

2018~2019 学年度第一学期期中考试 九年级数学试卷

一、选择题(共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

下列各题中均有四个备选答案,其中有且只有一个正确,请在答题卡上将正确答案的字母代号

涂黑.

1. 若关于 x 的方程 $ax^2 - 3x - 2 = 0$ 是一元二次方程,则

- A. $a > 0$ B. $a \neq 0$ C. $a = 1$ D. $a \geq 0$

2. 下列图形中既是中心对称图形又是轴对称图形的是



3. 用配方法解方程 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 时,方程可变形为

- A. $(x-3)^2 = 1$ B. $(x-3)^2 = -1$ C. $(x+3)^2 = 1$ D. $(x+3)^2 = -1$

4. 将抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 向上平移 1 个单位长度得到的抛物线的解析式为

- A. $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2$ B. $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2$ C. $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$ D. $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

5. 对于抛物线 $y = -2(x-1)^2 + 3$,下列判断正确的是

- A. 抛物线的开口向上 B. 抛物线的顶点坐标为 $(-1, 3)$
C. 对称轴为直线 $x = 1$ D. 当 $x > 1$ 时, y 随 x 的增大而增大

6. 如图, AB, AC, BC 都是 $\odot O$ 的弦, $OM \perp AB, ON \perp AC$, 垂足分别为 M, N , 若 $MN = 1$, 则 BC 的值为

- A. 1 B. 2
C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

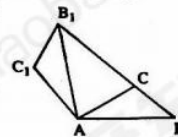


7. 若 $A(-2, y_1), B(1, y_2), C(2, y_3)$ 是抛物线 $y = -2(x+1)^2 + 3$ 上的三个点, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是

- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_1 > y_3 > y_2$ C. $y_3 > y_2 > y_1$ D. $y_3 > y_1 > y_2$

8. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 100° , 得到 $\triangle AB_1C_1$, 若点 B_1 在线段 BC 的延长线上, 则 $\angle C_1B_1B$ 的度数为

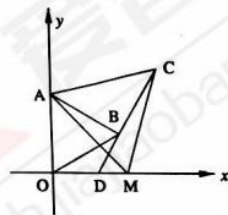
- A. 70° B. 80°
C. 84° D. 86°



9. 函数 $y = kx^2 - 4x + 2$ 的图象与 x 轴有公共点, 则 k 的取值范围是

- A. $k < 2$ B. $k < 2$ 且 $k \neq 0$ C. $k \leq 2$ D. $k \leq 2$ 且 $k \neq 0$

10. 如图,在平面直角坐标系中,已知 $A(0,2)$, $M(m,0)$ 且 $m > 0$, 分别以 AO 、 AM 为边在 $\angle AOM$ 内部作等边 $\triangle AOB$ 和等边 $\triangle AMC$, 连接 CB 并延长交 x 轴于点 D , 则 C 点的横坐标的值为



- A. $\frac{1}{2}m + \frac{3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}m + \frac{\sqrt{3}}{2}$
 C. $\frac{1}{2}m + \frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{1}{2}m + \sqrt{3}$

二、填空题(共 6 小题,每小题 3 分,共 18 分)

11. 一元二次方程 $x^2 - 9 = 0$ 的解是_____.
12. 在平面直角坐标系中,点 $A(2,3)$ 绕原点 O 逆时针旋转 90° 的对应点的坐标为_____.
13. 某工厂七月份出口创汇 200 万美元,因受国际大环境的严重影响,出口创汇出现连续下滑,至 9 月份时出口创汇下降到 98 万美元,设该厂平均每月下降的百分率是 x ,则所列方程是_____.
14. 某宾馆有 40 个房间供游客居住,当每个房间每天的定价为 160 元时,房间会全部住满;当每个房间每天的定价每增加 10 元时,就会有一个房间空闲.如果游客居住房间,宾馆需对每个房间每天支出 20 元的各种费用.设每间房间房价定为 x 元($x \geq 160$,且 x 为 10 倍数),宾馆每天利润为 y 元,则 y 与 x 的函数关系式为_____.

15. 如图,将一个大平行四边形在一角剪去一个小平行四边形,如果用直尺画一条直线将其剩余部分分割成面积相等的两部分,这样的不同的直线一共可以画出_____条.

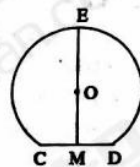


16. 已知二次函数 $y = x^2 - 2x + 2$ 在 $t \leq x \leq t + 1$ 时的最小值是 t ,则 t 的值为_____.

三、解答题(共 8 小题,共 72 分)

17. (本题 8 分)解方程: $x^2 - 4x + 3 = 0$.

18. (本题 8 分)如图是一个隧道的横截面,它的形状是以点 O 为圆心的圆的一部分.如果 M 是 $\odot O$ 中弦 CD 的中点, EM 经过圆心 O 交 $\odot O$ 于点 E , 并且 $CD = 4$, $EM = 6$, 求 $\odot O$ 的半径.



19. (本题 8 分)已知关于 x 的方程 $x^2 + (2k - 1)x + k^2 - 1 = 0$ 有两个实数根 x_1, x_2 .

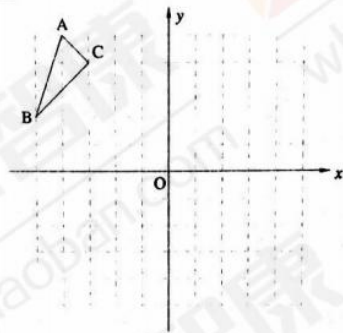
- (1) 求 k 的取值范围;
 (2) 若 x_1, x_2 满足 $x_1x_2 + x_1 + x_2 = 3$, 求 k 的值.

1. (本题 8 分) 如图, $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别为 $A(-4, 5)$, $B(-5, 2)$, $C(-3, 4)$.

(1) 画出与 $\triangle ABC$ 关于原点 O 对称的 $\triangle A_1B_1C_1$, 并写出点 A_1 的坐标为 _____;

(2) D 是 x 轴上一点, 使 $DB + DC$ 的值最小, 画出点 D (保留画图痕迹);

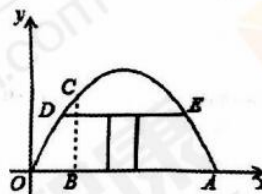
(3) $P(t, 0)$ 是 x 轴上的动点, 将点 C 绕点 P 顺时针旋转 90° 至点 E , 直线 $y = -2x + 5$ 经过点 E , 则 t 的值为 _____.



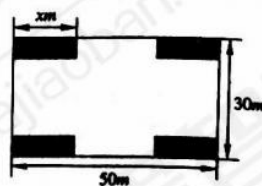
1. (本题 8 分) 有一个抛物线型蔬菜大棚, 将其截面放在如图所示的平面直角坐标系中, 抛物线可以用函数 $y = ax^2 + bx$ 来表示. 已知 $OA = 8$ 米, 距离 O 点 2 米处的棚高 BC 为 $\frac{9}{4}$ 米.

(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 若借助横梁 DE ($DE \parallel OA$) 建一个门, 要求门的高度为 1.5 米, 求横梁 DE 的长度是多少米?



12. (本题 10 分) 某小区业主委员会决定把一块长 50m, 宽 30m 的矩形空地建成健身广场, 设计方案如图所示, 阴影区域为绿化区 (四块绿化区为全等的矩形), 空白区域为活动区, 且四周的 4 个出口宽度相同, 其宽度不小于 14m, 不大于 26m, 设绿化区较长边为 x m, 活动区的面积为 y m^2 .



(1) 直接写出: ①用 x 的式子表示出口的宽度为 _____;

② y 与 x 的函数关系式及 x 的取值范围;

(2) 求活动区的面积 y 的最大面积;

(3) 预计活动区造价为 50 元/ m^2 , 绿化区造价为 40 元/ m^2 , 如果业主委员会投资不得超过 72000 元来参与建造, 当 x 为整数时, 共有几种建造方案?

23. (本题 10 分) 已知, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 30^\circ$.

(1) 如图 1, 当 $AB = AC = 2$, 求 BC 的值;

(2) 如图 2, 当 $AB = AC$, 点 P 是 $\triangle ABC$ 内一点, 且 $PA = 2, PB = \sqrt{21}, PC = 3$, 求 $\angle APC$ 的度数;

(3) 如图 3, 当 $AC = 4, AB = \sqrt{7} (CB > CA)$, 点 P 是 $\triangle ABC$ 内一动点, 则 $PA + PB + PC$ 的最小值为_____.

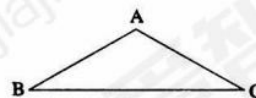


图 1

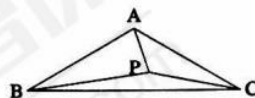


图 2

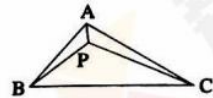


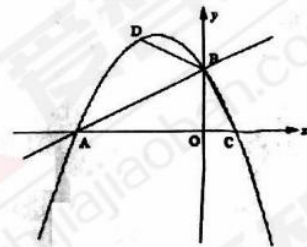
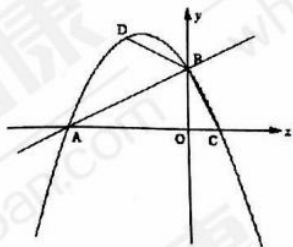
图 3

24. (本题 12 分) 如图, 直线 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过 A, B 两点, 与 x 轴的另一个交点为 C .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 直线 AB 上方抛物线上的点 D , 使得 $\angle DBA = 2\angle BAC$, 求 D 点的坐标;

(3) M 是平面内一点, 将 $\triangle BOC$ 绕点 M 逆时针旋转 90° 后, 得到 $\triangle B_1O_1C_1$. 若 $\triangle B_1O_1C_1$ 的两个顶点恰好落在抛物线上, 请求点 B_1 的坐标.



(备用图)

2018~2019 学年度第一学期期中考试九年级数学答案

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| B | D | A | C | C | B | A | B | C | D |

11. $x_1 = 3, x_2 = -3$ 12. $(-3, 2)$ 13. $200(1-x)^2 = 98$

14. $y = -\frac{x^2}{10} + 58x - 1120$ 15. 3 16. 1 或 2

17. 解: $a = 1, b = -4, c = 3$ (3分),

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 3 = 4 > 0 \text{ (5分)}$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} \text{ (6分)}$$

$$\therefore x_1 = 3, x_2 = 1 \text{ (8分)}$$

18. 解: 连接 OC, $\because E$ 是 CD 的中点, $CD = 4$,

$$\therefore EM \perp CD, CM = DM = 2 \text{ (2分)}$$

设 $\odot O$ 的半径为 r , 在 $Rt\triangle COM$ 中, $CM^2 + OM^2 = OC^2$,

$$\text{即 } 2^2 + (6-r)^2 = r^2 \text{ (6分) 解得 } r = \frac{10}{3} \text{ (7分)}$$

$$\therefore \odot O \text{ 的半径为 } \frac{10}{3} \text{ (8分)}$$

19. 解: (1) \because 关于 x 的方程 $x^2 + (2k-1)x + k^2 - 1 = 0$ 有两个实数根 x_1, x_2

$$\therefore \Delta = (2k-1)^2 - 4(k^2 - 1) = -4k + 5 \geq 0, \text{ 解得 } k \leq \frac{5}{4} \text{ (3分)}$$

(2) $\because x_1 + x_2 = 1 - 2k, x_1 x_2 = k^2 - 1$ (4分)

$$\therefore k^2 - 1 + 1 - 2k = 3 \text{ (6分)}$$

$$\text{解得 } k_1 = -1, k_2 = 3 \text{ (7分)}$$

$$\because k \leq \frac{5}{4}, \therefore k = -1 \text{ (8分)}$$

20. (1) $(4, -5)$ (作图 1分, 坐标 2分)

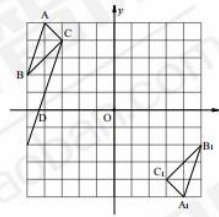
(2) 作图 (2分)

(3) -2 (3分)

21. 解: (1) 由题意可得, 抛物线经过 $(2, \frac{9}{4})$ 和 $(8, 0)$

$$\text{则 } \begin{cases} 64a + 8b = 0 \\ 4a + 2b = \frac{9}{4} \end{cases}, \text{ (2分) 解得: } \begin{cases} a = -\frac{3}{16} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases}, \text{ (3分)}$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = -\frac{3}{16}x^2 + \frac{3}{2} \text{ (4分)}$$



(2) 由题意可得: 当 $y=1.5$ 时, $1.5 = -\frac{3}{16}x^2 + \frac{3}{2}x$ (5分),

解得 $x_1 = 4 + 2\sqrt{2}$, $x_2 = 4 - 2\sqrt{2}$ (6分)

$\therefore DE = x_1 - x_2 = 4\sqrt{2}$ (8分)

22. 解: (1) ① $50 - 2x$ (1分);

② $y = 50 \times 30 - 4x(x-10) = -4x^2 + 40x + 1500$ (3分)

($12 \leq x \leq 18$) (4分)

(2) $y = -4x^2 + 40x + 1500 = -4(x-5)^2 + 1600$ (5分)

$\because a = -4$, 开口向下, 对称轴为直线 $x = 5$, 当 $12 \leq x \leq 18$, y 随 x 的增加而减小 (6分)

\therefore 当 $x = 12$ 时, y 最大 = 1404,

答: 活动区的最大面积为 $1404 m^2$. (7分)

(3) 设费用为 w 元, $w = 50(-4x^2 + 40x + 1500) + 40 \times 4x(x-10) = -40(x-5)^2 + 76000$ (8分)

当 $w = 72000$ 时, 解得 $x_1 = -5$, $x_2 = 15$

$\because a = -4$, 开口向下, \therefore 当 $x \leq -5$ 或 $x \geq 15$ 时, $w \leq 72000$ (9分)

又 $\because 12 \leq x \leq 18$, $\therefore 15 \leq x \leq 18$, 且 x 为整数, 则共有 4 种方案. (10分)

23. 解: (1) 取 BC 的中点 P , 连接 AP , $\because AB = AC = 2$,

$\therefore AP \perp BC$, $PB = PC$,

又 $\because \angle C = 30^\circ$, \therefore 在 $Rt\triangle APC$ 中, $AP = \frac{1}{2}AC = 1$ (1分),

$PB = PC = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$ (2分),

$\therefore BC = 2\sqrt{3}$ (3分)

(2) $\because AB = AC$, $\angle C = 30^\circ$, $\therefore \angle BAC = 120^\circ$,
把 $\triangle ABP$ 绕 A 点逆时针旋转 120° 使 B 点落在 C 上, P 点落在 Q 上

$\therefore PA = QA = 2$, $PB = QC = \sqrt{3}$, (4分)

又 $\because \angle PAQ = 120^\circ$, $\therefore PQ = 2\sqrt{3}$ (5分),

$\therefore PQ^2 + PC^2 = QC^2$, $\therefore \angle QPC = 90^\circ$ (6分),

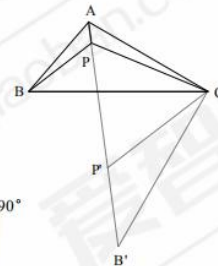
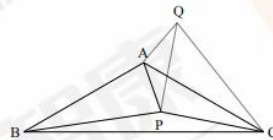
又 $\because \angle APQ = 30^\circ$, $\therefore \angle APC = 120^\circ$ (7分)

(3) $\sqrt{43}$ (10分)

提示: 把 $\triangle BPC$ 绕 C 点逆时针旋转 60° 得到 $\triangle B'P'C$, 则 $\angle ACB' = 90^\circ$

当 A, P, P', B' 共线时, $PA + PB + PC$ 最小,

由 $AC = 4$, $AB = \sqrt{7}$, $\angle C = 30^\circ$, 可得 $BC = 3\sqrt{3}$, 则 $AB' = \sqrt{43}$.



24. 解: (1) $y = \frac{1}{2}x + 2$, 当 $x=0$ 时, $y=2$; 当 $y=0$ 时, $x=-4$,

$\therefore B(0, 2), A(-4, 0)$ (1分)

把 $B(0, 2), A(-4, 0)$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$,

$$\begin{cases} c=2 \\ -\frac{1}{2} \times (-4)^2 - 4b + c = 0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} b = -\frac{3}{2} \\ c = 2 \end{cases} \text{ (2分)}$$

\therefore 抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$ (3分)

(2) 取点 B 关于 x 轴的对称点 $B'(0, -2)$, 连接 AB' , 过点 B 作 $BD \parallel AB'$ 交抛物线于点 D
 $\because B, B'$ 关于 x 轴对称, $\therefore AB = AB', \angle BAB' = 2\angle BAC$,

设 AB' : $y = kx - 2$ 代入 $A(-4, 0)$, 解得: $k = -\frac{1}{2}$ (4分)

则 BD : $y = -\frac{1}{2}x + 2$, (5分) 联立
$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 2 \\ y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = 2 \end{cases}$ (舍) $\begin{cases} x_2 = -2 \\ y_2 = 3 \end{cases}$ (6分),

$\therefore D(-2, 3)$ (7分)

(3) $\because \triangle BOC$ 绕点 M 沿逆时针旋转 90° , $\therefore B_1O_1 \parallel x$ 轴, $O_1C_1 \parallel y$ 轴,
 当 B_1, O_1 在抛物线上时, 设 B_1 的横坐标为 x , 则 O_1 的横坐标为 $x+2$, (9分)

$$\therefore -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2 = -\frac{1}{2}(x+2)^2 - \frac{3}{2}(x+2) + 2, \text{解得 } x = -\frac{5}{2},$$

则 $B_1(-\frac{5}{2}, \frac{21}{8})$; (10分)

当 B_1, C_1 在抛物线上时, 设 B_1 的横坐标为 x , 则 C_1 的横坐标为 $x+2$,
 C_1 的纵坐标比 B_1 的纵坐标大 1,

$$\therefore -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2 = -\frac{1}{2}(x+2)^2 - \frac{3}{2}(x+2) + 2 - 1, \text{解得 } x = -3, \text{ 则 } B_1(-3, 2) \text{ (11分)}$$

$\therefore B_1$ 的坐标为 $(-\frac{5}{2}, \frac{21}{8})$ 或 $(-3, 2)$ (12分)

