青山区 2018~2019 学年度上学期九年级期中测试

数 学 试 卷

青山区教育局教研室命制　　　　　　　　　　　　2018．11

本试卷满分 120 分　　考试用时 120 分钟

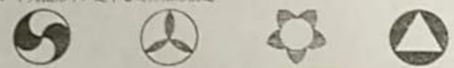
一、你一定能选对！（本大题共有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

下列各题均有四个备选答案，其中有且只有一个是正确的，请将正确答案的代号在答题卡上将对应的答案标号涂黑．

1．一元二次方程 $4x^2+5x-1=0$ 的常数项为

A．4　　B．5　　C．1　　D．-1

2．下列图形中，是中心对称图形的是



A．　　B．　　C．　　D．

3．抛物线 $y=-5(x+2)^2-6$ 的顶点坐标是

A．(2，-6)　　B．(-2，6)　　C．(-6，2)　　D．(-2，-6)

4．用配方法解一元二次方程 $x^2-6x-5=0$，此方程可化为

A．$(x-3)^2=4$　　B．$(x-3)^2=14$

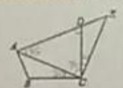
C．$(x-9)^2=4$　　D．$(x-9)^2=14$

第 6 题图

5．把抛物线 $y=x^2+1$ 向右平移 3 个单位，再向下平移 2 个单位，得到新抛物线的解析式是

A．$y=(x+3)^2-1$　　B．$y=(x+3)^2+3$

C．$y=(x-3)^2-1$　　D．$y=(x-3)^2+3$



第 7 题图

6．如图，⊙O 是△ABC 的外接圆，∠ACO=45°，则∠B 的度数为

A．40°　　B．45°　　C．50°　　D．30°

7．如图，将△ABC 绕点 C 顺时针旋转 90°得到△EDC．若点 A，D，E 在同一条直线上，∠ACB=20°，则∠ADC 的度数是

A．55°　　B．60°　　C．65°　　D．70°

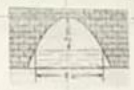
8．某品牌手机经过连续两次降价，每台售价由原来的 2500 元降到了 1280 元．设平均每次降价的百分率为 x，则可列方程

A．$2500(1+x)^2=1280$　　B．$2500(1-x)^2=1280$

C．$1280(1-x)^2=2500$　　D．$1280(1+x)^2=2500$

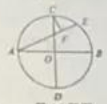
9．如图，是抛物线形拱桥，当拱顶高离水面 2m 时，水面宽 4m．水面上升 1m，水面宽为

A．$\sqrt{2}$m　　B．2m　　C．$2\sqrt{2}$m　　D．$2\sqrt{6}$m



第 9 题图

第 10 题图



第 15 题图

10．如图，在等腰△ABC 中，∠BAC=120°，$AB=AC=2\sqrt{6}$，点 D 在边 BC 上，$CD=\sqrt{2}$，将线段 CD 绕点 C 逆时针旋转 α°（其中 0<α≤360）到 CE，连接 AE，以 AB，AE 为边作▱$ABFE$，连接 DF，则 DF 的最大值为

A．$\sqrt{15}+\sqrt{6}$　　B．$\sqrt{14}+\sqrt{2}$　　C．$2\sqrt{6}+\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{6}+2\sqrt{2}$

二、填空题（本大题共有 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

下列各题不需要写出解答过程，请将结论直接填写在答题卷的指定位置．

11．在平面直角坐标系中，点 $A(-3，4)$ 关于原点对称点的坐标为 (3，-4)．

12．抛物线 $y=x^2-2x+m$ 与 x 轴有两个公共点，请写出一个符合条件的表达式______．

13．已知 4 是方程 $x^2-c=0$ 的一个根，则方程的另一个根是 -4．

14．某种植物的主干长出若干数目的支干，每个支干又长出同样数目的小分支，主干、支干、小分支的总数是 91，设每个支干长出 x 个小分支，根据题意列方程为______．

15．如图，在⊙O 中，AB、CD 是互相垂直的两条直径，点 E 在 $\overset{\frown}{BC}$ 上，$CF⊥AE$ 于点 F．若点 F 四等分弦 AE，且 $AE=8$，则⊙O 的面积为______．

16．已知二次函数 $y=ax^2+2ax+3a^2+3$（其中 x 是自变量），当 $x≥2$ 时，y 随 x 的增大而增大，且 $-2≤x≤1$ 时，y 的最大值为 9，则 a 的值为______．

三、解下列各题（本大题共 8 小题，共 72 分）

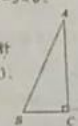
下列各题需要在答题卷的指定位置写出文字说明、证明过程、演算步骤或画出图形．

17．（本小题满分 8 分）解方程：（1）$x^2-2\sqrt{3}x=0$；　　（2）$x^2+2x-5=0$．

18．（本小题满分 8 分）如图，△ABC 中，∠C=90°，将△ABC 绕点 C 顺时针旋转 90°，得△DEC（其中点 D、E 分别是 A、B 两点旋转后的对应点）．

（1）请画出旋转后的△DEC；

（2）试判断 DE 与 AB 的位置关系，并证明你的结论．



第 18 题图

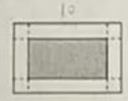
19. （本小题满分 8 分）如图，有一张矩形纸片，长 10cm，宽 6cm，在它的四角各剪去一个同样的小正方形，然后将四周突出部分折起，就能制作一个无盖的方盒，若方盒的底面积（图中阴影部分）是 $32cm^2$，求剪去的小正方形的边长。

$(6-2x)(10-2x)=32$

$60-12x-20x+4x^2=32$

$4x^2-32x=-28$

$x^2-8x+7=0$



第 19 题图

20. （本小题满分 8 分）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 中，函数 y 与自变量 x 的部分对应值如下表：

x	…	-2	-1	0	2	…
y	…	-3	-4	-3	5	…

（1）求二次函数的解析式；

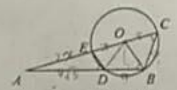
（2）求该函数图象与 x 轴的交点坐标；

（3）不等式 $ax^2+bx+c+3>0$ 的解集是________.

21. （本小题满分 8 分）如图，以△AOB 的顶点 O 为圆心，OB 为半径作⊙O，交 OA 于点 E，交 AB 于点 D，连接 DE，DE∥OB，延长 AO 交⊙O 于点 C，连接 CB.

（1）求证：$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$；

（2）若 $AD=4\sqrt{3}$，AE=CE，求 OC 的长.



第 21 题图

22. （本小题满分 10 分）十一黄金周期间，某著名风景区商店销售一批该景区精装风景纪念册，每本进价 40 元，规定销售单价不低于 44 元，且获利不高于 30%. 试销售期间发现，当销售单价定为 44 元时，每天可售出 300 本，销售单价每上涨 1 元，每天销售量减少 10 本，现商店决定提价销售，设每天销售量为 y 本，销售单价为 x 元.

（1）请直接写出 y 与 x 之间的函数关系式和自变量 x 的取值范围；

$y=300-10(x-44)$

$=-10x+740$　$(44\le x\le 52$ 且 x 为整数)

（2）当每本纪念册销售单价是多少元时，商店每天获利 2400 元？

（3）将纪念册销售单价定为多少元时，商店每天销售纪念册获得的利润 w 元最大？最大利润是多少元？

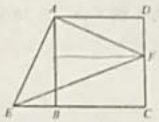
23. （本小题满分 10 分）已知，在正方形 ABCD 中，AB=5，点 F 是边 DC 上的一个动点，将△ADF 绕点 A 顺时针旋转 90° 至△ABE，点 F 的对应点 E 落在 CB 的延长线上，连接 EF.

（1）如图 1，求证：∠DAF+∠FEC=∠AEF；

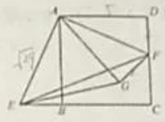
（2）将△ADF 沿 AF 翻折至△AGF，连接 EG.

①如图 2，若 DF=2，求 EG 的长；

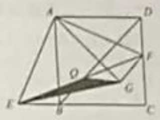
②如图 3，连接 BD 交 EF 于点 Q，连接 GQ，则 $S_{\triangle GQE}$ 的最大值为________.



第 23 题图 1



第 23 题图 2



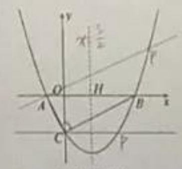
第 23 题图 3

24. （本小题满分 12 分）已知，抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 与 y 轴交于点 C，与 x 轴交于点 A 和点 B（其中点 A 在 y 轴左侧，点 B 在 y 轴右侧），对称轴直线 $x=\frac{3}{2}$ 交 x 轴于点 H.

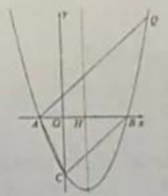
（1）若抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 经过点 (-4，6)，求抛物线的解析式；

（2）如图 1，∠ACB=90°，点 P 是抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 上位于 y 轴右侧的动点，且 $S_{\triangle ABP}=S_{\triangle ABC}$，求点 P 的坐标；

（3）如图 2，过点 A 作 AQ∥BC 交抛物线于点 Q，若点 Q 的纵坐标为 $-\frac{9}{5}c$，求点 Q 的坐标.



第 24 题图 1



第 24 题图 2

2018～2019 学年度第一学期期中试题
九年级数学参考答案

一、　选择题(本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.请将正确答案的标号填在下面的表格中.)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	A	D	B	C	B	C	B	C	B

二、填空题(本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分.把答案填在题中横线上.)

11. (3，-4)；12. $y=x^2-2x$ 等；13. -4；14. $x^2+x+1=91$；15. 20π；16. 1.

三、解答题：(本大题共 8 个小题.共 72 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (1) $x^2-2\sqrt{3}x=0$

解：$x(x-2\sqrt{3})=0$ ………… (2 分)

$x_1=0$，　$x_2=2\sqrt{3}$ ………… (4 分)

(2) $x^2+2x-5=0$

解：$a=1$，$b=2$，$c=-5$ ………… (5 分)

$\Delta=b^2-4ac=4+20=24>0$ ………… (6 分)

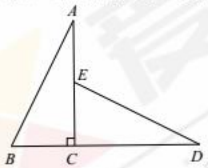
$\therefore x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\dfrac{-2\pm2\sqrt{6}}{2}$ ………… (7 分)

$x_1=-1+\sqrt{6}$，　$x_2=-1-\sqrt{6}$ ………… (8 分)

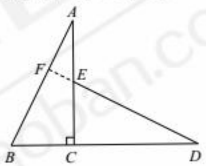
（注：本题其它解法参照评分）

18. 解：(1) 如图 1，△DCE 即为所求；………… (4 分)

（注：图形正确 3 分，交代作图语言 1 分，共 4 分）



第 18 题图 1



第 18 题图 2

(2) $DE\perp AB$，证明如下：

如图 2，延长 DE 交 AB 于点 F

依题意有：$\triangle ABC\cong\triangle DEC$

$\therefore\angle A=\angle D$，$\angle ACB=\angle DCE=90°$ ………… (5 分)

又∵ $\angle AEF=\angle DEC$

$\therefore\angle AFE=\angle DCE=90°$ ………… (7 分)

$\therefore DE\perp AB$ ………… (8 分)

19. 解：设剪去的小正方形的边长为 $x$cm.　………… (1 分)

依题意有：$(10-2x)(6-2x)=32$ ……… (4 分)

整理得：

$x^2-8x+7=0$

解得：　$x_1=7$，　$x_2=1$ ………… (6 分)

又∵7>6，不合题意，故舍 ………… (7 分)

答：剪去的小正方形的边长为 1cm. ………… (8 分)

20. 解：(1) 依题意有：将 (-2，-3)，(-1，-4)，(0，-3) 代入 $y=ax^2+bx+c$

得：$\begin{cases}4a-2b+c=-3\\a-b+c=-4\\c=-3\end{cases}$ ………… (2 分)

解得：$\begin{cases}a=1\\b=2\\c=-3\end{cases}$ ………… (3 分)

∴二次函数的解析式为：$y=x^2+2x-3$ ………… (4 分)

(2) 令 $y=0$ 时，则有：$x^2+2x-3=0$

解得：$x_1=-3$，　$x_2=1$ ………… (5 分)

∴该函数图象与 x 轴两个交点的坐标分别是 (-3，0)，(1，0) ………… (6 分)

(3) 不等式 $ax^2+bx+c+3>0$ 的解集是：$x>0$ 或 $x<-2$. ………… (8 分)

21.（1）证明：如图 1，连接 CD 交 OB 于点 F.

∵CE 为直径

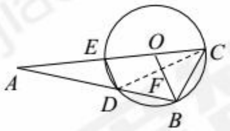
∴$\angle EDC=90°$ …………（1 分）

又∵$DE/\!/OB$

∴$\angle EDC=\angle OFC=90°$ …………（2 分）

即：$OB\perp CD$…………（3 分）

∴$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$ …………（4 分）



第 21 题图 1

（2）如图 2，连接 CD 交 OB 于 F，连接 EF

由（1）证得：$DE/\!/OB$，$OB\perp CD$，点 F 为 CD 中点…………（5 分）

又∵$AE=CE$

∴$EF/\!/AD$，$EF=\dfrac{1}{2}AD=2\sqrt{3}$ ………（6 分）

∴四边形 $BDEF$ 为平行四边形

∴$BF=DE$，$BD=EF=2\sqrt{3}$ …………（7 分）

∵O 为 CE 中点，F 为 CD 中点

∴$OF=\dfrac{1}{2}DE$

∴设 $OF=x$，则 $BF=DE=2x$，$OC=OB=3x$

∵$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$

∴$BC=BD=2\sqrt{3}$

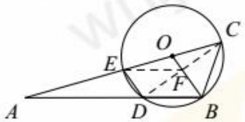
∴$(2\sqrt{3})^2-(2x)^2=(3x)^2-x^2$

解得：$x=\pm1$

∵ $x>0$

∴ $x=1$

∴$OC=3x=3$ …………（8 分）



第 21 题图 2

注：本题两问其它做法参照评分.

22．解：（1）$y=300-10(x-44)$，

即：$y=-10x+740$（$44\leqslant x\leqslant 52$）；…………（3 分）

(注：解析式 2 分，自变量的取值范围 1 分，共 3 分)

（2）依题意有：$(x-40)(-10x+740)=2400$，…………（4 分）

解得 $x_1=50$，$x_2=64$（舍去），…………（5 分）

答：当每本纪念册销售单价是 50 元时，商店每天获利 2400 元；…………（6 分）

（3）$w=(x-40)(-10x+740)$…………（7 分）

$=-10x^2+1140x-29600$

$=-10(x-57)^2+2890$，

∵$a=-10<0$，图象开口向下，当 $x<57$ 时，w 随 x 的增大而增大，…………（8 分）

而 $44\leqslant x\leqslant 52$，

所以当 $x=52$ 时，w 有最大值，最大值为 $-10(52-57)^2+2890=2640$，…………（9 分）

答：将纪念册销售单价定为 52 元时，商店每天销售纪念册获得的利润 w 元最大，最大利润是 2640 元．…………（10 分）

23.（1）证：∵四边形 $ABCD$ 是正方形

∴$AB=AD$，$\angle DAB=\angle D=90°$

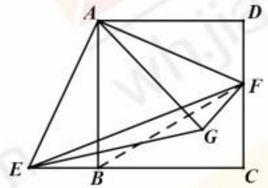
∵$\triangle ABE$ 是$\triangle ADF$ 绕点 A 顺时针旋转 90°而得

∴$AE=AF$，$\angle ADF=\angle ABE=\angle EAF=90°$，$\angle DAF=\angle BAE$

∴$\angle AEF=\angle AFE=45°$，$\angle BAE+\angle AEF+\angle FEC=90°$ …………（2 分）

∴$\angle BAE+\angle FEC=\angle AEF=45°$

∴$\angle DAF+\angle FEC=\angle AEF$…………（3 分）



（2）解：如图，连接 BF.

∵四边形 $ABCD$ 是正方形

∴$AB=BC=CD=5$，$\angle C=90°$

∵$DF=2$

∴$CF=3$

∵$\triangle ABE$ 是$\triangle ADF$ 绕点 A 顺时针旋转 90°而得

∴$\angle DAF=\angle BAE$，$AE=AF$

又∵$\triangle ADF$ 沿 AF 翻折至$\triangle AGF$

∴$AG=AD=AB$，$\angle DAF=\angle GAF=\angle EAB$

∴$\angle GAF+\angle BAG=\angle EAB+\angle BAG$

即：$\angle EAG=\angle BAF$

在$\triangle AEG$ 与$\triangle AFB$ 中，

$\begin{cases} AG=AB \\ \angle EAG=\angle FAB \\ AE=AF \end{cases}$，

∴$\triangle AEG \cong \triangle AFB$（SAS）…………（5分）

∴$EG=FB$

在Rt$\triangle BFC$中，由勾股定理得：

$FB^2=FC^2+BC^2=34$…………（6分）

∴$EG=FB=\sqrt{34}$…………（7分）

（3）$S_{\triangle QEG}$的最大值为：$\dfrac{25}{16}$. …………（10分）

24.（1）解：∵抛物线 $y=\dfrac{1}{2}x^2+bx+c$ 的对称轴为：直线 $x=\dfrac{3}{2}$

∴$-\dfrac{b}{2a}=-b=\dfrac{3}{2}$

∴$b=-\dfrac{3}{2}$ …………（1分）

又∵抛物线 $y=\dfrac{1}{2}x^2+bx+c$ 经过点$(-4，6)$

∴把点$D(-4，6)$代入 $y=\dfrac{1}{2}x^2+bx+c$ 中

得：$c=-8$…………（2分）

∴抛物线解析式为：$y=\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{3}{2}x-8$. …………（3分）

（2）如图1，连接CH.

∵对称轴直线 $x=\dfrac{3}{2}$ 交x轴于点H

∴$AH=BH$，$OH=\dfrac{3}{2}$

又∵$\angle ACB=90°$

∴$CH=\dfrac{1}{2}AB$

设A，B两点的坐标分别为$(x_1，0)$，$(x_2，0)$

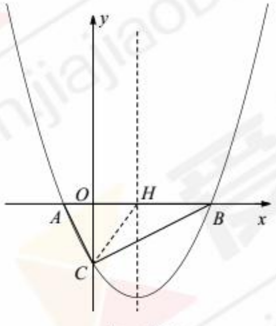
则x_1，x_2是方程$\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{3}{2}x+c=0$的两根

∴$x_1+x_2=3$，　$x_1\cdot x_2=2c$

∴$AB^2=(x_1-x_2)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=9-8c$…………（4分）

∴$CH^2=\dfrac{1}{4}AB^2=\dfrac{9}{4}-2c$

在Rt$\triangle OHC$中，由勾股定理得：



第24题图1

$CH^2=OH^2+OC^2$

则有方程：$c^2+2c=0$

解得：$c=-2$或$c=0$（舍去）…………（5分）

∵$S_{\triangle ABP}=S_{\triangle ABC}$

∴$|y_P|=|y_C|=2$

① 当$y_P=-2$时，点P与点C关于$x=\dfrac{3}{2}$对称

∴P点坐标为（3，-2）…………（6分）

②当$y_P=2$时，$\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{3}{2}x-2=2$

解得：$x=\dfrac{3\pm\sqrt{41}}{2}$

又∵点P在y轴右侧

∴$x=\dfrac{3+\sqrt{41}}{2}$

∴P点坐标为P（$\dfrac{3+\sqrt{41}}{2}$，2）

综上所述：符合条件的点P的坐标为（3，-2）或（$\dfrac{3+\sqrt{41}}{2}$，2）…………（7分）

(3) 解：如图2，设直线BC的解析式为：$y=kx+c$

联立直线 BC 与抛物线的解析式

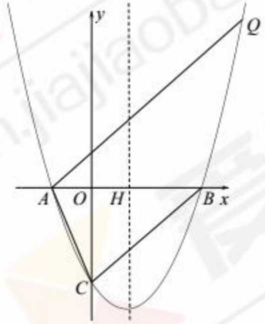
得：$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+c \\ y=kx+c \end{cases}$

则：$\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+c=kx+c$

解得：$x_C=0$，　$x_B=3+2k$

由（2）知 $x_A+x_B=3$

∴　$x_A=-2k$ …………（8 分）



第 24 题图 2

把点 B 的坐标（$3+2k$，0）代入 $y=kx+c$

得：$c=-k(3+2k)=-3k-2k^2$ …………（9 分）

∵ $AQ // BC$，

则设 AQ 解析式为：$y=kx+m$

联立直线 AQ 与抛物线的解析式

得：$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+c \\ y=kx+m \end{cases}$

则：$\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+c=kx+m$

设 A，Q 两点的横坐标分别为 x_A，x_Q

则 x_A，x_Q 是方程 $\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+c=kx+m$ 的两根

∴ $x_A+x_Q=3+2k$，

∵ $x_A=-2k$

∴ $x_Q=3+4k$ …………（10 分）

又∵ $y_Q=-\frac{9}{5}c$，　$c=-3k-2k^2$

则有：$-\frac{9}{5}(-3k-2k^2)=\frac{1}{2}(3+4k)^2-\frac{3}{2}(3+4k)+(-3k-2k^2)$ …………（11 分）

解得：$k_1=0$（舍），$k_2=1$

∴ $c=-3k-2k^2=-5$

∴点 Q 的坐标为（7，9）．…………（12 分）

（注：本题几问其它解法参照评分）