27.2 相似三角形

27．2.1 相似三角形的判定

第 1 课时 平行线分线段成比例定理 [学生用书 B68]

☑基础保分练

1．[2018·乐山]如图 27－2－1，$DE∥FG∥BC$，若 $DB=4FB$，则 EG 与 GC 的关系是(B)

A．$EG=4GC$　　B．$EG=3GC$

C．$EG=\frac{5}{2}GC$　　D．$EG=2GC$

【解析】 $\because DE∥FG∥BC$，$\therefore \frac{DB}{BF}=\frac{EC}{CG}$，

又$\because DB=4FB$，

$\therefore \frac{DB}{BF}=\frac{EC}{CG}=\frac{4}{1}$，$\therefore EC=4CG$，$\therefore EG=3GC$.

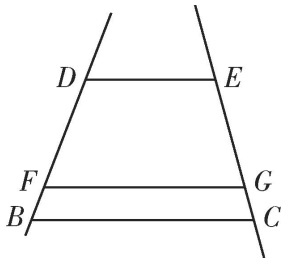


图 27－2－1

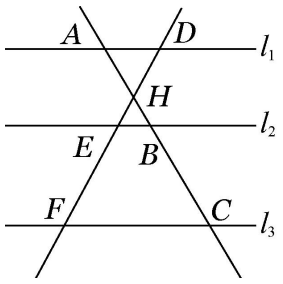


图 27－2－2

2．如图 27－2－2，直线 $l_1∥l_2∥l_3$，直线 AC 分别交 l_1，l_2，l_3 于点 A，B，C；直线 DF 分别交 l_1，l_2，l_3 于点 D，E，F.AC 与 DF 相交于点 H，且 $AH=2$，$HB=1$，$BC=5$，则$\frac{DE}{EF}$的值为(D)

A.$\frac{1}{2}$　　B．2　C.$\frac{2}{5}$　D.$\frac{3}{5}$

3．如图 27－2－3，$\triangle ABC\backsim\triangle DEF$，相似比为 1∶2，若 $BC=1$，则 EF 的长是(B)

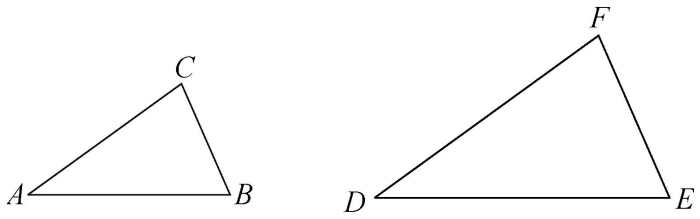


图 27－2－3

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

4．如图 27－2－4，已知 $BD \parallel CE$，则下列等式不成立的是(　A　)

A.$\frac{AB}{BC}=\frac{BD}{CE}$　B.$\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CE}$

C.$\frac{AD}{AE}=\frac{BD}{CE}$　D.$\frac{AB}{AC}=\frac{AD}{AE}$

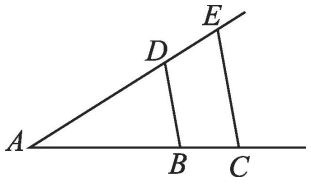


图 27－2－4

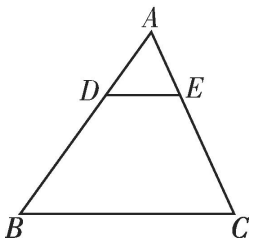


图 27－2－5

5.[2017·杭州]如图 27－2－5，在△ABC 中，点 D，E 分别在边 AB，AC 上，$DE \parallel BC$，若 $BD=2AD$，则(　B　)

A.$\frac{AD}{AB}=\frac{1}{2}$　B.$\frac{AE}{EC}=\frac{1}{2}$

C.$\frac{AD}{EC}=\frac{1}{2}$　D.$\frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}$

【解析】 ∵点 D，E 分别在边 AB，AC 上，$DE \parallel BC$，

∴$\frac{AD}{BD}=\frac{AE}{EC}$，∵$BD=2AD$，∴$\frac{AD}{BD}=\frac{AE}{EC}=\frac{1}{2}$.故选 B.

6．[2018·重庆 A 卷]要制作两个形状相同的三角形框架，其中一个三角形的三边长分别为 5 cm，6 cm 和 9 cm，另一个三角形的最短边长为 2.5 cm，则它的最长边为(　C　)

A．3 cm　　B．4 cm

C．4.5 cm　　D．5 cm

【解析】 设另一个三角形的最长边为 x cm，根据相似三角形的性质，得$\frac{x}{9}=\frac{2.5}{5}$，解得 $x=4.5$，故选 C.

7．[2018·嘉兴]如图 27－2－6，直线 $l_1 /\!/ l_2 /\!/ l_3$，直线 AC 交 l_1，l_2，l_3 于点 A，B，C；直线 DF 交 l_1，l_2，l_3 于点 D，E，F，已知 $\frac{AB}{AC}=\frac{1}{3}$，$\frac{EF}{DE}=$ __2__.

【解析】 ∵$\frac{AB}{AC}=\frac{1}{3}$，∴$\frac{BC}{AB}=2$，∵$l_1 /\!/ l_2 /\!/ l_3$，

∴$\frac{EF}{DE}=\frac{BC}{AB}=2$.

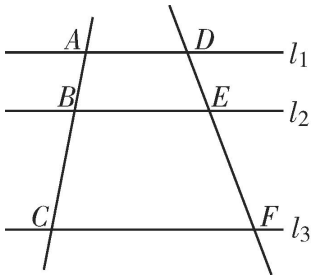


图 27－2－6

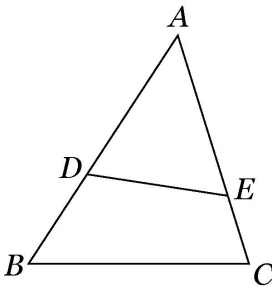


图 27－2－7

8．如图 27－2－7，若 $\triangle ADE \backsim \triangle ACB$，且 $\frac{AD}{AC}=\frac{2}{3}$，$DE=10$，则 $BC=$ __15__.

【解析】 ∵$\triangle ADE \backsim \triangle ACB$，

∴$\frac{AD}{AC}=\frac{DE}{CB}$，又∵$\frac{AD}{AC}=\frac{2}{3}$，$DE=10$，∴$BC=15$.

9．如图 27－2－8，直线 l_1，l_2，…，l_6 是一组等距的平行线，过直线 l_1 上的点 A 作两条射线，分别与直线 l_3，l_6 相交于 B，E，C，F，若 $BC=2$，则 EF 的长是 __5__.

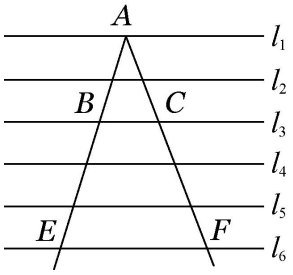


图 27－2－8

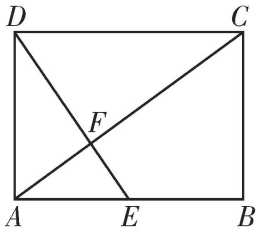


图 27－2－9

10．[2018·北京]如图 27－2－9，在矩形 $ABCD$ 中，E 是边 AB 的中点，连接 DE 交对角线 AC 于点 F，若 $AB=4$，$AD=3$，则 CF 的长为 __$\frac{10}{3}$__.

【解析】 ∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$DC=AB=4$，$AB /\!/ CD$，$\angle ADC=90°$.

在 Rt$\triangle ADC$ 中，由勾股定理，得 $AC=\sqrt{3^2+4^2}=5$.∵E 是边 AB 的中点，∴$AE=\frac{1}{2}AB=2$.

∵$AB /\!/ CD$，$\angle EAF=\angle DCF$，$\angle AFE=\angle CFD$，

∴△CDF∽△AEF.

∴$\frac{CF}{AF}=\frac{CD}{AE}$，即$\frac{CF}{5-CF}=\frac{4}{2}$，∴$CF=\frac{10}{3}$.

☑技能提升练

11. [2017·恩施]如图 27－2－10，在△ABC 中，DE∥BC，∠ADE＝∠EFC，AD∶BD＝5∶3，CF＝6，则 DE 的长为(　C　)

A．6　　B．8　C．10　　D．12

【解析】 ∵DE∥BC，∴∠ADE＝∠ABC，

∵∠ADE＝∠EFC，∴∠ABC＝∠EFC，

∴EF∥AB，∴四边形 $BDEF$ 是平行四边形，

∴DE＝BF，

∵$\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}=\frac{BF}{CF}=\frac{5}{3}$，$CF$＝6，∴$DE$＝$BF$＝10.

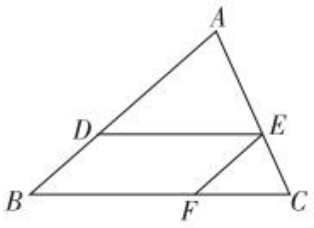


图 27－2－10

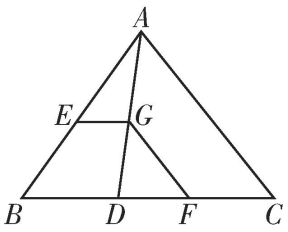


图 27－2－11

12．[2018·哈尔滨]如图 27－2－11，在△ABC 中，点 D 在 BC 边上，连接 AD，点 G 在线段 AD 上，GE∥BD，且交 AB 于点 E，GF∥AC，且交 CD 于点 F，则下列结论一定正确的是(　D　)

A.$\frac{AB}{AE}=\frac{AG}{AD}$　B.$\frac{DF}{CF}=\frac{DG}{AD}$

C.$\frac{FG}{AC}=\frac{EG}{BD}$　D.$\frac{AE}{BE}=\frac{CF}{DF}$

【解析】 ∵GE∥BD，∴$\frac{AE}{BE}=\frac{AG}{GD}$，又∵$GF$∥$AC$，

∴$\frac{AG}{GD}=\frac{CF}{DF}$，∴$\frac{AE}{BE}=\frac{CF}{DF}$.

13．如图 27－2－12，已知 FG∥BC，AE∥GH∥CD.

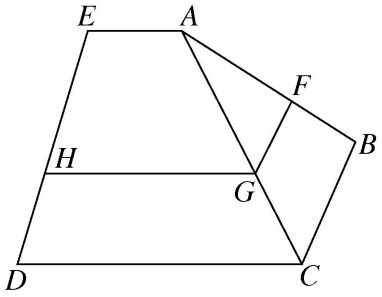


图 27－2－12

求证：$\frac{AB}{BF}=\frac{ED}{DH}$.

证明：∵$AE\parallel GH\parallel CD$，

∴$\frac{ED}{DH}=\frac{AC}{CG}$.

∵$FG\parallel BC$，∴$\frac{AC}{CG}=\frac{AB}{BF}$，

∴$\frac{AB}{BF}=\frac{ED}{DH}$.

14．如图 27－2－13，已知 $AB\parallel MN$，$BC\parallel NG$.

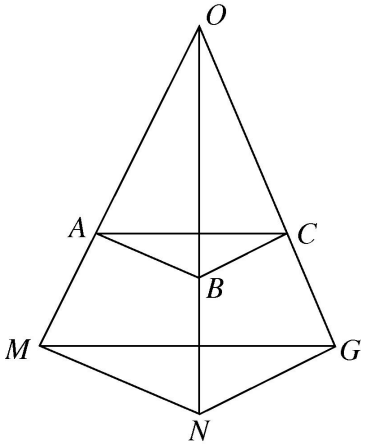


图 27－2－13

求证：$\frac{OA}{OM}=\frac{OC}{OG}$.

证明：∵$AB\parallel MN$，

∴$\frac{OA}{OM}=\frac{OB}{ON}$.

∵$BC\parallel NG$，∴$\frac{OB}{ON}=\frac{OC}{OG}$，

∴$\frac{OA}{OM}=\frac{OC}{OG}$.

☑拓展冲刺练

15．如图 27－2－14，$AD/\!/BC$，$\angle B=90°$，$AB=8$，$AD=3$，$BC=4$，P 为 AB 边上一动点，若△PAD 与△PBC 是相似三角形，求 AP 的长．

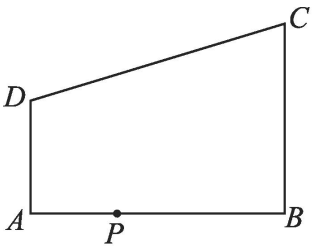
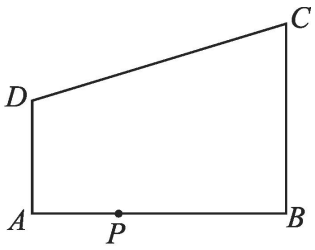


图 27－2－14



备用图

解：∵$AD/\!/BC$，∴$\angle A=180°-\angle B=90°$，

∴$\angle PAD=\angle PBC=90°$.

设 AP 的长为 x，则 BP 长为 $8-x$.

若 AB 边上存在 P 点，使△PAD 与△PBC 是相似三角形，那么分两种情况：

①若△APD∽△BPC，则 $AP:BP=AD:BC$，即 $x:(8-x)=3:4$，解得 $x=\frac{24}{7}$；

②若△APD∽△BCP，则 $AP:BC=AD:BP$，即 $x:4=3:(8-x)$，解得 $x=2$ 或 $x=6$.

∴$AP=\frac{24}{7}$或 $AP=2$ 或 $AP=6$.

第2课时　相似三角形的判定定理1，2 [学生用书A70]

☑基础保分练

1．能说明△ABC∽△$A'B'C'$的条件是(　D　)

A.$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}\neq\frac{BC}{B'C'}$

B.$\frac{AB}{AC}=\frac{A'B'}{A'C'}$，且∠$A$＝∠$C'$

C.$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{A'C'}$，且∠$B$＝∠$A'$

D.$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}$，且∠$B$＝∠$B'$

2．如图27－2－15，四边形$ABCD$的对角线AC，BD相交于点O，且将这个四边形分成①，②，③，④四个三角形，若OA∶OC＝OB∶OD，则下列结论中一定正确的是(　B　)

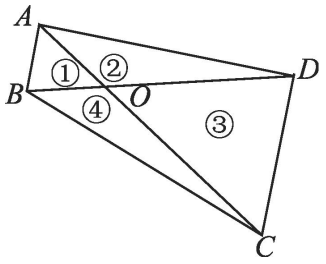


图27－2－15

A．①和②相似　　B．①和③相似

C．①和④相似　　D．②和④相似

3．[2017·河北]若△ABC的每条边长增加各自的10%得△$A'B'C'$，则∠B'的度数与其对应角∠B的度数相比(　D　)

A．增加了10%　　B．减少了10%

C．增加了(1＋10%)　　D．没有改变

【解析】 ∵△ABC的每条边长增加各自的10%得△$A'B'C'$，∴△ABC与△$A'B'C'$的三边对应成比例，∴△ABC∽△$A'B'C'$，∴∠B'＝∠B.

4．[2018·邵阳]如图27－2－16所示，点E是平行四边形$ABCD$的边BC延长线上一点，连接AE，交CD于点F，连接BF.写出图中任意一对相似三角形：__△ADF∽△ECF或△EBA∽△ECF或△ADF∽△EBA(任意写一对即可)__.

【解析】 ∵四边形$ABCD$是平行四边形，∴AD∥BC，∴△ADF∽△ECF；∵四

边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\therefore AB/\!/CD$，$\therefore \triangle EBA\backsim\triangle ECF$；$\because \triangle ADF\backsim\triangle ECF\backsim\triangle EBA$，$\therefore \triangle ADF\backsim\triangle EBA$.

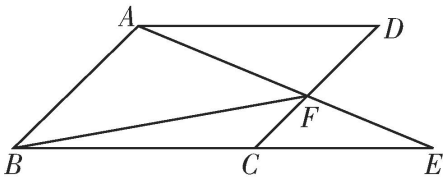


图 27－2－16

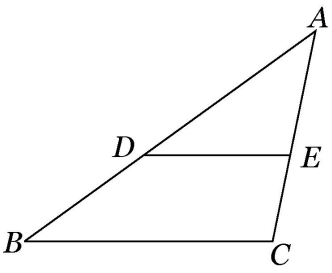


图 27－2－17

5．如图 27－2－17，在△ABC 中，点 D，E 分别在边 AB，AC 上，若 $AD=6$，$AB=10$，$\frac{AE}{AC}=\frac{3}{5}$，$DE=4.5$，求 BC 的长．

解：$\because \frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$，$\angle A=\angle A$，$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle ABC$，

$\therefore \frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB}=\frac{3}{5}$，$\therefore BC=\frac{5}{3}DE=7.5$.

6．如图 27－2－18，网格图中每个方格都是边长为 1 的正方形．若 A，B，C，D，E，F 都是格点，试说明△$ABC\backsim\triangle DEF$.

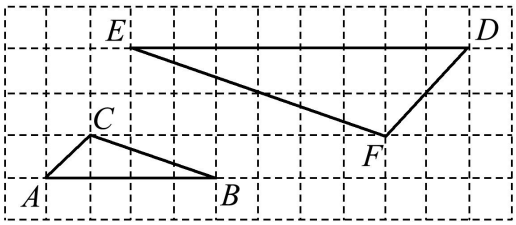


图 27－2－18

【解析】 利用图形与勾股定理可以推知图中两个三角形的三条对应边成比例，由此可以证得△$ABC\backsim\triangle DEF$.

解：$\because AC=\sqrt{2}$，$BC=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，$AB=4$，$DF=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，$EF=\sqrt{2^2+6^2}=2\sqrt{10}$，$DE=8$，

$\therefore \frac{AC}{DF}=\frac{BC}{EF}=\frac{AB}{DE}=\frac{1}{2}$，$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle DEF$.

7．如图 27－2－19，在△ABC 中，CD 是边 AB 上的高，且 $\frac{AD}{CD}=\frac{CD}{BD}$.

(1)求证：△$ACD\backsim\triangle CBD$；

(2)求 $\angle ACB$ 的大小．

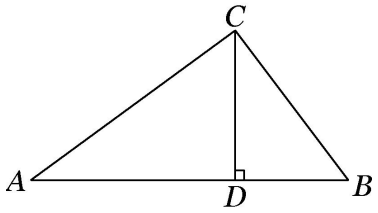


图 27－2－19

解：(1)证明：∵CD 是边 AB 上的高，

∴$\angle ADC=\angle CDB=90°$.

又∵$\frac{AD}{CD}=\frac{CD}{BD}$，

∴$\triangle ACD\backsim\triangle CBD$；

(2)∵$\triangle ACD\backsim\triangle CBD$，∴$\angle A=\angle BCD$.

在$\triangle ACD$ 中，$\angle ADC=90°$，∴$\angle A+\angle ACD=90°$.

∴$\angle BCD+\angle ACD=90°$，即$\angle ACB=90°$.

8．如图 27－2－20，D，E，F 分别是$\triangle ABC$ 的三边 BC，CA，AB 的中点．

(1)求证：$\triangle DEF\backsim\triangle ABC$；

(2)图中还有哪几个三角形与$\triangle ABC$ 相似？

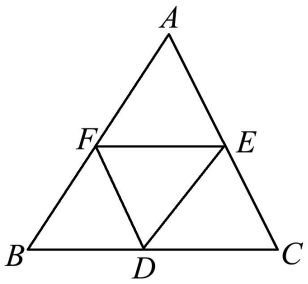


图 27－2－20

解：(1)证明：∵D，F 分别是$\triangle ABC$ 的边 BC，BA 的中点，

∴$DF=\frac{1}{2}AC$，同理 $EF=\frac{1}{2}BC$，$DE=\frac{1}{2}AB$，

则$\frac{DF}{AC}=\frac{EF}{BC}=\frac{DE}{AB}$，∴$\triangle DEF\backsim\triangle ABC$；

(2)∵E，F 分别是$\triangle ABC$ 的边 CA，AB 的中点，

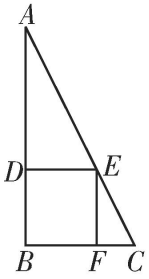
∴$EF\parallel BC$，∴$\triangle AFE\backsim\triangle ABC$.

同理$\triangle FBD\backsim\triangle ABC$，$\triangle EDC\backsim\triangle ABC$.

∴与$\triangle ABC$ 相似的三角形还有$\triangle AFE$，$\triangle FBD$，$\triangle EDC$.

☑技能提升练

9．[2018·岳阳]《九章算术》是我国古代数学名著，书中有下列问题：“今有勾五步，股十二步，问勾中容方几何？”其意思为：“今有直角三角形，勾(短直角边)长为5步，股(长直角边)长为12步，问该直角三角形能容纳的正方形边长最大是多少步？”该问题的答案是__$\frac{60}{17}$__步.



第9题答图

【解析】 如答图，设该直角三角形能容纳的正方形边长为x，则$AD=12-x$，$FC=5-x$根据题意易得$\triangle ADE\backsim\triangle EFC$，

$\therefore\frac{AD}{EF}=\frac{DE}{FC}$，$\therefore\frac{12-x}{x}=\frac{x}{5-x}$，

解得$x=\frac{60}{17}$.

10．如图27－2－21，$\triangle ABC$是等边三角形，D，E在BC边所在的直线上，且$AB\cdot AC=BD\cdot CE$.求证：$\triangle ABD\backsim\triangle ECA$.

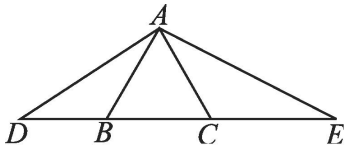


图27－2－21

证明：$\because\triangle ABC$是等边三角形，

$\therefore\angle ABC=\angle ACB=60°$，$\therefore\angle ABD=\angle ACE$.

$\because AB\cdot AC=BD\cdot CE$，即$\frac{AB}{EC}=\frac{BD}{CA}$，

$\therefore\triangle ABD\backsim\triangle ECA$.

11．[2018·相山区四模]如图27－2－22，在$\triangle ABC$中，$\angle B=90°$，$AB=4$，$BC=2$，以AC为边作$\triangle ACE$，$\angle ACE=90°$，$AC=CE$，延长BC至点D，使$CD=5$，连接DE.求证：$\triangle ABC\backsim\triangle CED$.

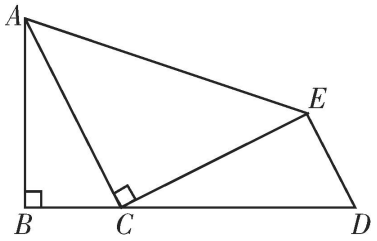


图 27－2－22

证明：∵∠B=90°，AB=4，BC=2，

∴$AC=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，

∵$CE=AC$，∴$CE=2\sqrt{5}$，

∵$CD=5$，∵$\frac{AB}{CE}=\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$\frac{AC}{CD}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

∴$\frac{AB}{CE}=\frac{AC}{CD}$，∵∠$B$=90°，∠$ACE$=90°，

∴∠BAC+∠BCA=90°，∠BCA+∠ECD=90°.

∴∠BAC=∠ECD.∴△ABC∽△CED.

12．如图 27－2－23，在四边形 $ABCD$ 中，AC，BD 相交于点 F，点 E 在 BD 上，且$\frac{AB}{AE}=\frac{BC}{ED}=\frac{AC}{AD}$.

(1)∠1 与∠2 相等吗？为什么？

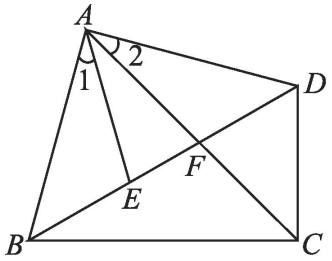


图 27－2－23

(2)判断△ABE 与△ACD 是否相似，并说明理由.

解：(1)∠1 与∠2 相等.

∵在△ABC 和△AED 中，

$\frac{AB}{AE}=\frac{BC}{ED}=\frac{AC}{AD}$，

∴△ABC∽△AED，

∴∠BAC=∠EAD，∴∠1=∠2；

(2)△ABE 与△ACD 相似．理由：

由$\frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AD}$得$\frac{AB}{AC}=\frac{AE}{AD}$,

∵在△ABE和△ACD中，$\frac{AB}{AC}=\frac{AE}{DA}$，∠1＝∠2，

∴△ABE∽△ACD.

13．如图27－2－24，在△ABC中，点D，E分别在边AB，AC上，∠AED＝∠B，射线AG分别交线段DE，BC于点F，G，且$\frac{AD}{AC}=\frac{DF}{CG}$.

(1)求证：△ADF∽△ACG；

(2)若$\frac{AD}{AC}=\frac{1}{2}$，求$\frac{AF}{FG}$的值.

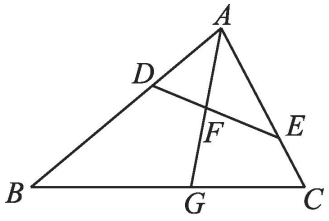


图27－2－24

解：(1)证明：∵∠AED＝∠B，∠DAE＝∠CAB，

∴∠ADF＝∠C，

又∵$\frac{AD}{AC}=\frac{DF}{CG}$，∴△$ADF$∽△$ACG$；

(2)∵△ADF∽△ACG，∴$\frac{AD}{AC}=\frac{AF}{AG}$，

又∵$\frac{AD}{AC}=\frac{1}{2}$，∴$\frac{AF}{AG}=\frac{1}{2}$，∴$\frac{AF}{FG}=1$.

☑拓展冲刺练

14．如图27－2－25，在△ABC中，AB＝AC＝1，$BC=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，在AC边上截取AD＝BC，连接BD.

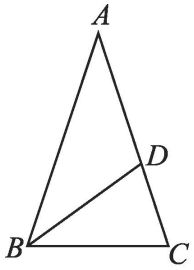


图 27－2－25

(1)通过计算，判断 AD^2 与 $AC\cdot CD$ 的大小关系；

(2)求 $\angle ABD$ 的度数.

解：(1)$\because AD=BC=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$,

$\therefore AD^2=\left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$,

$\because AC=1$，$\therefore CD=1-\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$,

$\therefore AD^2=AC\cdot CD$;

(2)$\because AD^2=AC\cdot CD$,

$\therefore BC^2=AC\cdot CD$，即$\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{CD}{BC}$.

又$\because \angle C=\angle C$，$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle BDC.\therefore \dfrac{AB}{BD}=\dfrac{AC}{BC}$.

又$\because AB=AC$，$\therefore BD=BC=AD$.

$\therefore \angle A=\angle ABD$，$\angle ABC=\angle C=\angle BDC$.

设$\angle A=\angle ABD=x$，则$\angle BDC=\angle A+\angle ABD=2x$,

$\therefore \angle ABC=\angle C=\angle BDC=2x$,

$\therefore \angle A+\angle ABC+\angle C=x+2x+2x=180°$.

解得 $x=36°$，即$\angle ABD=36°$.

第 3 课时　相似三角形判定定理 3 [学生用书 B70]

☑基础保分练

1．△*ABC* 和△*DEF* 满足下列条件，其中不能使△*ABC* 与△*DEF* 相似的是(　C　)

A．∠*A*＝∠*D*＝45°38′，∠*C*＝26°22′，∠*E*＝108°

B．*AB*＝1，*AC*＝1.5，*BC*＝2，*DE*＝12，*EF*＝8，*DF*＝16

C．*BC*＝*a*，*AC*＝*b*，*AB*＝*c*，*DE*＝$\sqrt{a}$，*EF*＝$\sqrt{b}$，*DF*＝$\sqrt{c}$

D．*AB*＝*AC*，*DE*＝*DF*，∠*A*＝∠*D*＝40°

2．[2017·枣庄]如图 27－2－26，△*ABC* 中，∠*A*＝78°，*AB*＝4，*AC*＝6.将△*ABC* 沿图示中的虚线剪开，剪下的阴影三角形与原三角形不相似的是(　C　)

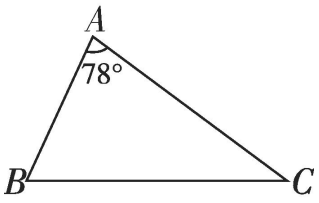
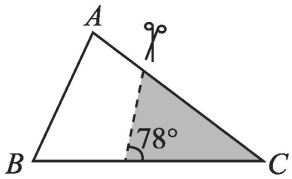
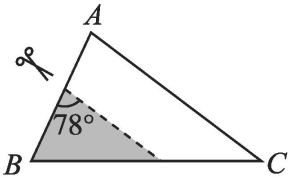


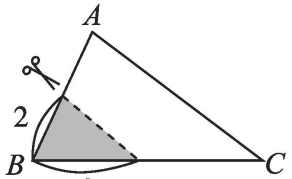
图 27－2－26



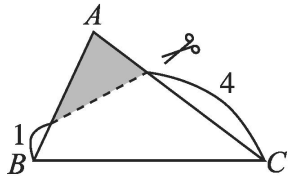
A



B



C



D

3．如图 27－2－27，在△*ABC* 中，点 *D*，*E* 分别在边 *AB*，*AC* 上，下列条件中不能判断△*ABC*∽△*AED* 的是(　D　)

A．∠*AED*＝∠*B*　　B．∠*ADE*＝∠*C*

C.$\frac{AD}{AE}=\frac{AC}{AB}$　D.$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$

【解析】 当∠*AED*＝∠*B*，∠*A*＝∠*A* 时，能判断△*ABC*∽△*AED*，A 正确；当∠*ADE*＝∠*C*，∠*A*＝∠*A* 时，能判断△*ABC*∽△*AED*，B 正确；当$\frac{AD}{AE}=\frac{AC}{AB}$，∠*A*＝∠*A* 时，能判断△*ABC*∽△*AED*，C 正确；要判断△*ABC*∽△*AED*，*AB*，*AC* 的

对应边要分别是 AE，AD，∴$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$不是对应边成比例，D 不正确．故选 D.

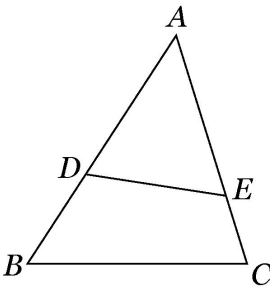


图 27－2－27

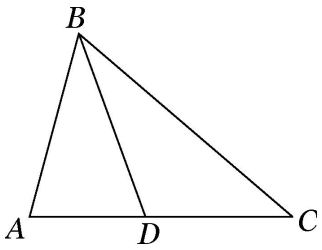


图 27－2－28

4．如图 27－2－28，下列条件不能判定△ADB∽△ABC 的是(　D　)

A．$\angle ABD=\angle ACB$　　B．$\angle ADB=\angle ABC$

C．$AB^2=AD\cdot AC$　D.$\frac{AD}{AB}=\frac{AB}{BC}$

【解析】 在△ADB 和△ABC 中，$\angle A$ 是它们的公共角，那么当$\frac{AD}{AB}=\frac{AB}{AC}$时，才能使△$ADB$∽△$ABC$，不是$\frac{AD}{AB}=\frac{AB}{BC}$.故选 D.

5．[2018·永州]如图 27－2－29，在△ABC 中，点 D 是边 AB 上的一点，$\angle ADC=\angle ACB$，$AD=2$，$BD=6$，则边 AC 的长为(　B　)

A．2　　B．4　C．6　　D．8

【解析】 ∵$\angle A=\angle A$，$\angle ADC=\angle ACB$，∴△ADC∽△ACB，∴$AC:AB=AD:AC$，∴$AC^2=AD\cdot AB=2\times 8=16$，∵$AC>0$，∴$AC=4$.故选 B.

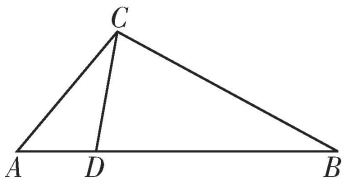


图 27－2－29

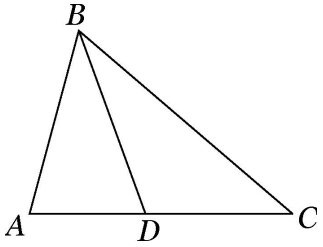


图 27－2－30

6．如图 27－2－30，已知$\angle A=\angle D$，要使△ABC∽△DEF，还需添加一个条件，你添加的条件是__$AB/\!/DE$__(只需写一个条件，不添加辅助线和字母).

【解析】 ∵$\angle A=\angle D$，

∴当$\angle B=\angle DEF$ 时，△ABC∽△DEF，

∵$AB/\!/DE$ 时，$\angle B=\angle DEF$，

∴添加 $AB/\!/DE$ 后，△ABC∽△DEF.

7．如图 27－2－31，D 是△ABC 的边 AC 上的一点，连接 BD.已知∠ABD＝∠C，AB＝6，AD＝4.求线段 CD 的长．

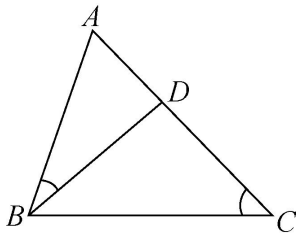


图 27－2－31

解：∵∠ABD＝∠C，∠A＝∠A，

∴△ABD∽△ACB，

∴$\frac{AB}{AC}=\frac{AD}{AB}$，即$\frac{6}{AC}=\frac{4}{6}$，

∴AC＝9，∴CD＝AC－AD＝9－4＝5.

8．如图 27－2－32，在△ABC 中，AB＝AC，BD＝CD，CE⊥AB 于点 E.求证：△ABD∽△CBE.

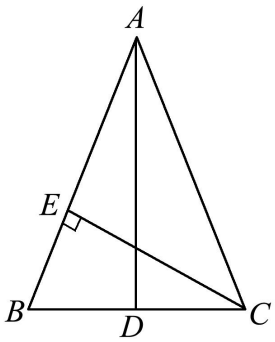


图 27－2－32

证明：∵在△ABC 中，AB＝AC，BD＝CD，∴AD⊥BC.

∵CE⊥AB，

∴∠ADB＝∠CEB＝90°.

又∵∠B＝∠B，

∴△ABD∽△CBE.

9．[2017·株洲]如图 27－2－33，正方形 $ABCD$ 的顶点 A 在等腰直角三角形 DEF 的斜边 EF 上，EF 与 BC 交于点 G，连接 CF.求证：

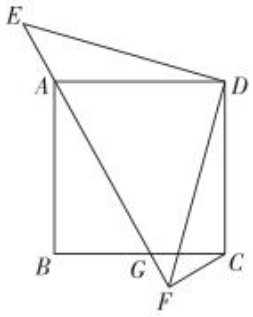


图 27－2－33

(1)△*DAE*≌△*DCF*;

(2)△*ABG*∽△*CFG*.

证明：(1)在等腰直角三角形 *DEF*，正方形 *ABCD* 中，*DE*＝*DF*，*DC*＝*DA*，∠*B*＝∠*EDF*＝∠*ADC*＝90°，∠*EFD*＝∠*DEF*＝45°，

∵∠*CDF*＋∠*ADF*＝∠*ADE*＋∠*ADF*＝90°，

∴∠*CDF*＝∠*ADE*.在△*DAE* 与△*DCF* 中，

$$\begin{cases} DA=DC, \\ \angle ADE=\angle CDF, \\ DE=DF, \end{cases}$$ ∴△*DAE*≌△*DCF*;

(2)由(1)知∠*DFC*＝∠*DEF*＝45°，

∵∠*EFD*＝45°，∠*DFC*＝45°，

∴∠*CFG*＝∠*DFC*＋∠*DFE*＝90°，∴∠*CFG*＝∠*B*，

又∵∠*CGF*＝∠*AGB*，∴△*ABG*∽△*CFG*.

☑技能提升练

10．如图 27－2－34，图中共有相似三角形(　B　)

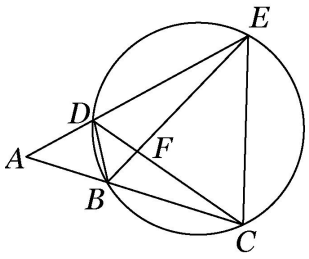


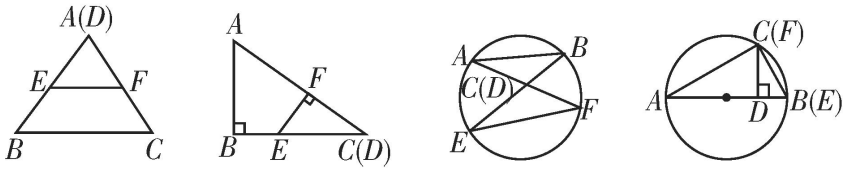
图 27－2－34

A．5 对　　B．4 对　　C．3 对　　D．2 对

【解析】 共 4 对，分别是△*ABE*∽△*ADC*，△*DEF*∽△*BCF*，△*BDF*∽△*CEF*，

△*ABD*∽△*AEC*.故选 B.

11．下列图形中，△*ABC* 与△*DEF* 不一定相似的是(　A　)



A　　B　　C　　D

【解析】 A．当 *EF* 与 *BC* 不平行时，△*ABC* 与△*DEF* 不一定相似，故本选项正确；

B．由∠*ABC*＝∠*EFC*，∠*ACB*＝∠*EDF* 可以判定△*ABC*∽△*EFD*，故本选项错误；

C．由圆周角定理推知∠*B*＝∠*F*，又由对顶角相等得到∠*ACB*＝∠*EDF*，可以判定△*ABC*∽△*EFD*，故本选项错误；

D．由圆周角定理得到∠*ACB*＝90°，∴根据∠*ACB*＝∠*CDB*，∠*ABC*＝∠*FED*，可以判定△*ABC*∽△*FED*，故本选项错误．故选 A.

12．[2018·江西]如图 27－2－35，在△*ABC* 中，*AB*＝8，*BC*＝4，*CA*＝6，*CD*∥*AB*，*BD* 是∠*ABC* 的平分线，*BD* 交 *AC* 于点 *E*.求 *AE* 的长．

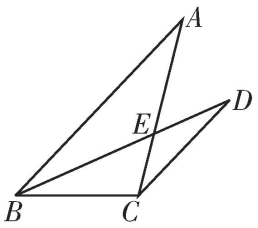


图 27－2－35

解：∵*BD* 为∠*ABC* 的平分线，

∴∠*ABD*＝∠*DBC*，

又∵*AB*∥*CD*，∴∠*D*＝∠*ABD*，

∴∠*DBC*＝∠*D*，*BC*＝*CD*＝4，

∵∠*AEB*＝∠*CED*，

∴△*AEB*∽△*CED*，

∴$\frac{AB}{CD}=\frac{AE}{CE}$，∴$\frac{AE}{CE}=\frac{8}{4}=2$，

∴*AE*＝2*EC*，即 $EC=\frac{1}{2}AE$，

∵$AC=AE+EC=6$，

∴$AE+\frac{1}{2}AE=6$，即 $AE=4$.

13．如图 27－2－36，在△ABC 与△ADE 中，$\angle C=\angle E$，$\angle 1=\angle 2$.

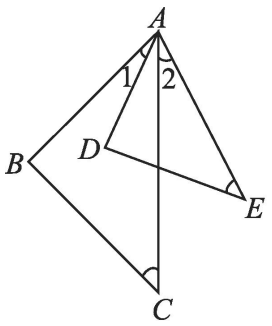


图 27－2－36

(1)证明：△ABC∽△ADE；

(2)请你再添加一个条件，使△ABC≌△ADE.你补充的条件为：__$AB=AD$(答案不唯一)__.

解：(1)证明：∵$\angle 1=\angle 2$，

∴$\angle 1+\angle DAC=\angle 2+\angle DAC$，

∴$\angle BAC=\angle DAE$.

∵$\angle C=\angle E$，∴△ABC∽△ADE；

(2)补充的条件为 $AB=AD$(答案不唯一).

理由：由(1)，得$\angle BAC=\angle DAE$，

在△ABC 和△ADE 中，$\begin{cases}\angle BAC=\angle DAE,\\ \angle C=\angle E,\\ AB=AD,\end{cases}$

∴△ABC≌△ADE(AAS).

☑拓展冲刺练

14．[2017·衢州]如图 27－2－37，AB 为半圆 O 的直径，C 为 BA 延长线上一点，CD 切半圆 O 于点 D，连接 OD.作 $BE\perp CD$ 于点 E，交半圆 O 于点 F.已知 $CE=12$，$BE=9$.

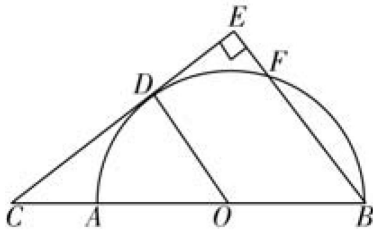


图 27－2－37

(1)求证：△COD∽△CBE；

(2)求半圆 O 的半径 r 的长.

【解析】 (1)利用切线的性质可得∠CDO＝90°，根据垂直的性质得∠E＝90°，再由∠C 是公共角，易得△COD∽△CBE；

(2)利用勾股定理易求 BC＝15，结合第一问的结论，利用相似三角形对应边成比例的性质可求圆的半径.

解：(1)证明：∵CD 切半圆于点 D，OD 为⊙O 的半径，∴CD⊥OD，∴∠CDO＝90°，

∵BE⊥CD 于点 E，∴∠E＝90°，

∵∠CDO＝∠E＝90°，∠C＝∠C，

∴△COD∽△CBE；

(2)在 Rt△BEC 中，CE＝12，BE＝9，∴CB＝15，∵△COD∽△CBE，∴$\frac{OD}{BE}=\frac{CO}{CB}$，

即$\frac{r}{9}=\frac{15-r}{15}$，∴$r=\frac{45}{8}$.

27．2.2　相似三角形的性质 [学生用书 B72]

☑基础保分练

1．[2018·玉林]两三角形的相似比是 2∶3，则其面积比是(　C　)

A.$\sqrt{2}:\sqrt{3}$　　B．2∶3

C．4∶9　　D．8∶27

【解析】 根据相似三角形的面积比等于相似比的平方可得两三角形的面积是 4∶9.故选 C.

2．[2017·重庆 A 卷]若△ABC∽△DEF，且相似比为 3∶2，则对应高的比为(　A　)

A．3∶2　　B．3∶5　C．9∶4　D．4∶9

3．[2017·连云港]如图 27－2－38，已知△ABC∽△DEF，AB∶DE＝1∶2，则下列等式一定成立的是(　D　)

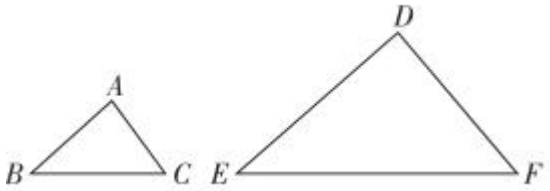


图 27－2－38

A.$\frac{BC}{DF}=\frac{1}{2}$　　B.$\frac{\angle A\text{ 的度数}}{\angle D\text{ 的度数}}=\frac{1}{2}$

C.$\frac{\triangle ABC\text{ 的面积}}{\triangle DEF\text{ 的面积}}=\frac{1}{2}$　　D.$\frac{\triangle ABC\text{ 的周长}}{\triangle DEF\text{ 的周长}}=\frac{1}{2}$

【解析】已知△ABC∽△DEF且相似比为 1∶2，A 选项中 BC 与 DF 不是对应边；B 选项中的∠A 和∠D 是一对对应角，根据“相似三角形的对应角相等”可得∠A＝∠D；根据“相似三角形的面积比等于相似比的平方”可得两个三角形的面积比是 1∶4，根据“相似三角形的周长比等于相似比”可得两个三角形的周长比是 1∶2.因此 A，B，C 选项错误，D 选项正确.

4．[2018·广东]在△ABC 中，点 D，E 分别为边 AB，AC 的中点，则△ADE 与△ABC

的面积之比为(　C　)

A.$\frac{1}{2}$　B.$\frac{1}{3}$　C.$\frac{1}{4}$　D.$\frac{1}{6}$

【解析】 相似三角形面积比等于相似比的平方，由中位线性质知△*ADE*∽△*ABC*且相似比为1∶2，故△*ADE*与△*ABC*的面积之比为$\frac{1}{4}$.

5．如图27－2－39，在△*ABC*中，点*D*，*E*分别在边*AB*，*AC*上，且$\frac{AE}{AB}=\frac{AD}{AC}=\frac{1}{2}$，则$S_{\triangle ADE}∶S_{四边形BCED}$的值为(　C　)

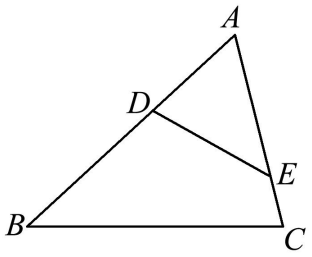


图27－2－39

A．1∶$\sqrt{3}$　　B．1∶2

C．1∶3　　D．1∶4

6．[2018·绥化]两个相似三角形的最短边分别为5 cm和3 cm，他们的周长之差为12 cm，那么大三角形的周长为(　D　)

A．14 cm　　B．16 cm

C．18 cm　　D．30 cm

【解析】 ∵两个相似三角形的最短边分别为5 cm和3 cm，∴两个相似三角形的相似比为5∶3.设较小的三角形的周长为*x* cm，则较大的三角形的周长为(*x*＋12)cm，根据相似三角形的性质可得$\frac{x+12}{x}=\frac{5}{3}$，解得*x*＝18，故大三角形的周长为18＋12＝30 cm.故选D.

7.[2018·毕节]如图27－2－40，在平行四边形*ABCD*中，*E*是*DC*上的点，*DE*∶*EC*＝3∶2，连接*AE*交*BD*于点*F*，则△*DEF*与△*BAF*的面积之比为(　C　)

A．2∶5　　B．3∶5

C．9∶25　　D．4∶25

【解析】 ∵四边形*ABCD*是平行四边形，∴*AB*∥*CD*，且*AB*＝*CD*，∴∠*EDF*＝

$\angle ABF$，$\angle DEF=\angle BAF$，$\therefore\triangle DEF\backsim\triangle BAF$，又$\because DE:EC=3:2$，$\therefore\dfrac{DE}{AB}=\dfrac{3}{2+3}=\dfrac{3}{5}$，$\therefore\dfrac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle BAF}}=\dfrac{9}{25}$，故选 C.

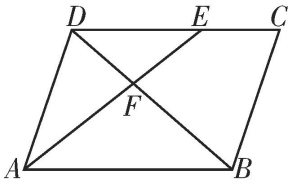


图 27－2－40

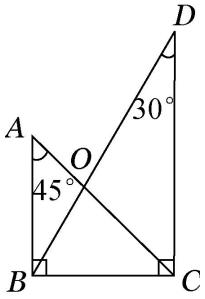


图 27－2－41

8．一副三角板叠放如图 27－2－41，则$\triangle AOB$与$\triangle DOC$的面积之比为__1∶3__.

9．已知$\triangle ABC\backsim\triangle DEF$，$\dfrac{DE}{AB}=\dfrac{2}{3}$，$\triangle ABC$的周长是 12 cm，面积是 30 cm^2.

(1)求$\triangle DEF$的周长；

(2)求$\triangle DEF$的面积.

解：(1)$\because\triangle ABC\backsim\triangle DEF$，$\dfrac{DE}{AB}=\dfrac{2}{3}$，

$\therefore\triangle DEF$的周长为$12\times\dfrac{2}{3}=8(cm)$；

(2)$\because\triangle ABC\backsim\triangle DEF$，$\dfrac{DE}{AB}=\dfrac{2}{3}$，

$\therefore\triangle DEF$的面积为$30\times\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=13\dfrac{1}{3}(cm^2)$.

☑技能提升练

10．[2018·宜宾]如图 27－2－42，将$\triangle ABC$沿BC边上的中线AD平移到$\triangle A'B'C'$的位置，已知$\triangle ABC$的面积为 9，阴影部分三角形的面积为 4.若$AA'=1$，则$A'D$等于(　A　)

A．2　　B．3　　C.$\dfrac{2}{3}$　　D.$\dfrac{3}{2}$

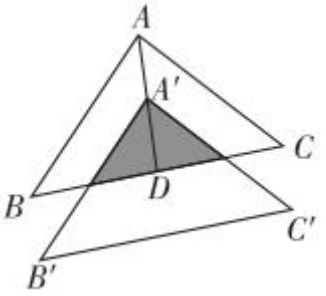
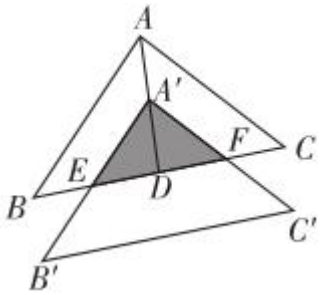


图 27－2－42



第 10 题答图

【解析】 如答图，由平移知 $A'E \parallel AB$，$AF' \parallel AC$，

$\therefore \dfrac{ED}{BD}=\dfrac{A'D}{AD}=\dfrac{DF}{DC}$，$\therefore \dfrac{ED}{DF}=\dfrac{BD}{DC}=1$，

即 $A'D$ 为 $\triangle A'EF$ 的中线，易证 $\triangle A'EF \backsim \triangle ABC$，

$\therefore \left(\dfrac{A'D}{AD}\right)^2=\dfrac{S_{\triangle A'EF}}{S_{\triangle ABC}}$，即 $\left(\dfrac{A'D}{A'D+1}\right)^2=\dfrac{4}{9}$，

解得 $A'D=2$ 或 $A'D=-\dfrac{2}{5}$(舍去)，故选 A.

11．如图 27－2－43，在四边形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$，$\angle B=\angle ACD=90°$，$AB=2$，$DC=3$，则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DCA$ 的面积比为(　C　)

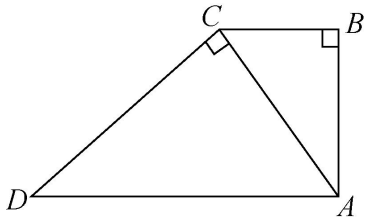


图 27－2－43

A．2∶3　　B．2∶5

C．4∶9　D.$\sqrt{2}:\sqrt{3}$

【解析】 ∵$AD \parallel BC$，∴$\angle ACB=\angle DAC$.

又∵$\angle B=\angle ACD=90°$，∴$\triangle ABC \backsim \triangle DCA$.

∵$AB=2$，$DC=3$，$\therefore \dfrac{AB}{DC}=\dfrac{2}{3}$，

$\therefore \dfrac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DCA}}=\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=\dfrac{4}{9}$，

∴$\triangle ABC$ 与 $\triangle DCA$ 的面积比为 4∶9.故选 C.

12．如图 27－2－44，在 $\triangle ABC$ 中，$BC>AC$，点 D 在 BC 上，且 $DC=AC$，$\angle ACB$

的平分线 CF 交 AD 于点 F，E 是 AB 的中点，连接 EF.

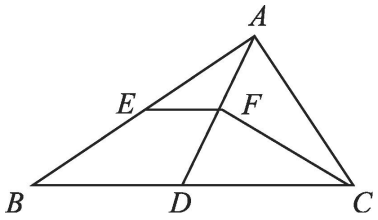


图 27－2－44

(1)求证：$EF \parallel BC$；

(2)若△ABD 的面积是 6，求四边形 $BDFE$ 的面积.

【解析】 (1)证明 EF 为△ABD 的中位线；

(2)利用相似三角形的面积比等于相似比的平方求解.

解：(1)证明：∵$DC=AC$，

∴△ACD 为等腰三角形.

∵CF 平分∠ACD，

∴F 为 AD 的中点.

又∵E 为 AB 的中点，

∴EF 为△ABD 的中位线，

∴$EF \parallel BC$；

(2)由(1)，得 $EF \parallel BC$，∴△AEF∽△ABD.

∵$\frac{EF}{BD}=\frac{1}{2}$，∴$S_{\triangle AEF}:S_{\triangle ABD}=1:4$，

∴$S_{四边形 BDFE}:S_{\triangle ABD}=3:4$.

又∵$S_{\triangle ABD}=6$，∴$S_{四边形 BDFE}=\frac{9}{2}$.

13．如图 27－2－45，AC 是⊙O 的直径，点 B 在⊙O 上，∠$ACB=30°$.

(1)利用尺规作∠ABC 的平分线 BD，交 AC 于点 E，交⊙O 于点 D，连接 CD(保留作图痕迹，不写作法)；

(2)在(1)所作的图形中，求△ABE 与△CDE 的面积之比.

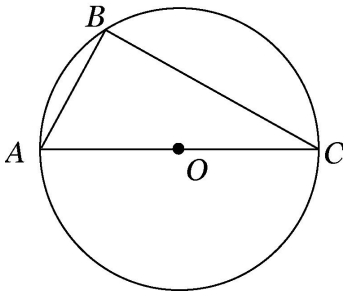
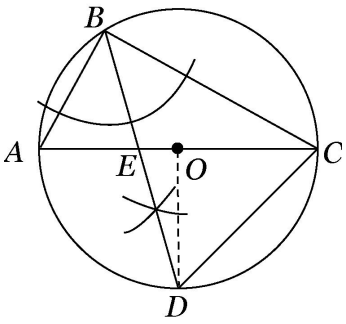


图 27－2－45



第 13 题答图

解：(1)如答图所示；

(2)连接 OD，设⊙O 半径为 r，

在△ABE 和△DCE 中，$\begin{cases}\angle BAE=\angle CDE,\\ \angle AEB=\angle DEC,\end{cases}$

∴△ABE∽△DCE.

∵在 Rt△ABC 中，$\angle ABC=90°$，$\angle ACB=30°$，

∴$AB=\frac{1}{2}AC=r$.∵BD 平分$\angle ABC$，

∴$\angle ABD=\angle CBD=45°$，∴$\angle DOC=90°$.

∵在 Rt△ODC 中，$DC=\sqrt{OD^2+OC^2}=\sqrt{2}r$，

∴$\frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle CDE}}=\left(\frac{AB}{DC}\right)^2=\left(\frac{r}{\sqrt{2}r}\right)^2=\frac{1}{2}$.

14．[2017·宿迁]如图 27－2－46，在△ABC 中，$AB=AC$，点 E 在边 BC 上移动(点 E 不与点 B，C 重合)，满足$\angle DEF=\angle B$，且点 D，F 分别在边 AB，AC 上．

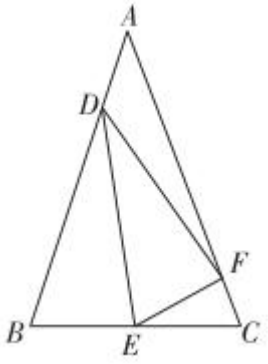


图 27－2－46

(1)求证：△BDE∽△CEF；

(2)当点 E 移动到 BC 的中点时，求证：FE 平分$\angle DFC$.

证明：(1)∵$AB=AC$，∴$\angle B=\angle C$，

∵$\angle DEF+\angle CEF=\angle B+\angle BDE$，$\angle DEF=\angle B$，

∴$\angle CEF=\angle BDE$，∴$\triangle BDE\backsim\triangle CEF$；

(2)由(1)得$\frac{BE}{CF}=\frac{DE}{EF}$，

∵E是BC的中点，∴$BE=CE$，

∴$\frac{CE}{CF}=\frac{DE}{EF}$，即$\frac{CE}{DE}=\frac{CF}{EF}$，

∵$\angle C=\angle DEF$，∴$\triangle EDF\backsim\triangle CEF$，

∴$\angle CFE=\angle EFD$，即FE平分$\angle DFC$.

☑拓展冲刺练

15．[2018·宁波]若一个三角形一条边的平方等于另两条边的乘积，我们把这个三角形叫做比例三角形.

(1)已知$\triangle ABC$是比例三角形，$AB=2$，$BC=3$，请直接写出所有满足条件的AC的长；

(2)如图27－2－47①，在四边形$ABCD$中，$AD\parallel BC$，对角线BD平分$\angle ABC$，$\angle BAC=\angle ADC$.求证：$\triangle ABC$是比例三角形；

(3)如图②，在(2)的条件下，当$\angle ADC=90°$时，求$\frac{BD}{AC}$的值.

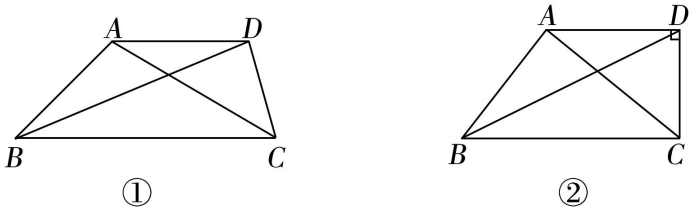


图27－2－47

解：(1)$\frac{4}{3}$或$\frac{9}{2}$或$\sqrt{6}$；

(2)证明：∵$AD\parallel BC$，∴$\angle ACB=\angle CAD$.

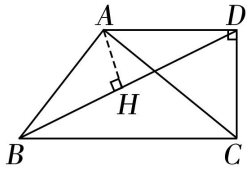
又∵$\angle BAC=\angle ADC$，∴$\triangle ABC\backsim\triangle DCA$，

∴$\frac{BC}{CA}=\frac{CA}{AD}$，即$CA^2=BC\cdot AD$.

∵$AD\parallel BC$，∴$\angle ADB=\angle CBD$.

∵BD平分$\angle ABC$，$\angle ABD=\angle CBD$，

∴∠ADB=∠ABD，∴AB=AD，



第 15 题答图

∴CA^2=BC·AB，

∴△ABC 是比例三角形；

(3)如答图，过点 A 作 AH⊥BD 于点 H.

∵AB=AD，∴BH=$\frac{1}{2}BD$.

∵AD∥BC，∠ADC=90°，∴∠BCD=90°，

∴∠BHA=∠BCD=90°.

又∵∠ABH=∠DBC，∴△ABH∽△DBC.

∴$\frac{AB}{DB}$=$\frac{BH}{BC}$，∴AB·BC=DB·BH，

∴AB·BC=$\frac{1}{2}BD^2$.

又∵AB·BC=AC^2，

∴$\frac{1}{2}BD^2$=AC^2，∴$\frac{BD}{AC}$=$\sqrt{2}$.

27．2.3　相似三角形应用举例 [学生用书 A74]

☑基础保分练

1．[2018·长春]《孙子算经》是中国古代重要的数学著作，成书于约一千五百年前，其中有首歌谣：今有竿不知其长，量得影长一丈五尺，立一标杆，长一尺五寸，影长五寸，问竿长几何？意即：有一根竹竿不知道有多长，量出它在太阳下的影子长一丈五尺．同时立一根一尺五寸的小标杆，它的影长五寸(提示：1 丈＝10 尺，1 尺＝10 寸)，则竹竿的长为(　B　)

A．五丈　　B．四丈五尺

C．一丈　　D．五尺

【解析】 标杆高度一尺五寸，标杆影长五寸，竹竿高度未知，竹竿影长一丈五尺，画出草图，设竹竿高度为 x，建立数学模型：$\frac{x}{\text{一尺五寸}}=\frac{\text{一丈五尺}}{\text{五寸}}$，解得 x＝四丈五尺．

2．[2018·临沂]如图 27－2－48，利用标杆 BE 测量建筑物的高度．已知标杆 BE 高 1.2 m，测得 AB＝1.6 m，BC＝12.4 m．则建筑物 CD 的高是(　B　)

A．9.3 m　　B．10.5 m

C．12.4 m　　D．14 m

【解析】 由题意知 $BE\parallel CD$，∴△ABE∽△ACD，

∴$\frac{BE}{CD}=\frac{AB}{AC}$，即$\frac{1.2}{CD}=\frac{1.6}{1.6+12.4}$，

解得 CD＝10.5(m)，故选 B.

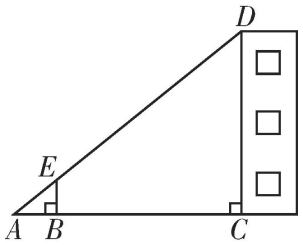


图 27－2－48

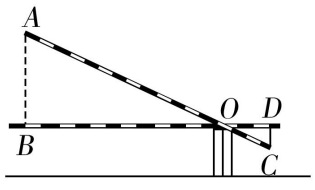


图 27－2－49

3．[2018·绍兴]学校门口的栏杆如图 27－2－49 所示，栏杆从水平位置 BD 绕 O 点旋转到 AC 位置，已知 $AB\perp BD$，$CD\perp BD$，垂足分别为 B，D，AO＝4 m，AB＝1.6 m，CO＝1 m，则栏杆 C 端应下降的垂直距离 CD 为(　C　)

A．0.2 m　　B．0.3 m

C．0.4 m　　D．0.5 m

【解析】 ∵$AB\perp BD$，$CD\perp BD$，

∴$\angle ABO=\angle CDO=90°$，∵$\angle AOB=\angle COD$，

∴$\triangle AOB\backsim\triangle COD$，$\frac{AO}{CO}=\frac{AB}{CD}$，

∵$AO=4$ m，$AB=1.6$ m，$CO=1$ m，∴$CD=0.4$ m.

4．阳光通过窗口 AB 照射到室内，在地面上留下 2.7 m 的亮区 DE(如图 27－2－50 所示)，已知亮区到窗口下的墙角的距离 $EC=8.7$ m，窗口高 $AB=1.8$ m，则窗口底边离地面的高 BC 为(　A　)

A．4 m　　B．3.8 m

C．3.6 m　　D．3.4 m

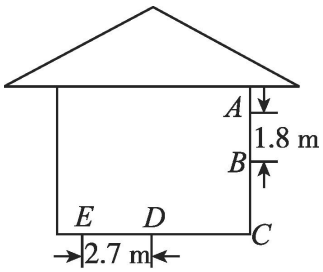
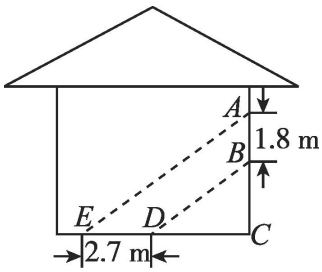


图 27－2－50



第 4 题答图

【解析】 如答图，连接 AE，BD.

∵太阳光是平行光线，∴$AE/\!/BD$，

∴$\triangle BCD\backsim\triangle ACE$，∴$\frac{AC}{BC}=\frac{EC}{DC}$，

即$\frac{1.8+BC}{BC}=\frac{8.7}{8.7-2.7}$，解得 $BC=4$.故选 A.

5．[2017·绵阳]为测量操场上旗杆的高度，小丽同学想到了物理学中平面镜成像的原理．她准备好镜子和卷尺，先将镜子放在脚下的地面上，然后后退，直到她站直身子刚好能从镜子里看到旗杆的顶端 E，标记好脚掌中心位置为 B.测得脚掌中心位置 B 到镜面中心 C 的距离是 50 cm，镜面中心 C 距旗杆底部 D 的距离为 4 m，如图 27－2－51 所示，已知小丽同学的身高是 1.54 m，眼睛位置 A 距离小丽头顶的距离是 4 cm，则旗杆的高度等于(　B　)

A．10 m　　B．12 m

C．12.4 m　　D．12.32 m

【解析】 由题意可得 $AB=1.5$ m，$BC=0.5$ m，$DC=4$ m，

$\triangle ABC\backsim\triangle EDC$，则$\frac{AB}{ED}=\frac{BC}{DC}$，即$\frac{1.5}{DE}=\frac{0.5}{4}$，

解得 $DE=12$ m.

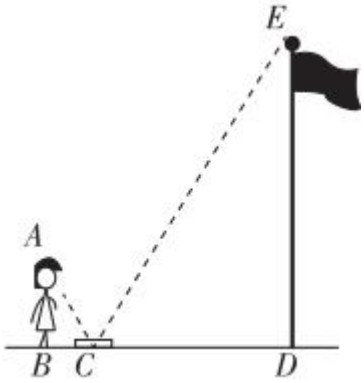


图 27－2－51

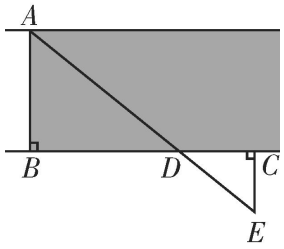


图 27－2－52

6．[2018·吉林]如图 27－2－52 是测量河宽的示意图，AE 与 BC 相交于点 D，$\angle B=\angle C=90°$，测得 $BD=120$ m，$DC=60$ m，$EC=50$ m，求得河宽 $AB=$ __100__ m.

【解析】 两角对应相等可得$\triangle BAD\backsim\triangle CED$，利用对应边成比例可得两岸间的大致距离 AB.

易证$\triangle ABD\backsim\triangle ECD$，$\therefore\frac{AB}{EC}=\frac{BD}{CD}$，即$\frac{AB}{50}=\frac{120}{60}$，

$\therefore AB=100$(m).

7．如图 27－2－53，某校数学兴趣小组利用自制的直角三角形硬纸板 DEF 来测量操场旗杆 AB 的高度，他们通过调整测量位置，使斜边 DF 与地面保持平行，并使边 DE 与旗杆顶点 A 在同一直线上，已知 $DE=0.5$ m，$EF=0.25$ m，目测点 D 到地面的距离 $DG=1.5$ m，到旗杆的水平距离 $DC=20$ m，求旗杆的高度.

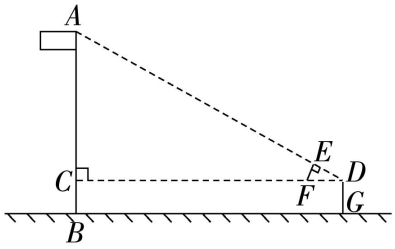


图 27－2－53

解：根据题意，得$\triangle DEF\backsim\triangle DCA$，则$\frac{DE}{DC}=\frac{EF}{CA}$，

$\because DE=0.5$ m，$EF=0.25$ m，$DC=20$ m，

∴$\frac{0.5}{20}=\frac{0.25}{AC}$，解得 $AC=10$ m，

∴$AB=AC+BC=10+1.5=11.5$(m).

答：旗杆的高度为 11.5 m.

8．如图 27－2－54，是一个照相机成像的示意图.

(1)如果像高 MN 是 35 mm，焦距是 50 mm，拍摄的景物高度 AB 是 4.9 m，拍摄点离景物有多远？

(2)如果要完整的拍摄高度是 2 m 的景物，拍摄点离景物有 4 m，像高不变，则相机的焦距应调整为多少？

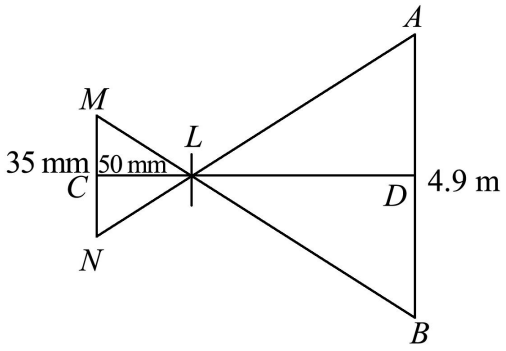


图 27－2－54

解：根据物体成像原理，得△LMN∽△LBA，

∴$\frac{MN}{BA}=\frac{LC}{LD}$，即$\frac{MN}{LC}=\frac{BA}{LD}$.

(1)∵像高 MN 是 35 mm，焦距是 50 mm，拍摄的景物高度 AB 是 4.9 m，

∴$\frac{35}{50}=\frac{4.9}{LD}$，解得 $LD=7$ m.

答：拍摄点距离景物 7 m；

(2)拍摄高度是 2 m 的景物，拍摄点离景物有 4 m，像高不变，∴$\frac{35}{LC}=\frac{2}{4}$，解得 $LC=70$ mm.

答：相机的焦距应调整为 70 mm.

☑技能提升练

9．[2018·陕西]周末，小华和小亮想用所学的数学知识测量家门前小河的宽．测量时，他们选择了河对岸岸边的一棵大树，将其底部作为点 A，在他们所在的岸边选择了点 B，使得 AB 与河岸垂直，并在 B 点竖起标杆 BC，再在 AB 的延长线上选择点 D，竖起标杆 DE，使得点 E 与点 C，A 共线．

已知：$CB\perp AD$，$ED\perp AD$，测得 $BC=1$ m，$DE=1.5$ m，$BD=8.5$ m. 测量示意图如图 27－2－55 所示.

请根据相关测量信息，求河宽 AB.

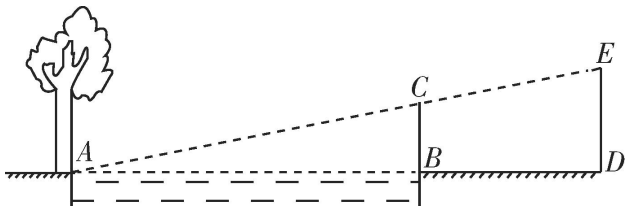


图 27－2－55

解：∵$CB\perp AD$，$ED\perp AD$，∴$\angle ABC=\angle ADE=90°$，

∵$\angle CAB=\angle EAD$，∴$\triangle ABC\backsim\triangle ADE$，

∴$\dfrac{BC}{DE}=\dfrac{AB}{AD}$，

∵$BC=1$ m，$DE=1.5$ m，$BD=8.5$ m，

∴$AD=AB+8.5$，∴$\dfrac{1}{1.5}=\dfrac{AB}{AB+8.5}$，

解得 $AB=17$.

答：河宽 AB 的长为 17 m.

10．某市为了打造森林城市，树立城市新地标，实现绿色、共享发展理念，在城南建起了“望月阁”及环阁公园．小亮、小芳等同学想用一些测量工具和所学的几何知识测量“望月阁”的高度，来检验自己掌握知识和运用知识的能力．他们经过观察发现，观测点与“望月阁”底部间的距离不易测得，因此经过研究需要两次测量，于是他们首先用平面镜进行测量．方法如下：如图 27－2－56，小芳在小亮和“望月阁”之间的直线 BM 上平放一平面镜，在镜面上做了一个标记，这个标记在直线 BM 上的对应位置为点 C，镜子不动，小亮看着镜面上的标记，他来回走动，走到点 D 时，看到“望月阁”顶端点 A 在镜面中的像与镜面上的标记重合，这时，测得小亮眼睛与地面的高度 $ED=1.5$ m，$CD=2$ m．然后，在阳光下，他们用测影长的方法进行了第二次测量，方法如下：如图，小亮从 D 点沿 DM 方向走了 16 m，到达“望月阁”影子的末端 F 点处，此时，测得小亮身高 FG 的影长 $FH=2.5$ m，$FG=1.65$ m．已知 $AB\perp BM$，$ED\perp BM$，$GF\perp BM$，其中，测量时所使用的平面镜的厚度忽略不计，请你根据题中提供的相关信息求出“望月阁”的高 AB.

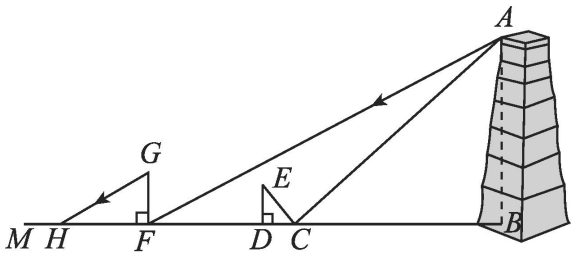


图 27－2－56

解：根据题意，得$\angle ABC=\angle EDC=\angle GFH=90°$，

$\angle ACB=\angle ECD$，$\angle AFB=\angle GHF$，

$\therefore\triangle ABC\backsim\triangle EDC$，$\triangle ABF\backsim\triangle GFH$，

$\therefore\dfrac{AB}{ED}=\dfrac{BC}{DC}$，$\dfrac{AB}{GF}=\dfrac{BF}{FH}$，即$\dfrac{AB}{1.5}=\dfrac{BC}{2}$，$\dfrac{AB}{1.65}=\dfrac{BC+18}{2.5}$，

解得 $AB=99$.

答：“望月阁”的高 AB 为 99 m.

11．如图 27－2－57，小华在晚上由路灯 A 走向路灯 B.当他走到点 P 时，发现他身后影子的顶部刚好接触到路灯 A 的底部；当他向前再步行 12 m 到达点 Q 时，发现他身前影子的顶部刚好接触到路灯 B 的底部．已知小华的身高是 1.6 m，两个路灯的高度都是 9.6 m，且 $AP=QB$.

(1)求两个路灯之间的距离．

(2)当小华走到路灯 B 的底部时，他在路灯 A 下的影长是多少？

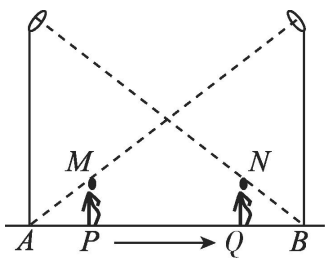
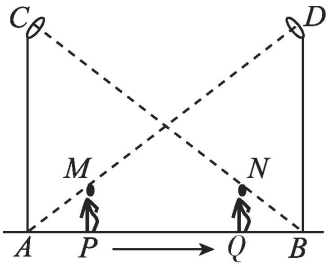


图 27－2－57



第 11 题答图①

解：(1)如答图①，$\because PM/\!/BD$，$\therefore\triangle APM\backsim\triangle ABD$，

$\therefore\dfrac{AP}{AB}=\dfrac{PM}{BD}$，即$\dfrac{AP}{AB}=\dfrac{1.6}{9.6}$，$\therefore AP=\dfrac{1}{6}AB$，

$\because QN/\!/AC$，$\therefore\triangle BNQ\backsim\triangle BCA$，

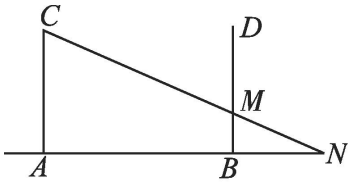
$\therefore\dfrac{BQ}{BA}=\dfrac{QN}{AC}$，即$\dfrac{BQ}{AB}=\dfrac{1.6}{9.6}$，$\therefore BQ=\dfrac{1}{6}AB$，

∵$AP+PQ+BQ=AB$，

∴$\frac{1}{6}AB+12+\frac{1}{6}AB=AB$，解得 $AB=18$.

答：两路灯之间的距离为 18 m；

(2)如答图②，他在路灯 A 下的影子为 BN，



第 11 题答图②

∵$BM/\!/AC$，∴$\triangle NBM\backsim\triangle NAC$，

∴$\frac{BN}{AN}=\frac{BM}{AC}$，即$\frac{BN}{BN+18}=\frac{1.6}{9.6}$，解得 $BN=3.6$.

答：当他走到路灯 B 时，他在路灯 A 下的影长是 3.6 m.

☑拓展冲刺练

12．某兴趣小组的同学要测量树的高度．在阳光下，一名同学测得一根长为 1 m 的竹竿的影长为 0.4 m，同时另一名同学测量树的高度时，发现树的影子不全落在地面上，有一部分落在教学楼的第一级台阶上，测得此影子长为 0.2 m，一级台阶高为 0.3 m，如图 27－2－58 所示，若此时落在地面上的影长为 4.4 m，则树高为(　C　)

A．11.5 m　　B．11.75 m

C．11.8 m　　D．12.25 m

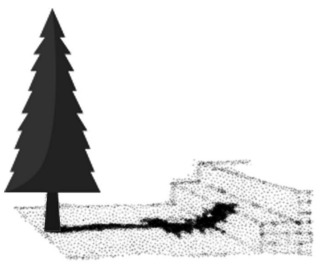
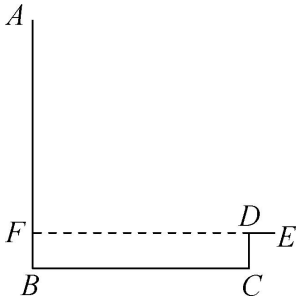


图 27－2－58



第 12 题答图

【解析】 如答图，树高为 AB，台阶 $CD=0.3$ m，台阶上树影 $DE=0.2$ m，地面上树影 $BC=4.4$ m．过点 D 作 $DF\perp AB$ 于点 F，则 $DF=BC=4.4$ m，

∴$EF=DF+DE=4.4+0.2=4.6$(m)，

∵$\frac{AF}{EF}=\frac{1}{0.4}$，∴$AF=\frac{EF}{0.4}=4.6\times\frac{5}{2}=11.5$(m)，

∴$AB=AF+BF=AF+CD=11.5+0.3=11.8$(m)，

即树高为 11.8 m．故选 C.