

2019~2020学年深圳罗湖区高一上学期期末数学试卷

一、单项选择题

1 下列各组对象不能构成集合的是（ ）.

- A. 所有的正方形
- B. 方程 $2x - 1 = 0$ 的整数解
- C. 我国较长的河流
- D. 出席十九届四中全会的全体中央委员

2 1000° 是以下哪个象限的角（ ）.

- A. 第一象限
- B. 第二象限
- C. 第三象限
- D. 第四象限

3 一元二次不等式 $2x^2 - x - 1 < 0$ 的解集是（ ）.

- A. $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (1, +\infty)$
- B. $(-1, \frac{1}{2})$
- C. $(-\infty, -1) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$
- D. $(-\frac{1}{2}, 1)$

4 $\sqrt{x(8-x)}$ 的最大值是（ ）.

- A. 4
- B. $2\sqrt{2}$
- C. $4\sqrt{2}$
- D. 16

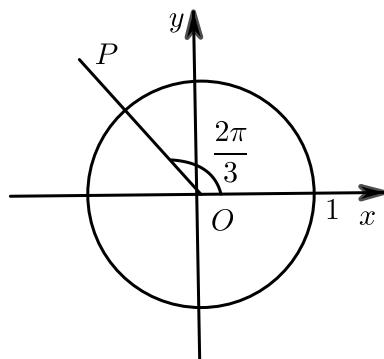
5 “ $xy > 0$ ”是“ $x > 0, y > 0$ ”的（ ）.

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充分必要条件
- D. 既不充分也不必要条件

6 已知 $a = 2^{\frac{4}{3}}$, $b = 3^{\frac{2}{3}}$, $c = 25^{\frac{1}{3}}$, 则（ ）.

- A. $a > b > c$
- B. $a > c > b$
- C. $c > a > b$
- D. $c > b > a$

如图，一个质点在半径为1的圆 O 上以点 P 为起始点，沿逆时针方向运动，每2s转一圈。由该质点到 x 轴的距离 y 关于时间 t 的函数解析式是（ ）。



- A. $y = \left| \sin\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \right|$
 B. $y = \left| \sin\left(\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) \right|$
 C. $y = \sin\left(\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$
 D. $y = \sin\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$

8 若 $\log_a \frac{3}{4} < 1$ ，则实数 a 的取值范围是（ ）。

- A. $0 < a < \frac{3}{4}$ B. $0 < a < \frac{3}{4}$ 或 $a > 1$ C. $\frac{3}{4} < a < 1$ D. $\frac{3}{4} < a < 1$ 或 $a > 1$

二、多项选择题

9 下列函数中，其定义域与函数 $y = x^{\frac{1}{2}}$ 的定义域相同的是（ ）。

- A. $y = \sqrt{x^2}$ B. $y = (\sqrt{x})^2$ C. $y = \sqrt{2^x - 1}$ D. $y = \ln e^x$

10 已知函数 $f(x) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ ，下列说法正确的是（ ）。

- A. $f(x)$ 关于点 $(\frac{\pi}{12}, 0)$ 对称
 B. $f(x)$ 关于直线 $x = -\frac{\pi}{6}$ 对称
 C. $f(x)$ 图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后可得到 $f(x) = \sin 2x$ 的图象
 D. $f(x) = \sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后可得到 $f(x)$ 的图象

11 下列函数是其定义域上的奇函数的是（ ）。

- A. $y = \lg \frac{x-1}{x+1}$ B. $y = e^x - \frac{1}{e^x}$ C. $y = e^x + \frac{1}{e^x}$ D. $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

12 已知函数 $f(x) = \sin|x| + |\sin x|$ ，下列说法正确的是（ ）。

- A. $f(x)$ 是偶函数
- B. $f(x)$ 的最大值是 2
- C. $f(x)$ 的最小值是 -1
- D. $f(x)$ 的最小正周期是 π

三、填空题

13 已知集合 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ， $A = \{0, 1, 2\}$ ，则 $C_U A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14 命题“ $\forall x \in \mathbf{R} , x + |x| \geq 0$ ”的否定是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

15 燕子每年秋天都要从北方到南方过冬，鸟类科学家发现，燕子的飞行速度 v 与耗氧量 x 之间满足函数关系式： $v = a \cdot \log_2 \frac{x}{10}$ ($a \in \mathbf{R}$)。若燕子的耗氧量达到 40 个单位时，其飞行速度为 $v = 10 \text{ m/s}$ ，则当燕子的飞行速度为 25 m/s 时，其耗氧量达到 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个单位。

16 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |2^x - 1|, & x \leq 1 \\ 3 - 2^x, & x > 1 \end{cases}$ ，则 $f(f(3)) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。若存在 $a < b < c$ ，使得 $f(a) = f(b) = f(c)$ ，则 $2^a + 2^{b+1} + 2^c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

四、解答题

17 设 $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$ 。

(1) 求 $f(x)$ 的定义域。

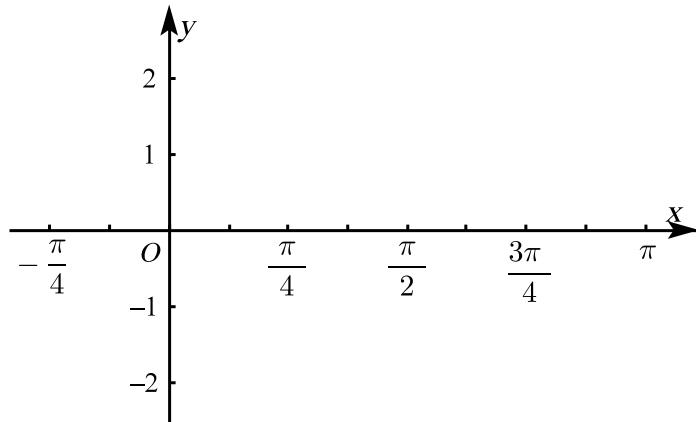
(2) 证明：当 $x \neq 0$ 时， $f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$ 。

18 已知 α 是第二象限角，且 $\tan \alpha = -\frac{1}{3}$ ，计算：

$$(1) \frac{\sin(\alpha + \frac{\pi}{2})}{5 \cos \alpha - \sin(\pi - \alpha)}.$$

$$(2) \sin \alpha \cos(\pi + \alpha) + \cos^2 \alpha.$$

- 19 已知函数 $f(x) = \cos^2 x + 2 \sin x \cos x - \sin^2 x$.



- (1) 求 $f(x)$ 的最小正周期；
 (2) 在给定的坐标系中，画出 $f(x)$ 在一个周期内的图象（必须写出作图过程）.

- 20 已知集合 $A = \{x | ax^2 - 2x + 1 = 0\}$ ，其中 $a \in \mathbb{R}$.

- (1) 若 A 是空集，求 a 的取值范围.
 (2) 若 A 中只有一个元素，求 a 的值.
 (3) 当 $B = \{x | x > 0\}$ 时，若 $A \cap B$ 为非空集合，求 a 的取值范围.

- 21 某网购物店从2016年起参与“双十一”促销活动，已知2016–2018年“双十一”期间该网购物店的销售额分别为10万元、12万元、13万元，为了估计以后每年“双十一”期间的销售额，以这三年的销售额为依据，用一个函数模拟该网购物店的销售额 y (万元) 与年份数 x 的关系 (为计算方便，2016年用 $x = 1$ 代替，依此类推)，模拟可以选用二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 或函数 $y = a \cdot b^x + c$ (其中 a, b, c 为常数)，若已知2019年“双十一”期间该网购物店的销售额为13.4万元，请问以上哪个函数作为模拟函数较好？请说明理由，并根据以上结果预测2020年“双十一”期间该网购物店的销售额.

- 22 已知函数 $f(x) = \ln(e^{2x} + 1) + ax$ ($a \in \mathbb{R}$) 是其定义域内的偶函数.

- (1) 求 a 的值.
 (2) 若函数 $g(x) = e^{f(x)} + m(e^x - e^{-x}) + 2$ ($m \in \mathbb{R}$)，求不等式 $g(x) > 0$ 的解集.