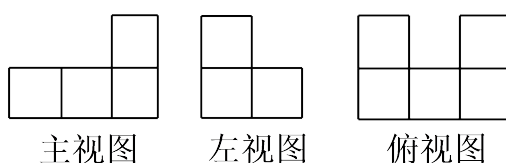


2017~2018年10月深圳南山外国语学校初中部初...

一、第I卷（选择题）

二、选择题（每小题3分，共36分）

1 如图是由棱长为1的正方体搭成的某几何体三视图，则图中棱长为1的正方体的个数是（ ）。



- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

答案 B

解析 由俯视图易得最底层有5个正方体，第二层有1个正方体，
那么共有 $5 + 1 = 6$ 个正方体组成。

标注 一几何图形初步

—几何图形

—三视图

—题型：三视图计数或计算

2 顺次连结矩形四边中点所得的四边形一定是（ ）。

- A. 菱形 B. 矩形 C. 正方形 D. 等腰梯形

答案 A

解析

连接 AC , BD ,

在 $\triangle ABD$ 中 ,

$$\because AH = HD, AE = EB,$$

$$\therefore EH = \frac{1}{2}BD,$$

$$\text{同理 } FG = \frac{1}{2}BD, HG = \frac{1}{2}AC,$$

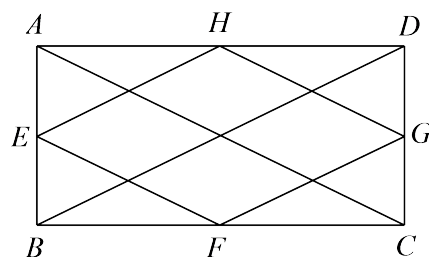
$$EF = \frac{1}{2}AC,$$

又 \because 在矩形 $ABCD$ 中 , $AC = BD$,

$$\therefore EH = HG = GF = FE,$$

\therefore 四边形 $EFGH$ 为菱形 ,

故选 : A .



标注

一 四边形

—— 特殊四边形

—— 菱形

—— 题型：菱形的判定-从四边形

3 下列命题不正确的是 () .

A. 0 是整式

B. $x = 0$ 是一元一次方程

C. $(x+1)(x-1) = x^2 + x$ 是一元二次方程

D. $\sqrt{4}$ 是二次方根

程

答案

C

解析

A、0 是单独的一个数，是整式，故本选项正确；

B、 $x = 0$ 是一元一次方程，故本选项正确；

C、 $(x+1)(x-1) = x^2 + x$ ，即 $x^2 - 1 = x^2 + x$ ， $x = -1$ ，是一元一次方程，故本选项错误；

D、 $\sqrt{4}$ 是二次根；故本选项正确；

标注

一 方程与不等式

一元二次方程
一元二次方程的基础
题型：判断一元二次方程

4 解一元二次方程 $x^2 - 8x - 5 = 0$ ，用配方法可变形为（ ）。

- A. $(x + 4)^2 = 11$ B. $(x - 4)^2 = 11$ C. $(x + 4)^2 = 21$ D. $(x - 4)^2 = 21$

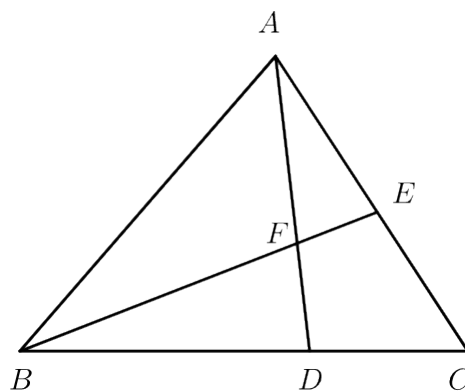
答案 D

解析 $x^2 - 8x - 5 = (x - 4)^2 - 16 - 5 = (x - 4)^2 - 21 = 0$ ，
即 $(x - 4)^2 = 21$ 。

标注 一方程与不等式

一元二次方程
解一元二次方程
题型：配方法

5 如图，已知 D 是 $\triangle ABC$ 中的边 BC 上的一点， $\angle BAD = \angle C$ ， $\angle ABC$ 的平分线交边 AC 于 E ，交 AD 于 F ，那么下列结论中错误的是（ ）。



- A. $\triangle BDF \sim \triangle BEC$
C. $\triangle BAC \sim \triangle BDA$

- B. $\triangle BFA \sim \triangle BEC$
D. $\triangle BDF \sim \triangle BAE$

答案 A

解析

$\because \angle BAD = \angle C$,
 $\angle B = \angle B$,
 $\therefore \triangle BAC \sim \triangle BDA$, 故C正确 .
 $\because BE$ 平分 $\angle ABC$,
 $\therefore \angle ABE = \angle CBE$,
 $\therefore \triangle BFA \sim \triangle BEC$, 故B正确 .
 $\therefore \angle BFA = \angle BEC$,
 $\therefore \angle BFD = \angle BEA$,
 $\therefore \triangle BDF \sim \triangle BAE$. 故D正确 .
 而不能证明 $\triangle BDF \sim \triangle BEC$, 故A错误 .
 故选A .

标注

一三角形
 | 相似三角形
 | 相似三角形基础
 | 题型：相似三角形的性质与判定综合

6 若关于 x 的方程 $x^2 - 2\sqrt{3}x - k = 0$ 有两个相等的实数根，则 k 的值为 () .

A. -1

B. 0

C. -3

D. $-\frac{3}{2}$

答案

C

解析

\because 一元二次方程有两个相等的实数根 ,
 $\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-2\sqrt{3})^2 - 4 \times 1 \times (-k) = 0$,
 解得 $k = -3$.

标注

一方程与不等式
 | 一元二次方程
 | 根的判别式
 | 题型：由一元二次方程根的情况确定参数

- 7 某校学生小明每天骑自行车上学时都要经过一个十字路口，该十字路口有红、黄、绿三色交通信号灯，他在路口遇到红灯的概率为 $\frac{1}{3}$ ，遇到黄灯的概率为 $\frac{1}{9}$ ，那么他遇到绿灯的概率为（ ）。

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{5}{9}$

答案 D

解析 \because 经过一个十字路口，共有红、黄、绿三色交通信号灯，

\therefore 在路口遇到红灯、黄灯、绿灯的概率之和是1，

\therefore 在路口遇到红灯的概率为 $\frac{1}{3}$ ，遇到黄灯的概率为 $\frac{1}{9}$ ，

\therefore 遇到绿灯的概率为 $1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$ 。

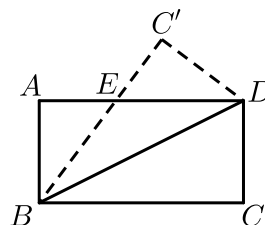
标注 一统计与概率

概率

题型：概率计算公式

- 8 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $BC = 6$ ， $CD = 3$ ，将 $\triangle BCD$ 沿对角线 BD 翻折，点 C 落在点 C' 处， BC' 交 AD 于点 E ，则线段 DE 的长为（ ）。

A. 3 B. $\frac{15}{4}$ C. 5 D. $\frac{15}{2}$



答案 B

解析 根据题意易证 $BE = DE$ ，

设 $ED = x$ ，则 $AE = 6 - x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中，根据勾股定理得 $x^2 = 3^2 + (6 - x)^2$ ，

解方程得 $x = \frac{15}{4}$ ，

即 $ED = \frac{15}{4}$ 。

标注 一几何变换

— 对称

— 对称问题

— 题型：翻折问题与勾股定理

9 为执行“均衡教育”政策，某县2014年投入教育经费2500万元，预计到2016年底三年累计投入1.2亿元．若每年投入教育经费的年平均增长百分率为 x ，则下列方程正确的是（ ）．

- A. $2500(1+x)^2 = 1.2$
- B. $2500(1+x)^2 = 12000$
- C. $2500 + 2500(1+x) + 2500(1+x)^2 = 1.2$
- D. $2500 + 2500(1+x) + 2500(1+x)^2 = 12000$

答案 D

解析 依题意得2015年投入 $2500(1+x)$ ，2016年投入 $2500(1+x)^2$ ，
 $\therefore 2500 + 2500(1+x) + 2500(1+x)^2 = 12000$ ．

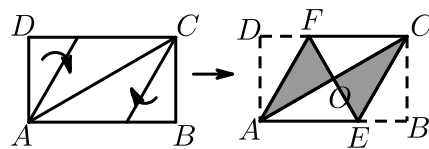
标注 一方程与不等式

— 一元二次方程

— 一元二次方程与实际问题的

— 题型：增长率问题

10 将矩形纸片 $ABCD$ 按如图所示的方式折叠，恰好得到菱形 $AECF$ ．若 $AB = 3$ ，则菱形 $AECF$ 的面积为（ ）．



- A. 1
- B. $2\sqrt{2}$
- C. $2\sqrt{3}$
- D. 4

答案 C

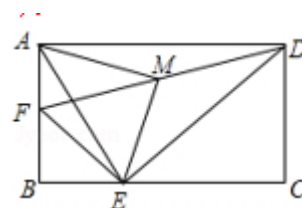
解析

$\because AECF$ 为菱形，
 $\therefore \angle FCO = \angle ECO$ ，
 由折叠的性质可知，
 $\angle ECO = \angle BCE$ ，
 又 $\angle FCO + \angle ECO + \angle BCE = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle FCO = \angle ECO = \angle BCE = 30^\circ$ ，
 在 $\text{Rt}\triangle EBC$ 中， $EC = 2EB$ ，又 $EC = AE$ ，
 $AB = AE + EB = 3$ ，
 $\therefore EB = 1$ ， $EC = 2$ ，
 $\therefore BC = \sqrt{3}$ ，
 \therefore 菱形面积为 $2\sqrt{3}$ 。

标注

一 四边形
 | 特殊四边形
 | 菱形
 | 题型：菱形的性质

- 11 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $AD = 6$ ，点 F 是 AB 的中点， E 为 BC 边上一点，且 $EF \perp ED$ ，连结 DF ， M 为 DF 的中点，连结 MA ， ME 。若 $AM \perp ME$ ，则 AE 的长为 ()。



A. 5

B. $2\sqrt{5}$

C. $2\sqrt{10}$

D. $4\sqrt{2}$

答案

B

解析

设 $BE = x$ ，则 $EC = 6 - x$ ，
 $\because EF \perp ED$ ，
 $\therefore \angle FED = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle FEB + \angle DEC = 90^\circ,$$

$$\because \angle DEC + \angle EDC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FEB = \angle EDC,$$

$$\because \angle B = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle EBF \sim \triangle DCE,$$

$$\therefore \frac{BF}{EC} = \frac{BE}{DC},$$

$$\therefore \frac{2}{6-x} = \frac{x}{4},$$

解得 $x = 2$ 或 4 (舍弃),

$$\text{当 } x = 2 \text{ 时, } EF = 2\sqrt{2}, DE = 4\sqrt{2}, DF = \sqrt{EF^2 + DE^2} = 2\sqrt{10},$$

$$\therefore AM = EM = \sqrt{10},$$

$$\because AM \perp ME,$$

$$\therefore \angle AME = 90^\circ,$$

$$\therefore AE = \sqrt{AM^2 + ME^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5},$$

故选B.

标注

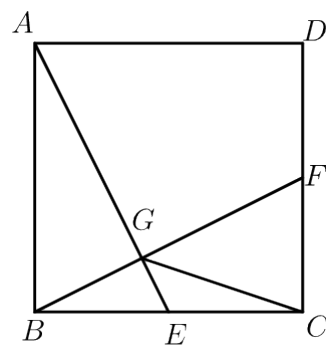
一三角形

相似三角形

相似三角形基础

题型：相似三角形的性质与判定综合

- 12 如图, 已知正方形 $ABCD$ 的边长为2, E 是边 BC 上的动点, $BF \perp AE$ 交 CD 于点 F , 垂足为点 G , 连接 CG , 下列说法: ① $AG > GE$. ② $AE = BF$. ③ 点 G 运动的路径长为 π . ④ CG 的最小值 $\sqrt{5} - 1$. 其中正确的说法有 () 个.



A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

答案 C

解析

\because 在正方形 $ABCD$ 中, $BF \perp AE$,

$\therefore \angle AGB$ 保持 90° 不变,

$\therefore G$ 点的轨迹是以 AB 中点 O 为圆心, AO 为半径的圆弧,

\therefore 当 E 移动到与 C 重合时, F 点和 D 点重合, 此时 G 点为 AC 中点,

$\therefore AG = GE$, 故①错误.

$\because BF \perp AE$,

$\therefore \angle AEB + \angle CBF = 90^\circ$,

$\because \angle AEB + \angle BAE = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAE = \angle CBF$,

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle BCF$ 中,

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle CBF \\ \angle ABE = \angle BCF = 90^\circ \\ AB = BC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle BCF$ (AAS),

\therefore 故②正确.

\because 当 E 点运动到 C 点时停止,

\therefore 点 G 运动的轨迹为 $\frac{1}{4}$ 圆,

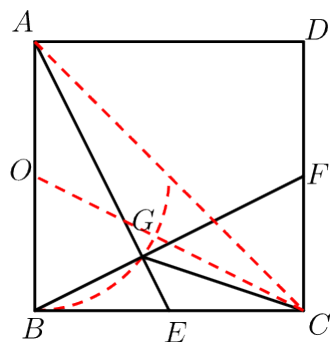
圆弧的长 $= \frac{1}{4} \pi \times 2 = \frac{1}{2} \pi$, 故③错误.

由于 OC 和 OG 的长度是一定的, 因此当 O 、 G 、 C 在同一条直线上时, CG 取最小值,

$$OC = \sqrt{OB^2 + BC^2} = \sqrt{5},$$

CG 的最小值为 $OC - OG = \sqrt{5} - 1$, 故④正确.

综上所述, 正确的结论有②④.



标注

— 四边形

— 特殊四边形

— 正方形

— 题型：正方形的性质

三、第II卷（非选择题）

四、填空题（本大题共4小题，每题3分，共12分）

13 已知 $x = 0$ 是方程 $x^2 - 5x + 2m - 1 = 0$ 的解，则 m 的值是 _____。

答案 $\frac{1}{2}$

解析 将 $x = 0$ 代入 $x^2 - 5x + 2m - 1 = 0$ 中得， $2m - 1 = 0$ ， $\therefore m = \frac{1}{2}$ 。

标注

— 方程与不等式

— 一元一次方程

— 含参一元一次方程

14 若 $\frac{x}{y} = \frac{4}{5}$ ，则 $\frac{2x - y}{x + y}$ 的值为 _____。

答案 $\frac{1}{3}$

解析

由 $\frac{x}{y} = \frac{4}{5}$ ，得 $x = \frac{4}{5}y$ 。

则 $\frac{2x - y}{x + y} = \frac{2 \times \frac{4}{5}y - y}{\frac{4}{5}y + y} = \frac{\frac{3}{5}y}{\frac{9}{5}y} = \frac{1}{3}$ ，

故答案为： $\frac{1}{3}$ 。

标注

一式

分式

分式化简求值

题型：分式条件化简求值

- 15 在一个不透明的口袋中装有5个红球和3个白球，他们除颜色外其他完全相同，任意摸出一个球是白球的概率为 _____。

答案

$\frac{3}{8}$

解析

任意摸出一个球是白球的概率为摸出一个球是白球的概率为 $\frac{3}{5+3} = \frac{3}{8}$ 。

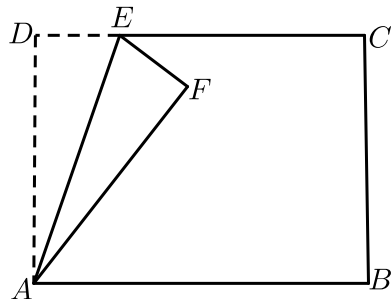
标注

统计与概率

概率

题型：概率计算公式

- 16 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AD = 5$ ， $AB = 8$ ，点 E 为射线 DC 上一个动点，把 $\triangle ADE$ 沿直线 AE 折叠，当点 D 的对应点 F 刚好落在线段 AB 的垂直平分线上时，则 DE 的长为 _____。

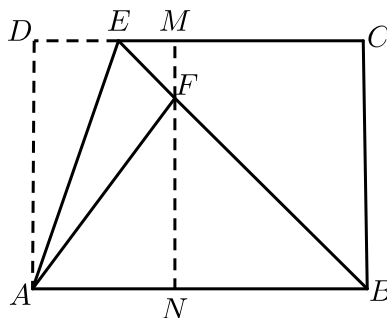


答案

$\frac{5}{2}$ 或 10

解析 分两种情况讨论：①当点 F 在矩形内部时，

如下左图，连接 FB ，



\because 点 F 在 AB 的垂直平分线上，

$$\therefore AN = 4,$$

$\because AF = 5$ ，由勾股定理得 $FN = 3$ ，

$$\therefore FM = 2,$$

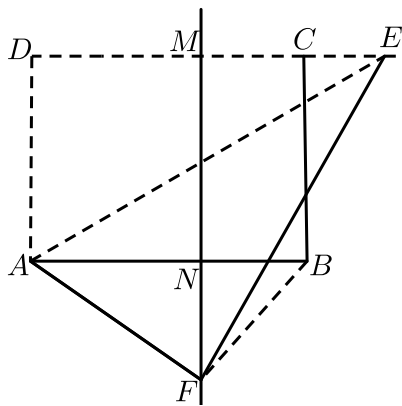
设 DE 为 y ，

$$\therefore EM = 4 - y, FE = y,$$

在 $\triangle EMF$ 中，由勾股定理得： $y^2 = (4 - y)^2 + 2^2$ ，

$$\therefore y = \frac{5}{2}, \text{即} DE \text{的长为} \frac{5}{2};$$

②当点 F 在矩形外部时，如下右图，



连接 FB ，同①的方法可得 $FN = 3$ ，

$$\therefore FM = 8,$$

设 DE 为 z ，

$$\therefore EM = z - 4, FE = z,$$

在 $\triangle EMF$ 中，由勾股定理得： $z^2 = (z - 4)^2 + 8^2$ ，

$$\therefore z = 10, \text{即} DE \text{的长为} 10.$$

综上所述，点 F 刚好落在线段 AB 的垂直平分线上时， DE 的长为 $\frac{5}{2}$ 或 10 。

标注

一几何变换

—对称

—对称问题

—题型：翻折问题与勾股定理

五、解答题（共7题，共52分）

17 计算： $(-1)^2 + \sqrt{4} - \sqrt[3]{-8} - |-5|$ 。

答案

0。

解析

原式 $= 1 + 2 - (-2) - 5 = 0$ 。

标注

一数

—实数

—实数运算

—题型：实数基础运算

18 用适当的方法解方程： $x^2 = 2x + 35$ 。

答案

$x_1 = 7, x_2 = -5$ 。

解析

$x^2 - 2x - 35 = 0$,

$(x - 7)(x + 5) = 0$,

$x_1 = 7, x_2 = -5$ 。

标注

一方程与不等式

—一元二次方程

—解一元二次方程

题型：配方法

19 先化简，再求值： $\left(\frac{x^2+4}{x^2-4}-\frac{2}{x-2}\right)\div\frac{x}{2}$ ，其中 $x=\sqrt{2}-2$ 。

答案 $\sqrt{2}$ 。

解析 原式 $=\left(\frac{x^2+4}{x^2-4}-\frac{2x+4}{x^2-4}\right)\times\frac{2}{x}=\frac{x(x-2)}{x^2-4}\times\frac{2}{x}=\frac{2}{x+2}$ ，
把 $x=\sqrt{2}-2$ 代入，原式 $=\frac{2}{\sqrt{2}-2+2}=\sqrt{2}$ 。

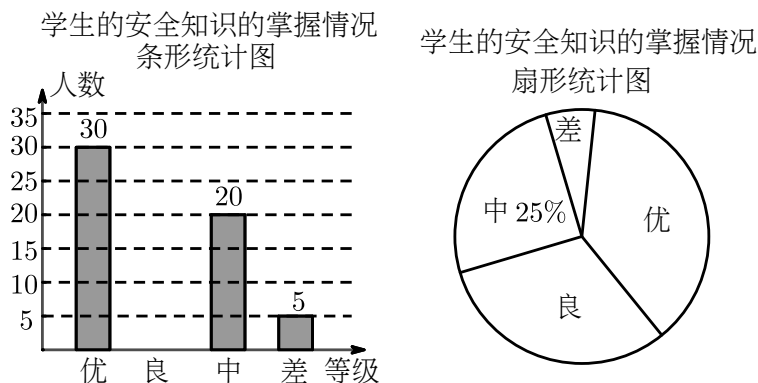
标注 一式

分式

分式化简求值

题型：直接代入数值求值

20 某中学采用随机的方式对学生掌握安全知识的情况进行测评，并按成绩高低分成优、良、中、差四个等级进行统计，绘制了下面两幅尚不完整的统计图。请根据有关信息解答：



- (1) 接受测评的学生共有 _____ 人，扇形统计图中“优”部分所对应扇形的圆心角为 _____ °，并补全条形统计图。
- (2) 若该校共有学生1200人，请估计该校对安全知识达到“良”程度的人数。
- (3) 测评成绩前五名的学生恰好3个女生和2个男生，现从中随机抽取2人参加市安全知识竞赛，请用树状图或列表法求出抽到1个男生和1个女生的概率。

答案 (1) (1) 80 (2) 135

(2) 825人 .

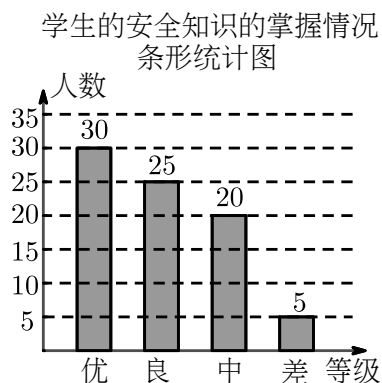
(3) 抽到1个男生和1个女生的概率为 $\frac{3}{5}$.

解析

(1) 接受测评的学生数为 $20 \div 25\% = 80$ (人) ,

“优”部分所对应扇形的圆心角为 : $\frac{30}{80} \times 360^\circ = 135^\circ$;

达到“良”程度的人数为 : $80 - 30 - 20 - 5 = 25$ (人) , 条形统计图如图所示 :



故答案为 : 80 , 135 .

(2) 该校对安全知识达到“良”程度的人数 : $1200 \times \frac{30 + 25}{80} = 825$ (人) .

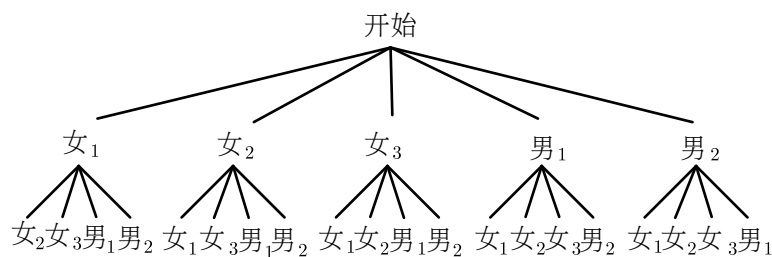
(3) 方法一 : 列表如下 :

	女 ₁	女 ₂	女 ₃	男 ₁	男 ₂
女 ₁	— — —	女 ₂ 女 ₁	女 ₃ 女 ₁	男 ₁ 女 ₁	男 ₂ 女 ₁
女 ₂	女 ₁ 女 ₂	— — —	女 ₃ 女 ₂	男 ₁ 女 ₂	男 ₂ 女 ₂
女 ₃	女 ₁ 女 ₃	女 ₂ 女 ₃	— — —	男 ₁ 女 ₃	男 ₂ 女 ₃
男 ₁	女 ₁ 男 ₁	女 ₂ 男 ₁	女 ₃ 男 ₁	— — —	男 ₂ 男 ₁
男 ₂	女 ₁ 男 ₂	女 ₂ 男 ₂	女 ₃ 男 ₂	男 ₁ 男 ₂	— — —

所有等可能的结果为20种 , 其中抽到一男一女的为12种 ,

所以 $P(\text{抽到1男1女}) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.

方法二 : 画树状图如下 :



所有等可能的结果为20种，其中抽到一男一女的为12种，

$$\text{所以 } P(\text{抽到1男1女}) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}.$$

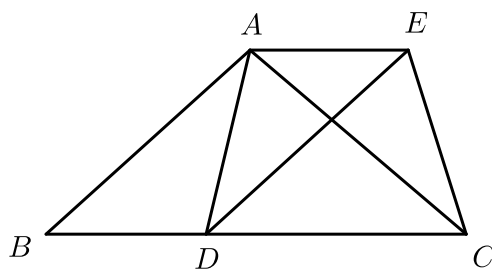
标注

—统计与概率

—数据的收集、整理与描述

—题型：统计图综合

- 21 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， D 为边 BC 上一点，以 AB 、 BD 为邻边作平行四边形 $ABDE$ ，连接 AD 、 EC 。



- (1) 求证： $\triangle ADC \cong \triangle ECD$ 。
 (2) 当点 D 在什么位置时，四边形 $ADCE$ 是矩形，请说明理由。

答案

- (1) 证明见解析。
 (2) 点 D 为 BC 中点时，四边形 $ADCE$ 是矩形。

解析

- (1) \because 四边形 $ABDE$ 是平行四边形，

$$\therefore AB \parallel DE, AB = DE; \therefore$$

$$\angle B = \angle EDC;$$

$$\text{又} \because AB = AC,$$

$$\therefore AC = DE, \angle B = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle ACD;$$

\therefore 在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle ECD$ 中,

$$\begin{cases} AC = ED \\ \angle ACD = \angle EDC, \\ DC = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle ECD (SAS)$.

(2) 若点 D 为 BC 中点, 则 $\angle ADC = 90^\circ$.

\therefore 四边形 $ABDE$ 是平行四边形,

$\therefore BD \parallel AE, BD = AE,$

$\therefore AE \parallel CD;$

又 $\therefore BD = CD,$

$\therefore AE = CD,$

\therefore 四边形 $ADCE$ 是平行四边形;

在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC, BD = CD,$

$\therefore AD \perp BC,$

$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$

\therefore 平行四边形 $ADCE$ 是矩形.

标注

一三角形

全等三角形

全等形判定

题型: SAS

22 某童装专卖店在销售中发现, 一款童装每件进价为80元, 销售价为120元时, 每天可售出20件, 为了迎接“十一”国庆节, 商店决定采取适当的降价措施, 以扩大销售量, 增加利润, 经市场调查发现, 如果每件童装降价1元, 那么平均可多售出2件.

(1) 设每件童装降价 x 元时, 每天可销售 _____ 件, 每件盈利 _____ 元. (用 x 的代数式表示)

(2) 每件童装降价多少元时, 平均每天赢利1200元.

(3) 要想平均每天赢利2000元, 可能吗? 请说明理由.

- 答案**
- (1) (1) $(20 + 2x)(2)(40 - x)$
 (2) 20元或10元.
 (3) 不可能,理由见解析.

- 解析**
- (1) 根据题意得:每天可销售 $(20 + 2x)$;每件盈利 $(40 - x)$.
 (2) 根据题意得: $(40 - x)(20 + 2x) = 1200$.
 解得: $x_1 = 20, x_2 = 10$.
 答:每件童装降价20元或10元时,平均每天赢利1200元.
 (3) $(40 - x)(20 + 2x) = 2000$,
 整理得: $x^2 - 30x + 600 = 0$,
 $\Delta = 6^2 - 4ac = (-30)^2 - 4 \times 1 \times 600$
 $= 900 - 2400 < 0$,
 \therefore 方程无解.
 答:不可能做到平均每天赢利2000元.

- 标注** 一方程与不等式
- ├ 一元二次方程
 - ├ 一元二次方程与实际问题
 - └ 题型:一元二次方程利润问题

23 回答下列问题:

- (1) 如图1,锐角 $\triangle ABC$ 中,分别以 AB 、 AC 为边向外作等边 $\triangle ABE$ 和等边 $\triangle ACD$,连接 BD 、 CE ,试猜想 BD 与 CE 的大小关系,并说明理由.

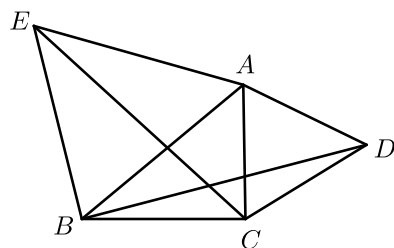


图 1

- (2) 如图2, $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 45^\circ$, $AB = 5\text{cm}$, $BC = 3\text{cm}$,分别以 AB 、 AC 为边向外作正方形 $ABNE$ 和正方形 $ACMD$,连接 BD ,求 BD 的长.

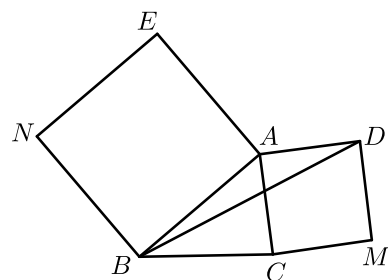


图 2

(3) 如图3, 在(2)的条件下, 以AC为直角边在线段AC的左侧作等腰直角 $\triangle ACD$, 求BD的长.

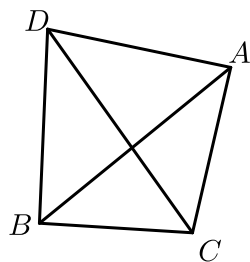


图 3

答案

(1) $EC = BD$.

(2) $BD = \sqrt{59}$.

(3) $DB = 5\sqrt{2} - 3$.

解析

(1) $\because \angle EAB = \angle CAD = 60^\circ$,

$\therefore \angle EAC = \angle BAD$,

又 $EA = AB$, $AC = AD$,

$\therefore \triangle EAC \cong \triangle BAD$ (SAS),

$\therefore EC = BD$.

(2) 连接EB,

同(1)易证 $BD = EC$,

$\because EB$ 是正方形对角线,

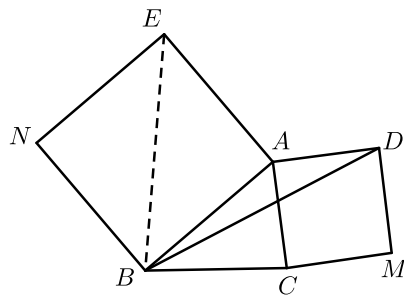
$\therefore \angle EBA = 45^\circ$, $EB = 5\sqrt{2}$,

$\because \angle ABC = 45^\circ$,

$\therefore \angle EBC = 90^\circ$,

又 $BC = 3$,

$\therefore EC = \sqrt{(5\sqrt{2})^2 + 3^2} = \sqrt{59}$,



$$\therefore BD = \sqrt{59}.$$

(3) 过A作 $AE \perp AB$ 交BC延长线于点E,

$$\because \angle ABC = 45^\circ,$$

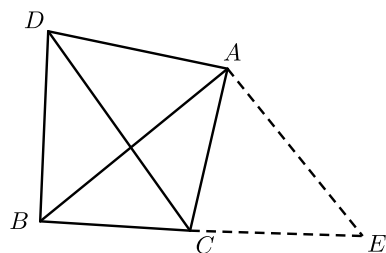
$$\therefore \angle E = 45^\circ,$$

$$\because AB = 5, BC = 3,$$

$$\therefore CE = 5\sqrt{2} - 3,$$

同理可证： $\triangle DAB \cong \triangle CAE$ (SAS),

$$\therefore DB = CE = 5\sqrt{2} - 3.$$



标注

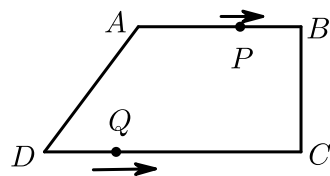
—三角形

—全等三角形

—全等形判定

—题型：SAS

- 24 在四边形ABCD中， $AB \parallel CD$ ， $\angle BCD = 90^\circ$ ， $AB = AD = 10\text{cm}$ ， $BC = 8\text{cm}$ ，点P从点A出发，沿折线ABCD方向以 3cm/s 的速度匀速运动；点Q从点D出发，沿线段DC方向以 2cm/s 的速度匀速运动．已知两点同时出发，当一个点到达终点时，另一点也停止运动，设运动时间为 t (s)．



- (1) 求CD的长．
- (2) 当四边形PBQD为平行四边形时，求四边形PBQD的周长．
- (3) 在点P、Q的运动过程中，是否存在某一时刻，使得 $\triangle BPQ$ 的面积为 20cm^2 ？若存在，请求出所有满足条件的 t 的值；若不存在，请说明理由．

答案

(1) 16cm ．

(2) 四边形PBQD的周长是 $(8 + 8\sqrt{13})\text{cm}$ ．

(3) 当 $t = \frac{5}{3}$ 或 $\frac{39}{5}$ 时， $\triangle BPQ$ 的面积为 20cm^2 ．

解析

(1) 如图1,

过A作 $AM \perp DC$ 于M,

\because 在四边形ABCD中, $AB \parallel CD$,

$\angle BCD = 90^\circ$,

$\therefore AM \parallel BC$,

\therefore 四边形AMCB是矩形,

$\because AB = AD = 10\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$,

$\therefore AM = BC = 8\text{cm}$, $CM = AB = 10\text{cm}$,

在 $\text{Rt}\triangle AMD$ 中, 由勾股定理得: $DM = 6\text{cm}$,

$CD = DM + CM = 10\text{cm} + 6\text{cm} = 16\text{cm}$.

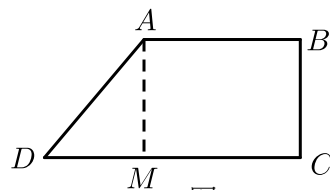


图 1

(2) 如图2,

当四边形PBQD是平行四边形时, $PB = DQ$,

即 $10 - 3t = 2t$,

解得 $t = 2$,

此时 $DQ = 4$, $CQ = 12$,

$BQ = \sqrt{BC^2 + CQ^2} = 4\sqrt{13}$,

所以 $C_{\text{四边形}PBQD} = 2(BQ + DQ) = 8 + 8\sqrt{13}$;

即四边形PBQD的周长是 $(8 + 8\sqrt{13})\text{cm}$.

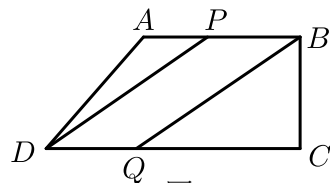


图 2

(3) 当P在AB上时, 如图3,

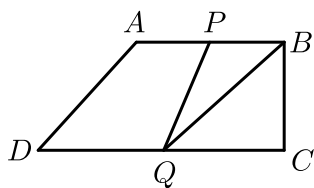


图 3

即 $0 \leq t \leq \frac{10}{3}$, $S_{\triangle BPQ} = \frac{1}{2}BP \times BC = 4(10 - 3t) = 20$,

解得 $t = \frac{5}{3}$;

当P在BC上时, 如图4, 即 $\frac{10}{3} < t \leq 6$,

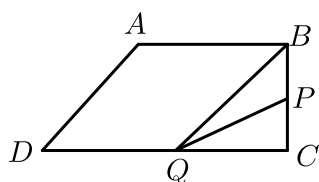


图 4

$$S_{\triangle BPQ} = \frac{1}{2} BP \times CQ = \frac{1}{2} (3t - 10)(16 - 2t) = 20,$$

此方程没有实数解；

当 P 在 CD 上时：

若点 P 在点 Q 的左侧，如图 5，即 $6 < t \leq \frac{34}{5}$ ，

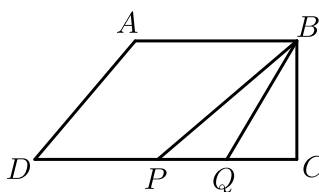


图 5

$$S_{\triangle BPQ} = \frac{1}{2} PQ \times BC = \frac{1}{2} (3t + 2t - 10 - 8 - 16) \times 8 = 20,$$

$$\text{解得 } t = \frac{39}{5}.$$

综上，当 $t = \frac{5}{3}$ 或 $\frac{39}{5}$ 时， $\triangle BPQ$ 的面积为 20cm^2 。

标注

—函数

—二次函数

—二次函数与几何综合

└ 题型：二次函数与面积