2020～2021学年度
武汉市部分学校高三起点质量检测

数 学 试 卷

武汉市教育科学研究院命制　　2020.9.8

本试题卷共5页,22题,全卷满分150分。考试用时120分钟。

★祝考试顺利★

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,用签字笔或钢笔将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A=\{x|x^2-x-2<0\}$,$B=\{x|0<x<3\}$,则 $A\cap B=$

A. $(-1,2)$　　B. $(0,2)$　　C. $(-1,3)$　　D. $(0,3)$

2. 若 $\frac{a+i}{3-2i}$ 为纯虚数,则实数 a 的值为

A. $\frac{2}{3}$　　B. $-\frac{2}{3}$　　C. $\frac{3}{2}$　　D. $-\frac{3}{2}$

3. 已知命题 p:所有的三角函数都是周期函数,则 $\neg p$ 为

A. 所有的周期函数都不是三角函数　　B. 所有的三角函数都不是周期函数

C. 有些周期函数不是三角函数　　D. 有些三角函数不是周期函数

4. 平面向量 $\boldsymbol{a}=(2,1)$，$|\boldsymbol{b}|=2$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=4$，则向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 夹角的余弦值为

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{4}{5}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{1}{5}$

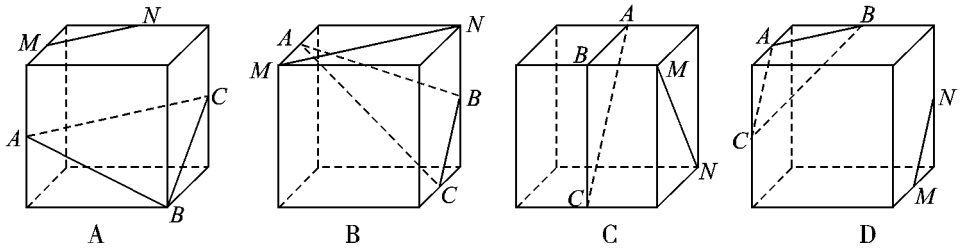
5. 某学校组织三个年级的学生到博物馆参观，该博物馆设有青铜器，瓷器，书画三个场馆. 学校将活动时间分为三个时间段，每个时间段内三个年级的学生参观的场馆互不相同，并且每个年级的学生在三个时间段内参观的场馆不重复，则不同的安排方法有

A. 6 种　　B. 9 种　　C. 12 种　　D. 18 种

6. 过抛物线 $E:y^2=2x$ 焦点的直线交 E 于 A,B 两点，线段 AB 中点 M 到 y 轴距离为 1，则 $|AB|=$

A. 2　　B. $\frac{5}{2}$　　C. 3　　D. 4

7. 如图，点 A,B,C,M,N 为正方体的顶点或所在棱的中点，则下列各图中，不满足直线 MN∥平面ABC 的是



8. 我国古人认为宇宙万物是由金，木，水，火，土这五种元素构成，历史文献《尚书·洪范》提出了五行的说法，到战国晚期，五行相生相克的思想被正式提出. 这五种物质属性的相生相克关系如图所示，若从这五种物质属性中随机选取三种，则取出的三种物质属性中，彼此间恰好有一个相生关系和两个相克关系的概率为

A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{1}{3}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分.

9. 无穷数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n = an^2 + bn + c$，其中 a, b, c 为实数，则

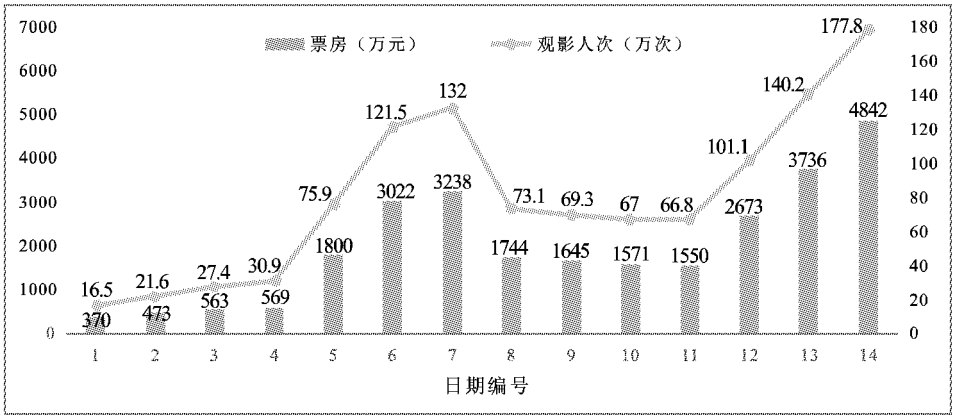
A. $\{a_n\}$可能为等差数列

B. $\{a_n\}$可能为等比数列

C. $\{a_n\}$中一定存在连续三项构成等差数列

D. $\{a_n\}$中一定存在连续三项构成等比数列

10. 今年 7 月，有关部门出台在疫情防控常态化条件下推进电影院恢复开放的通知，规定低风险地区在电影院各项防控措施有效落实到位的前提下，可有序恢复开放营业. 一批影院恢复开放后，统计某连续 14 天的相关数据得到如下的统计表. 其中，编号 1 的日期是周一，票房指影院门票销售金额，观影人次相当于门票销售数量.



由统计表可以看出，这连续 14 天内

A. 周末日均的票房和观影人次高于非周末

B. 影院票房，第二周相对于第一周同期趋于上升

C. 观影人次，在第一周的统计中逐日增长量大致相同

D. 每天的平均单场门票价格都高于 20 元

11. 若 $0 < a < b < c$，且 $abc = 1$，则

A. $2^a + 2^b > 4$　　B. $\lg a + \lg b < 0$　　C. $a + c^2 > 2$　　D. $a^2 + c > 2$

12. 已知函数$f(x)=\sin(\sin x)+\cos(\cos x)$,下列关于该函数结论正确的是

A. $f(x)$的图象关于直线$x=\frac{\pi}{2}$对称　　B. $f(x)$的一个周期是2π

C. $f(x)$的最大值为2　　D. $f(x)$是区间$(0,\frac{\pi}{2})$上的增函数

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 某圆锥母线长为4,其侧面展开图为半圆面,则该圆锥体积为_____.

14. $(x+\frac{1}{x})(1-x)^6$展开式中含x^4项的系数为_____.

15. 设函数$f(x)=\ln\frac{1+\sin x}{2\cos x}$在区间$[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$上的最小值和最大值分别为$m$和$M$,则$m+M=$_____.

16. 双曲线$E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左焦点为$F$,过$F$作$x$轴垂线交$E$于点$A$,过$F$作与$E$的一条渐近线平行的直线交$E$于点$B$,且$A,B$在$x$轴同侧,若$\angle FAB=30°$,则$E$的离心率为_____.

四、解答题:本题共6小题,共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 在①$\frac{S_1}{1}+\frac{S_2}{2}+\cdots+\frac{S_7}{7}=21$,②$\frac{1}{a_1a_2}+\frac{1}{a_2a_3}+\cdots+\frac{1}{a_6a_7}=-\frac{2}{3}$,③$a_2^2-a_3^2+a_4^2-a_5^2+a_6^2-a_7^2=-48$这三个条件中任选一个,补充在下面问题中,若问题中的数列存在,求数列$\{a_n\}$的通项公式;若问题中的数列不存在,请说明理由.

问题:是否存在等差数列$\{a_n\}$,它的前n项和为S_n,公差$d>0$,$a_1=-3$,_____?

注:如果选择多个条件分别解答,按第一个解答计分.

18. 在$\triangle ABC$中,$\angle BAC$的角平分线交BC于点D,$AC=AD=1$,$AB=3$.

(1)求$\cos\angle BAD$;

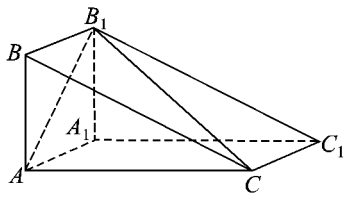
(2)求$\triangle ABC$的面积.

19. 如图,三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,$A_1B_1\perp$ 平面 ACC_1A_1,

$\angle CAA_1=60°$,$AB=AA_1=1$,$AC=2$.

(1)证明:$AA_1\perp B_1C$;

(2)求二面角 $A-B_1C-B$ 的余弦值.



20. 有编号为 1,2,3 的三只小球和编号为 1,2,3,4 的四个盒子,将三只小球逐个随机地放入四个盒子中,每只球的放置相互独立.

(1)求三只小球恰在同一个盒子中的概率;

(2)求三只小球在三个不同盒子且每只球编号与所在盒子编号不同的概率;

(3)记录所有至少有一只球的盒子,以 X 表示这些盒子编号的最小值,求 EX.

21. 椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$,长轴端点和短轴端点的距离为 $\sqrt{7}$.

(1)求椭圆 E 的标准方程;

(2)点 P 是圆 $x^2+y^2=r^2(r>0)$ 上异于点 $A(-r,0)$ 和 $B(r,0)$ 的任一点,直线 AP 与椭圆 E 交于点 M,N,直线 BP 与椭圆 E 交于点 S,T. 设 O 为坐标原点,直线 OM,ON,OS,OT 的斜率分别为 $k_{OM},k_{ON},k_{OS},k_{OT}$. 问:是否存在常数 r,使得 $k_{OM}+k_{ON}=k_{OS}+k_{OT}$ 恒成立?若存在,求 r 的值;若不存在,请说明理由.

22. 已知函数 $g(x)=x\ln x$.

(1)求曲线 $y=g(x)$ 在点 $(e,g(e))$ 处的切线方程;

(2)设 $f(x)=\frac{x^2+1}{g(x)}$,证明 $f(x)$ 恰有两个极值点 x_1 和 x_2,并求 $f(x_1)+f(x_2)$ 的值.