

2019~2020学年深圳宝安区高一上学期期末数学试卷

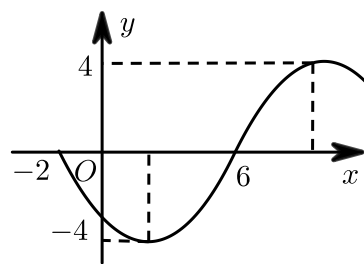
一、单项选择题

- 1 已知集合 $A = \{x|y = \sqrt{x^2 - 2x}\}$, $B = \{y|y = x^2 + 1\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.
 A. $[1, +\infty)$ B. $[2, +\infty)$ C. $(-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$ D. $[0, +\infty)$

- 2 若函数 $f(x) = (x^2 + x - 2)(x^2 + ax + b)$ 是偶函数, 则 $f(x)$ 的最小值为 (\quad) .
 A. $\frac{9}{4}$ B. $\frac{11}{4}$ C. $-\frac{9}{4}$ D. $-\frac{11}{4}$

- 3 已知 $\tan \theta = 4$, 则 $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{17 \sin \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{4}$ 的值为 (\quad) .
 A. $\frac{68}{14}$ B. $\frac{68}{21}$ C. $\frac{14}{68}$ D. $\frac{21}{68}$

- 4 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| \leq \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则函数的一个表达式为 (\quad) .



- A. $y = -4 \sin\left(\frac{\pi}{8}x + \frac{\pi}{4}\right)$ B. $y = 4 \sin\left(\frac{\pi}{8}x - \frac{\pi}{4}\right)$
 C. $y = -4 \sin\left(\frac{\pi}{8}x - \frac{\pi}{4}\right)$ D. $y = 4 \sin\left(\frac{\pi}{8}x + \frac{\pi}{4}\right)$

- 5 已知点 O, A, B 不在同一条直线上, 点 P 为该平面内一点, 且 $2\overrightarrow{OP} = 2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BA}$, 则 (\quad) .
 A. 点 P 在线段 AB 上 B. 点 P 不在直线 AB 上
 C. 点 P 在线段 AB 的延长线上 D. 点 P 在线段 AB 的反向延长线上

6

当 $0 < x \leq \frac{1}{2}$ 时, $4^x < \log_a x$, 则 a 的取值范围是 ().

- A. $(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$ B. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$ C. $(1, \sqrt{2})$ D. $(\sqrt{2}, 2)$

7 函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$ ($|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后关于 y 轴对称, 则函数 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最小值为 ().

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

8 已知角 α 的终边过点 $P(-8m, -6\sin 30^\circ)$, 且 $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$, 则 m 的值为 ().

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9 已知向量 \mathbf{i} 与 \mathbf{j} 不共线, 且 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{i} + m\mathbf{j}$, $\overrightarrow{AD} = n\mathbf{i} + \mathbf{j}$, 若 A, B, D 三点共线, 则实数 m, n 满足的条件是 ().

- A. $m + n = 1$ B. $m + n = -1$ C. $mn = 1$ D. $mn = -1$

10 函数 $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x \leq 1 \\ \lg x, & x > 1 \end{cases}$, 函数 $g(x) = 3^{-x}$, 则函数 $h(x) = f(x) - g(x)$ 的零点个数 ().

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 0

二、多项选择题

11 下列函数中, 在区间 $(0, 1)$ 是单调增函数有 ().

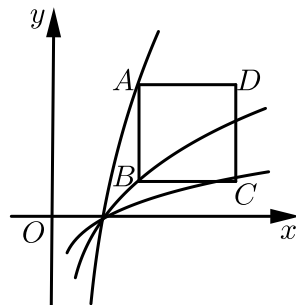
- A. $y = 2^{1-x}$ B. $y = x^{\frac{1}{2}}$ C. $y = \ln(x+1)$ D. $y = |1-x|$

12 对于函数 $f(x) = \lg\left(\frac{1}{|x-2|} + 1\right)$, 下列说法正确的有 ().

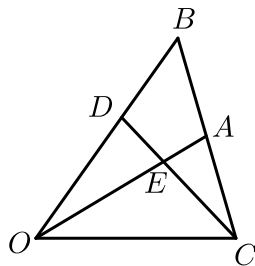
- A. $f(x+2)$ 是偶函数
B. $f(x+2)$ 是奇函数
C. $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 2)$ 上是减函数, 在区间 $(2, +\infty)$ 上是增函数
D. $f(x)$ 没有最小值

三、填空题

- 13 如图，已知正方形 $ABCD$ 的边长为2， BC 平行于 x 轴，顶点 A ， B 和 C 分别在函数 $y_1 = 3\log_a x$ ， $y_2 = 2\log_a x$ 和 $y_3 = \log_a x$ ($a > 1$)的图象上，则实数 a 的值为 _____ .



- 14 如图所示，已知 $\triangle AOB$ ，点 C 是点 B 关于点 A 的对称点， $\overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{DB}$ ， DC 和 OA 交于点 E ，若 $\overrightarrow{OE} = \lambda\overrightarrow{OA}$ ，则实数 λ 的值为 _____ .



- 15 已知函数 $f(x) = \log_2 x + x - k$ ，($k \in \mathbf{Z}$)在区间 $(2, 3)$ 上有零点，则 $k =$ _____ .

- 16 已知函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} [x^2 - (2a-1)x + 5]$ ($a \in \mathbf{R}$)，若 $a = 1$ 则函数 $f(x)$ 的定义域为 _____ . 若关于 x 的方程 $f(x) = \log_2 \frac{1}{x+3}$ 在 $(1, 3)$ 内有唯一解，则 a 的取值范围是 _____ .

四、解答题

- 17 已知函数 $f(x) = \frac{1}{a} - \frac{1}{x}$ ($a > 0, x > 0$) .

(1) 求证： $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是单调递增函数 .

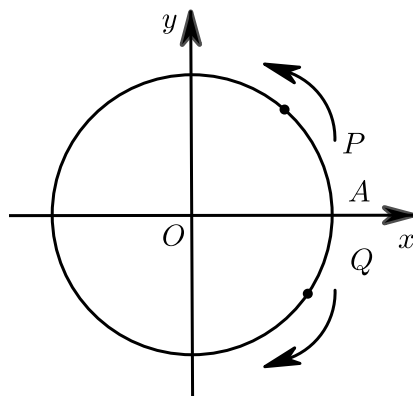
(2) 若 $f(x)$ 在 $[\frac{1}{2}, 2]$ 上的值域是 $[\frac{1}{2}, 2]$ ，求实数 a 的值 .

18 已知函数 $f(x) = \sqrt{\log_2(x-1)}$ 的定义域为集合 A ，函数 $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ($-1 \leq x \leq 0$) 的值域为集合 B 。

(1) 求 $A \cap B$ 。

(2) 若集合 $C = \{a, 2a-1\}$ ，且 $C \cup B = B$ ，求实数 a 的取值范围。

19 如图所示，动点 P, Q 从点 $A(4, 0)$ 出发沿圆周运动，点 P 按逆时针方向每秒钟转 $\frac{\pi}{3}$ 弧度，点 Q 按顺时针方向每秒钟转 $\frac{\pi}{6}$ 弧度。



(1) 求点 P, Q 第一次相遇时所用的时间。

(2) 求相遇点的坐标及 P, Q 点各自走过的弧长。

20 设函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的定义域是 $\{x | x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x \neq \pm 1\}$ ， $f(x)$ 是偶函数， $g(x)$ 是奇函数，且

$$f(x) + g(x) = \frac{1}{x-1}.$$

(1) $f(x)$ 和 $g(x)$ 的解析式。

(2) 求 $g\left(\frac{1}{4}\right) + g\left(\frac{1}{3}\right) + g\left(\frac{1}{2}\right) + g(2) + g(3) + g(4)$ 的值。

21 设函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$ ($-\pi < \varphi < 0$) $y = f(x)$ 的图象的一条对称轴是直线 $x = \frac{\pi}{8}$ 。

(1) 求 φ 。

(2) 求函数 $y = f(x)$ 的单调递增区间。

22 某企业生产 A, B 两种产品，根据市场调查与预测， A 产品的利润与投资成正比，其关系如图1； B 产品的利润与投资的算术平方根成正比，其关系如图2（注：利润和投资单位：万元）。

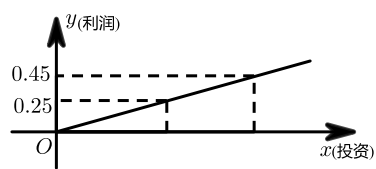


图 1

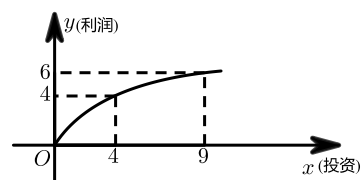


图 2

- (1) 分别将 A , B 两种产品的利润表示为投资的函数关系式.
- (2) 已知该企业已筹集到 18 万元资金, 并将全部投入 A , B 两种产品的生产.
- ① 若平均投入生产两种产品, 可获得多少利润?
 - ② 问: 如果你是厂长, 怎样分配这 18 万元投资, 才能使该企业获得最大利润? 其最大利润约为多少万元?