29.1 投影

第 1 课时　投影 [学生用书 *A*88]

☑基础保分练

1．[2018·宁晋模拟]如图 29－1－1，夜晚路灯下有一排同样高的旗杆，离路灯越近，旗杆的影子(　B　)

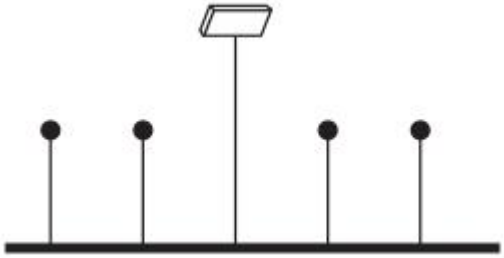


图 29－1－1

A．越长　　B．越短

C．一样长　　D．随时间变化而变化

2．图 29－1－2 中哪幅图可能是上午 10 点钟天安门广场上国旗的影子(　D　)

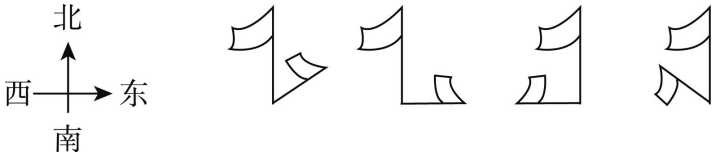


图 29－1－2

A．②　　B．③　　C．①　　D．④

【解析】 早上太阳在正东，影子在正西，此后太阳向南移动，影子向北移动．故选 D.

3．[2017·昌平区期末]一幢 4 层楼房只有一个房间亮着灯，一棵小树和一根电线杆在窗口灯光下的影子如图 29－1－3 所示，则亮着灯的房间是(　B　)

A．1 号房间　　B．2 号房间

C．3 号房间　　D．4 号房间

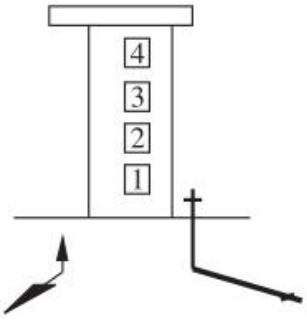
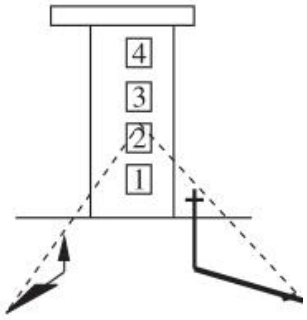


图 29－1－3



第 3 题答图

【解析】 如答图所示.

4．如图 29－1－4 是一天中四个不同时刻两座建筑物的影子，将它们按时间先后顺序排列正确的是(　C　)

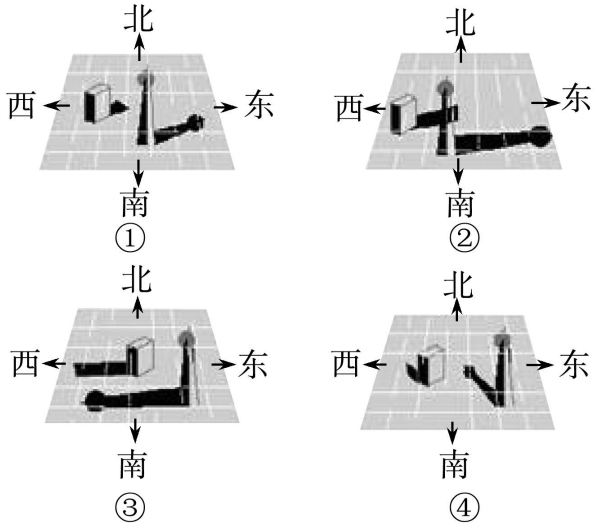


图 29－1－4

A．③①④②　　B．③②①④

C．③④①②　　D．②④①③

5．一天下午，秦老师参加了校运动会女子 200 m 比赛，然后又参加了女子 400 m 比赛，摄影师在同一位置拍摄了她参加这两项比赛的照片(如图 29－1－5)．你认为秦老师参加 400 m 比赛的照片是__①__.



①　　②

图 29－1－5

【解析】 太阳东升西落，影子长度和方向都在变化，这两幅照片都是在下午拍摄的，则影子越长的拍摄的时间越晚，影子越短的拍摄的时间越早．因此秦老师参加 400 m 比赛的照片是①.

6．如图 29－1－6，小明与同学合作利用太阳光线测量旗杆的高度，身高 1.6 m 的小明落在地面上的影长为 $BC=2.4$ m.

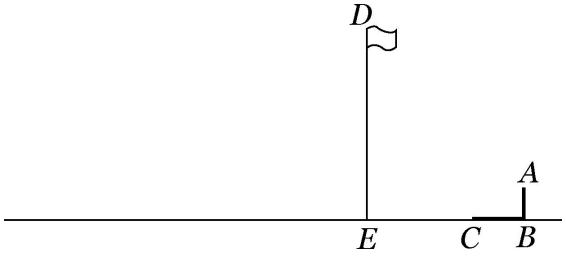
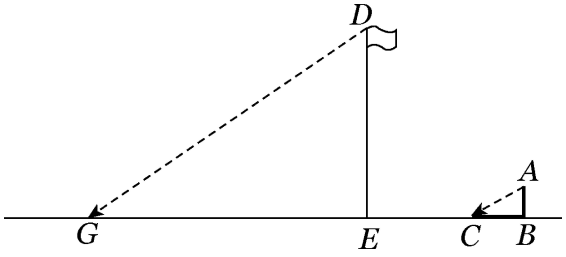


图 29－1－6

(1)请你在图中画出旗杆在同一时刻阳光照射下落在地面上的影子 EG；

(2)若小明测得此刻旗杆落在地面的影长 $EG=16$ m，请求出旗杆 DE 的高度．

解：(1)连接 AC，过点 D 作 $DG/\!/AC$ 交地面于点 G，则 EG 为旗杆的影长，如答图所示；



第 6 题答图

(2)∵$DG/\!/AC$，∴$\angle G=\angle C$，

∴Rt△ABC∽Rt△DEG，

∴$\dfrac{AB}{DE}=\dfrac{BC}{EG}$，即$\dfrac{1.6}{DE}=\dfrac{2.4}{16}$，解得 $DE=\dfrac{32}{3}$，

∴旗杆的高度为$\dfrac{32}{3}$ m.

☑技能提升练

7．圆桌面(桌面中间有一个直径为 0.4 m 的圆洞)正上方的灯泡(看作一个点)发出的光线照射平行于地面的桌面后，在地面上形成如图 29－1－7 所示的圆环形阴影．已知桌面直径为 1.2 m，桌面离地面 1 m，若灯泡离地面 3 m，则地面圆环形阴影的面积是(　D　)

A．0.324π m^2　　B．0.288π m^2

C．1.08π m^2　　D．0.72π m^2

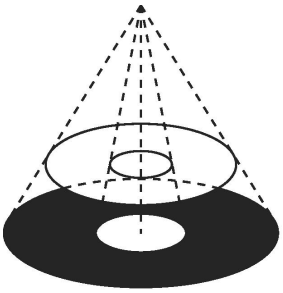
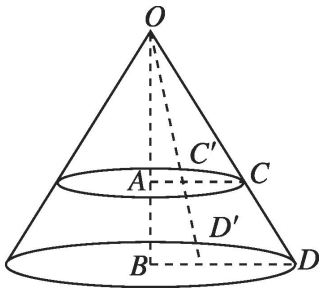


图 29－1－7



第 7 题答图

【解析】 如答图所示，∵$AC\perp OB$，$BD\perp OB$，

∴$\triangle AOC\backsim\triangle BOD$，∴$\frac{OA}{OB}=\frac{AC}{BD}$，即$\frac{2}{3}=\frac{0.6}{BD}$，

解得 $BD=0.9$，

同理可得 $AC'=0.2$ m，则 $BD'=0.3$ m，

∴$S_{\text{圆环形阴影}}=0.9^2\pi-0.3^2\pi=0.72\pi(\text{m}^2)$．故选 D.

8．如图 29－1－8，小军、小珠之间的距离为 2.7 m，他们在同一盏路灯下的影长分别为 1.8 m，1.5 m，已知小军、小珠的身高分别为 1.8 m，1.5 m，则路灯的高为__3__m.

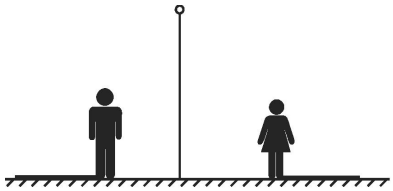
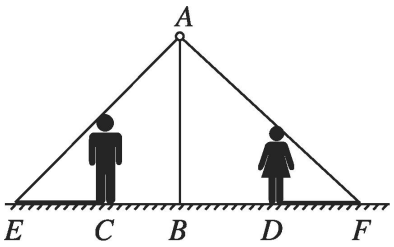


图 29－1－8



第 8 题答图

【解析】 如答图，∵小军、小珠的身高与影长相等，

∴$\angle E=\angle F=45°$，∴$AB=BE=BF$，

设路灯的高 AB 为 x m，

则 $BD=(x-1.5)$m，$BC=(x-1.8)$m，

又∵$CD=2.7$ m，

∴$(x-1.5)+(x-1.8)=2.7$，解得 $x=3$.

9．如图 29－1－9，身高 1.6 m 的小明从距路灯的底部(点 O)20 m 的点 A 沿 AO 方向行走 14 m 到点 C 处，小明在 A 处，头顶 B 在路灯投影下形成的影子在 M 处．

(1)已知灯杆垂直于路面，试标出路灯 P 的位置和小明在 C 处，头顶 D 在路灯投影下形成的影子 N 的位置；

(2)若路灯(点 P)距地面 8 m，小明从 A 到 C 时，影子的长度是变长了还是变短了？变长或变短了多少米？

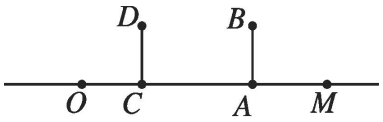
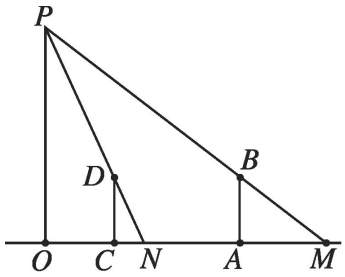


图 29－1－9



第 9 题答图

解：(1)如答图所示；

(2)设在 A 处时影长 AM 为 x m，在 C 处时影长 CN 为 y m．由$\frac{x}{x+20}=\frac{1.6}{8}$，解得 $x=5$，

由$\frac{y}{y+6}=\frac{1.6}{8}$，解得 $y=1.5$，∴$x-y=5-1.5=3.5$.

答：影子的长度变短了，变短了 3.5 m.

☑拓展冲刺练

10．[2018·泰州]日照间距系数反映了房屋日照情况．如图 29－1－10①，当前后房屋都朝向正南时，日照间距系数＝L∶($H-H_1$)，其中 L 为楼间水平距离，H 为南侧楼房高度，H_1 为北侧楼房底层窗台至地面高度．

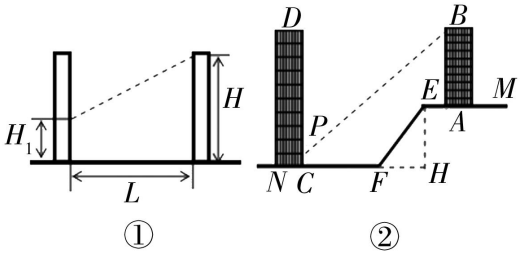


图 29－1－10

如图②，山坡 EF 朝北，EF 长为 15 m，坡度为 $i=1∶0.75$，山坡顶部平地 EM 上有一高为 22.5 m 的楼房 AB，底部 A 到 E 点的距离为 4 m.

(1)求山坡 EF 的水平宽度 FH；

(2)欲在 AB 楼正北侧山脚的平地 FN 上建一楼房 CD，已知该楼底层窗台 P 处至地面 C 处的高度为 0.9 m，要使该楼的日照间距系数不低于 1.25，底部 C 距 F 处至少多远？

解：(1)在 Rt△EFH 中，∵∠H=90°，

∴tan∠EFH=i=1∶0.75=$\frac{4}{3}$=$\frac{EH}{FH}$，

设 EH=4x，则 FH=3x，∴EF=$\sqrt{EH^2+FH^2}$=5x，

∵EF=15，∴5x=15，x=3，∴FH=3x=9，

即山坡 EF 的水平宽度 FH 为 9 m；

(2)∵L=CF+FH+EA=CF+9+4=CF+13，

H=AB+EH=22.5+12=34.5，H_1=0.9，

∴日照间距系数=L∶(H−H_1)=$\frac{CF+13}{34.5-0.9}$=$\frac{CF+13}{33.6}$，∵该楼的日照间距系数不低于 1.25，∴$\frac{CF+13}{33.6}$≥1.25，∴CF≥29.

答：要使该楼的日照间距系数不低于 1.25，底部 C 距 F 处至少 29 m 远.

第 2 课时　正投影 [学生用书 B88]

☑基础保分练

1．如图 29－1－11，箭头表示投影的方向，则图中圆柱体的投影是(　B　)

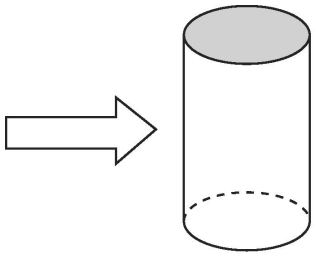


图 29－1－11

A．圆　　B．矩形

C．梯形　　D．圆柱

【解析】 根据投影的定义画出投影，此时圆柱体的投影为矩形．故选 B.

2．把一个正六棱柱如图 29－1－12 摆放，光线由上向下照射此正六棱柱时的正投影是(　A　)

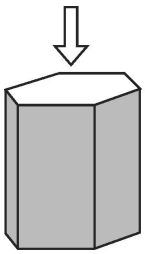
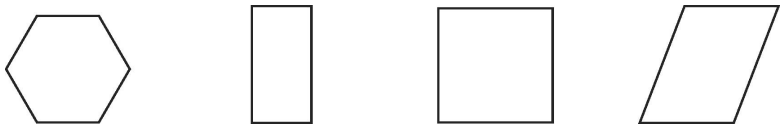


图 29－1－12



A　　B　　C　　D

【解析】 把一个正六棱柱如图摆放，光线由上向下照射此正六棱柱时的正投影是正六边形．故选 A.

3．[2017·绥化]正方形的正投影不可能是(　D　)

A．线段　　B．矩形

C．正方形　　D．梯形

【解析】 在同一时刻，平行物体的投影仍旧平行．正方形投影时得到的应是平行四边形或特殊的平行四边形或线段．故正方形的正投影不可能是梯形．

4．一根笔直小木棒(记为线段 AB)，它的正投影为线段 CD，则下列各式中一定成立的是(　D　)

A．$AB=CD$　　B．$AB\leqslant CD$

C．$AB>CD$　　D．$AB\geqslant CD$

【解析】 当投影线与木棒垂直时，$AB=CD$，当投影线与木棒不垂直时，$AB>CD$. 故选 D.

5．下列关于正投影的说法正确的是(　B　)

A．如果一个物体的正投影是圆，那么这个物体一定是球

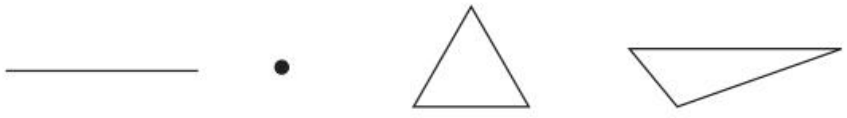
B．不同的物体正投影可以相同

C．圆锥的正投影是等腰三角形

D．圆纸片的正投影是圆

【解析】 球、圆柱、圆锥、圆纸片，后三者在圆面与投影面平行时正投影都是圆．A，C，D 三个选项均错在没有考虑物体的正投影与物体相对于投影面的位置有关．故选 B.

6．[2017·贺州]小明拿一个等边三角形木框在太阳下玩耍，发现等边三角形木框在地面上的投影不可能是(　B　)



【解析】 竖直向下看可得到线段，沿与平面平行的方向看可得到 C，沿与平面不平行的方向看可得到 D，不论如何看都得不到一点．

☑技能提升练

7．如图 29－1－13，正三棱柱的面 $EFDC$ // 平面 R 且 $AE=EF=AF=2$，$AB=6$，正三棱柱在平面 R 的正投影是__矩形__，正投影面积为__12__.

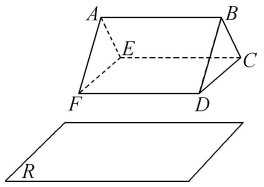


图 29－1－13

【解析】 根据正三棱柱的特征可知面 *EFDC* 为矩形，当它与投影面平行时，它的正投影与它全等，其面积为 2×6＝12.

8．画出如图 29－1－14 所示物体(正三棱柱)的正投影.

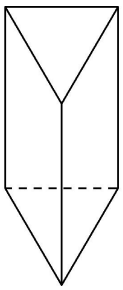


图 29－1－14

(1)投影线由物体前方射到后方；

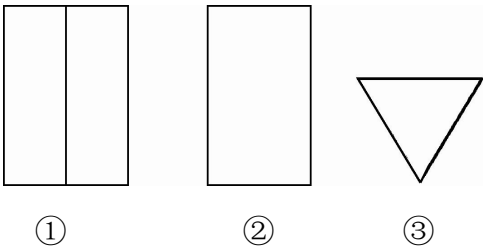
(2)投影线由物体左方射到右方；

(3)投影线由物体上方射到下方.

解：(1)如答图①所示；

(2)如答图②所示；

(3)如答图③所示.



第 8 题答图

9．画出如图 29－1－15 所示的物体满足下列条件的正投影.

(1)投影线由物体前方射到后方；

(2)投影线由物体左方射到右方；

(3)投影线由物体上方射到下方.

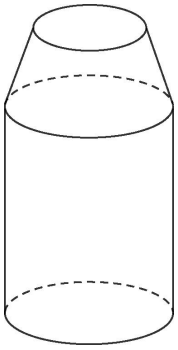
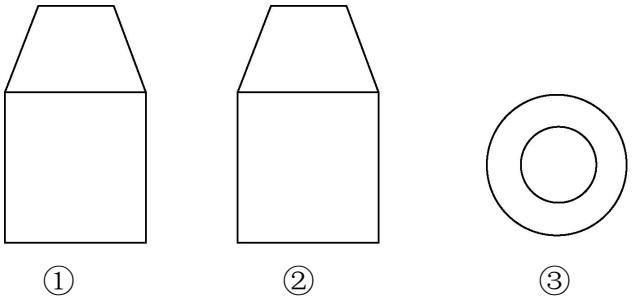


图 29－1－15

解：(1)如答图①所示；

(2)如答图②所示；

(3)如答图③所示.



第 9 题答图

10．如图 29－1－16，一个圆柱的轴截面平行于投影面，圆柱的正投影是边长为 4 的正方形．求圆柱的体积和表面积．

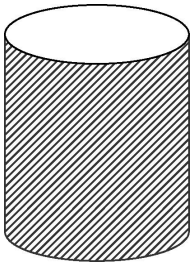


图 29－1－16

解：由已知得圆柱底面半径为 2，高为 4，故体积为$\pi\times2^2\times4=16\pi$，

表面积为 $2\times\pi\times2^2+4\pi\times4=24\pi$.

☑拓展冲刺练

11．[2018·舟山]如图 29－1－17①，滑动调节式遮阳伞的立柱 AC 垂直于地面 AB，P 为立柱上的滑动调节点，伞体的截面示意图为△PDE，F 为 PD 中点，$AC=2.8$ m，$PD=2$ m，$CF=1$ m，$\angle DPE=20°$.当点 P 位于初始位置 P_0 时，点 D 与 C 重合(图②)．根据生活经验，当太阳光线与 PE 垂直时，遮阳效果最佳．

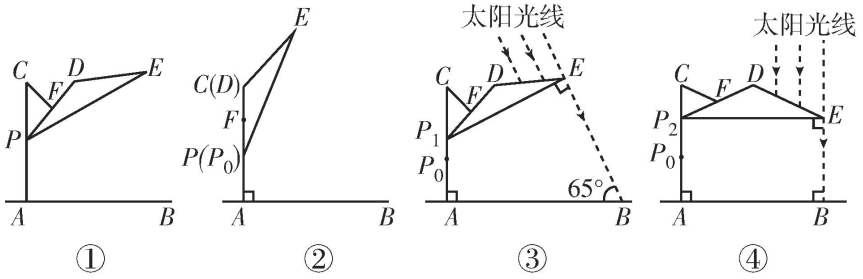


图 29－1－17

(1)上午 10：00 时，太阳光线与地面的夹角为 65°(图③)，为使遮阳效果最佳，点 P 需从 P_0 上调多少距离？(结果精确到 0.1 m)

(2)中午 12：00 时，太阳光线与地面垂直(图④)，为使遮阳效果最佳，点 P 在(1)的基础上还需上调多少距离？(结果精确到 0.1 m，参考数据：$\sin 70°\approx 0.94$，$\cos 70°\approx 0.34$，$\tan 70°\approx 2.75$，$\sqrt{2}\approx 1.41$，$\sqrt{3}\approx 1.73$)

解：(1)当点 P 位于初始位置 P_0 时，$CP_0=2$ m.

上午 10：00 时，太阳光线与地面的夹角 65°，上调的距离为 P_0P_1，$\angle P_1EB=90°$，$\angle CAB=90°$，

$\therefore \angle AP_1E=115°$，$\therefore \angle CP_1E=65°$，

$\because \angle DP_1E=20°$，$\therefore \angle CP_1F=45°$.

$\because CF=P_1F=1$ m，$\therefore \angle C=\angle CP_1F=45°$，

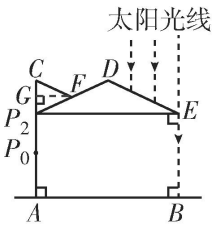
$\therefore \triangle CP_1F$ 为等腰直角三角形，$\therefore CP_1=\sqrt{2}$ m，

$\therefore P_0P_1=CP_0-CP_1=2-\sqrt{2}\approx 0.6$ m，

即为使遮阳效果最佳，点 P 需从 P_0 上调 0.6 m；

(2)中午 12：00 时，太阳光线与 PE，地面都垂直，点 P 上调至 P_2 处，$\therefore P_2E/\!/AB$.

$\because \angle CAB=90°$，$\therefore \angle CP_2E=90°$.



第 11 题答图

$\because \angle DP_2E=20°$，

$\therefore \angle CP_2F=\angle CP_2E-\angle DP_2E=70°$.

∵$CF=P_2F=1$ m，得△CP_2F为等腰三角形，

∴$\angle C=\angle CP_2F=70°$.

如答图，过点F作$FG\perp CP_2$于点G，

∴$GP_2=P_2F\cdot\cos 70°\approx 1\times 0.34=0.34$ m，

∴$CP_2=2GP_2=0.68$ m，

∴$P_1P_2=CP_1-CP_2=\sqrt{2}-0.68\approx 0.7$ m.

即点P在(1)的基础上还需上调0.7 m.