12分)

解：(1) 2×2 列联表如下：

	选做22题	选做23题	总计
理科人数	500	400	900
文科人数	200	100	300
总计	700	500	1200

……2分

K^2 的观测值 $k=\frac{1200\times(200\times400-500\times100)^2}{700\times500\times300\times900}=\frac{80}{7}\approx11.42>10.828$，　……4分

∴有99%的把握认为"选做题的选择"与"文、理科的科类"有关．　……6分

(2)全体高三学生第22、23题的平均得分分别为：

$\overline{x_1}=\frac{1}{700}(75\times0+75\times3+200\times5+125\times8+225\times10)=\frac{4475}{700}\approx6.4$；　……8分

$\overline{x_2}=\frac{1}{500}(35\times0+62\times3+68\times5+65\times8+270\times10)=\frac{3746}{500}\approx7.5$；　……10分

∵ $\overline{x_2}>\overline{x_1}$，故以全体高三学生选题的平均得分作为决策依据，应选做第23题．　……12分

19.（12分）

解：(1)因为 $a\cos B=c-\frac{1}{2}b$，由正弦定理知 $\sin A\cos B=\sin C-\frac{1}{2}\sin B$． ……2分

又 $\sin C=\sin(A+B)$，所以 $\sin A\cos B=\sin(A+B)-\frac{1}{2}\sin B$，

即 $\cos A\sin B=\frac{1}{2}\sin B$． ……4分

$\therefore \cos A=\frac{1}{2}$．$\because 0<A<\pi$，$\therefore A=\frac{\pi}{3}$． ……6分

(2)由 $a=2\sqrt{3}$，$A=\frac{\pi}{3}$ 及余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，得 $12=b^2+c^2-bc$． ① ……8分

因为 $S=\frac{1}{2}bc\sin A=2\sqrt{3}$，所以 $bc=8$． ② ……10分

由①②解得 $\begin{cases}b=4,\\c=2,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}b=2,\\c=4.\end{cases}$

$\therefore$ $\triangle ABC$ 的周长 $a+b+c=6+2\sqrt{3}$． ……12分

20.（12分）

解：(1)取 AP 中点 O，连接 OB、OD．

由 $DA=DP$，$BA=BP$ 知，

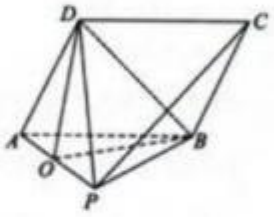
$OB\perp AP$，$OD\perp AP$， ……2分

又 $OB\cap OD=O$，

$\therefore AP\perp$ 平面 OBD， ……4分

又 $BD\subset$ 平面 OBD，

$\therefore AP\perp BD$． ……6分



(2)由题 $DA\perp DP$，$\angle ABP=60°$，$BA=BP=BD=2$，

可得 $OD^2+OB^2=1+3=BD^2$，故 $OB\perp OD$． ……8分

$\because$ 点 C 到平面 PBD 的距离等于点 A 到平面 PBD 的距离，

$\therefore$ 只需求点 A 到平面 PBD 的距离 h，

$\because V_{A-PBD}=V_{B-APD}$，即 $\frac{1}{3}S_{\triangle PBD}\cdot h=\frac{1}{3}S_{\triangle APD}\cdot OD$． ……10分

$$\therefore h=\frac{S_{\triangle APD}\cdot OD}{S_{\triangle PBD}}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4\times 1}{\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{4-\frac{1}{2}}}=\frac{2\sqrt{21}}{7}.$$

$\therefore$ 点 C 到平面 PBD 的距离为 $\frac{2\sqrt{21}}{7}$． ……12分

21.（12分）

解：(1)设点 P 的坐标为 (x,y)，点 M 的坐标为 (x_1,y_1)，则 $\frac{x_1^2}{4}+\frac{y_1^2}{2}=1$．① ……1分

由 $\overrightarrow{NP}=\sqrt{2}\overrightarrow{NM}$ 知 $\begin{cases}x=x_1,\\y=\sqrt{2}y_1,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x_1=x,\\y_1=\frac{\sqrt{2}}{2}y.\end{cases}$ ……3分

代入①得 $x^2+y^2=4$．