2019~2020学年9月深圳市龙岗区龙城高级中学高二上学期月考数学试卷

一、选择题

1 复数z满足$(1+\mathrm{i})\,z=2\mathrm{i}$（其中i为虚数单位），则$|z|=$（　）.

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. 1　　D. $\sqrt{2}$

2 已知$a<b<0$，则下列不等式一定成立的是（　）.

A. $a^2<ab$　　B. $|a|<|b|$　　C. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　D. $\left(\frac{1}{2}\right)^a<\left(\frac{1}{2}\right)^b$

3 已知集合$A=\{x\,|2x^2-5x-3\leqslant 0\}$，$B=\{x\in\mathbf{Z}\,|x\leqslant 2\}$，则集合$A\cap B$的真子集个数为（　）.

A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

4 从三件正品、一件次品中随机取出两件，则取出的产品全是正品的概率是（　）.

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{8}$　　D. $\frac{2}{3}$

5 平面直角坐标系中，O为坐标原点，已知两点$A(3,1)$，$B(-1,3)$，若点C满足$\overrightarrow{OC}=\lambda_1\overrightarrow{OA}+\lambda_2\overrightarrow{OB}$，其中$\lambda_1$，$\lambda_2\in\mathbf{R}$，且$\lambda_2=1-\lambda_1$，则点$C$的轨迹方程为（　）.

A. $x+2y-5=0$　　B. $(x-1)^2+(y-1)^2=5$

C. $2x-y=0$　　D. $3x+2y-11=0$

6 若x_1满足$x+2^{x-2}=3$，x_2满足$x+\log_2(x-2)=3$，则$x_2-x_1=$（　）.

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

7 函数$y=2\sin x$的定义域为$[a,b]$，值域为$[-2,1]$，则$b-a$的值不可能是（　）.

A. $\frac{5\pi}{6}$　　B. $\frac{7\pi}{6}$　　C. $\frac{5\pi}{3}$　　D. π

8 在△ABC中，如果$\sin A\sin B+\sin A\cos B+\cos A\sin B+\cos A\cos B=2$，则△$ABC$的形状是（　）．

A. 等腰三角形　　B. 直角三角形　　C. 等腰或直角三角形　　D. 等腰直角三角形

9 若直线$x-y+m=0$与曲线$x=\sqrt{1-y^2}$只有一个公共点，则实数m的取值范围是（　）．

A. $m=\pm\sqrt{2}$　　B. $m\geqslant\sqrt{2}$或$m\leqslant-\sqrt{2}$

C. $-\sqrt{2}<m<\sqrt{2}$　　D. $-1<m\leqslant1$或$m=-\sqrt{2}$

10 已知直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$\angle ABC=120°$，$AB=2$，$BC=CC_1=1$，则异面直线AB_1与BC_1所成角的余弦值为（　）．

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

二、填空题

11 设集合$A=\{3,m^2\}$，$B=\{1,3,2m-1\}$，且$A\subsetneq B$，则实数$m=$_____．

12 函数$y=\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}$在$(-2\pi,2\pi)$内的单调递增区间为_____．

13 已知点P，A，B，C在同一个球的球表面上，$PA\perp$平面ABC，$AB\perp AC$，$PA=\sqrt{5}$，$BC=\sqrt{3}$，则该球的表面积为_____．

14 函数$f(x)=4x^3+k\cdot\sqrt[3]{x}+1(k\in\mathbf{R})$，若$f(2)=8$，则$f(-2)$的值为_____．

15 已知向量$\vec{a}=(4,3)$，$\vec{b}=(-1,2)$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角的余弦值为_____，且$\lambda=$_____时，向量$\vec{a}-\lambda\vec{b}$与$2\vec{a}+\vec{b}$平行．

16 已知实数x，y满足$(x-2)^2+y^2=2$，则代数式$x^2+(y+2)^2$的最大值为_____，$\frac{y}{x}$的取值范围是_____．

三、解答题

17 已知向量$\vec{a}=(\sqrt{3}\sin x, m+\cos x)$，$\vec{b}=(\cos x, -m+\cos x)$，且$f(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}$．

（1）求函数$f(x)$的解析式．

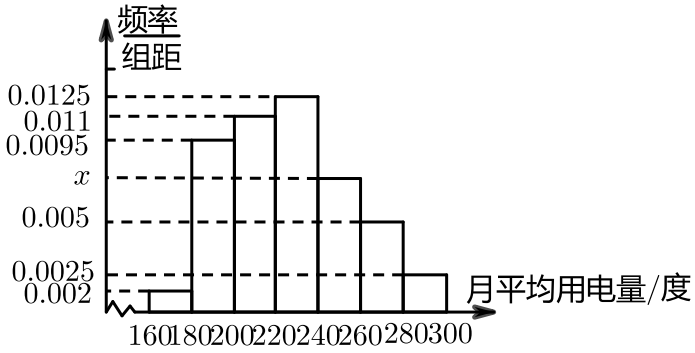
（2）若$x\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right]$，$f(x)$的最小值是$-4$，求此时函数$f(x)$的最大值，并求出相应的$x$的值．

18 已知圆$C:(x-3)^2+(y-4)^2=4$和直线$l:kx-y-4k+3=0$．

（1）求证：不论k取什么值，直线和圆总相交．

（2）求k取何值时，圆被直线截得的弦最短，并求最短弦的长．

19 某城市100户居民的月平均用电量（单位：度），以$[160,180)$，$[180,200)$，$[200,220)$，$[220,240)$，$[240,260)$，$[260,280)$，$[280,300)$分组的频率分布直方图如图．



（1）求直方图中x的值．

（2）求月平均用电量的众数和中位数．

（3）在月平均用电量为$[220,240)$，$[240,260)$，$[260,280)$，$[280,300)$的四组用户中，用分层抽样的方法抽取11户居民，则月平均用电量在$[220,240)$的用户中应抽取多少户？

20 如图1，在梯形$ABCD$中，$BC//AD, BC=1, AD=3, BE\perp AD$于$E$，$BE=AE=1$．将$\triangle ABE$沿$BE$折起至$\triangle A'BE$，使得平面$A'BE\perp$平面$BCDE$（如图2），$M$为线段$A'D$上一点．

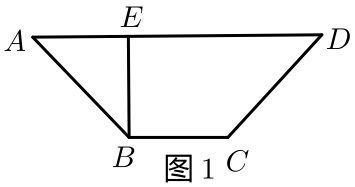


图1

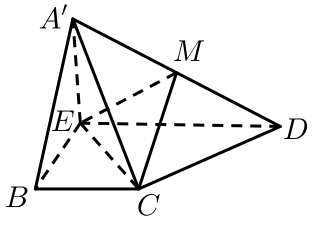


图2

（1）求证：$A'E \perp CD$．

（2）若M为线段$A'D$中点，求多面体$A'BCME$与多面体$MCDE$的体积之比．

（3）是否存在一点M，使得$A'B$//平面MCE?若存在，求$A'M$的长．若不存在，请说明理由．

21 已知函数$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1-ax}{x-1}$的图象关于原点对称，其中$a$为常数．

（1）求a的值．

（2）当$x\in(1,+\infty)$时，$f(x)+\log_{\frac{1}{2}}(x-1)<m$恒成立，求实数$m$的取值范围．

（3）若关于x的方程$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x+k)$在$[2,3]$上有解，求$k$的取值范围．