2018—2019 学年度九年级上学期期中测试

数学试卷

（满分 120 分，考试时间 120 分钟）

命题人：杨茜　　审核人：彭毅

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 方程 $5x^2-1=4x$ 化成一般形式后，

A．4，-1　　B．4，1　　C．-4，-1　　D．-4，1

2. 抛物线 $y=(x+1)^2-1$ 的顶点坐标是（　　）

A.（1，1）　　B.（1，-1）　　C.（-1，1）　　D.（-1，-1）

3. 下列交通标志中，是中心对称图形的是（　　）

A.

B.

C.

D.

4. 在抛物线 $y=x^2-4x-4$ 上的一个点是（　　）

A.（4，4）　　B.（3，-1）　　C.（-2，-8）　　D.（-1，1）

5. 关于方程 $x^2-6x-15=0$ 的根，下列说法正确的是（　　）

A. 两实数根的和为-6　　B. 两实数根的积为-15

C. 没有实数根　　D. 有两个相等的实数根

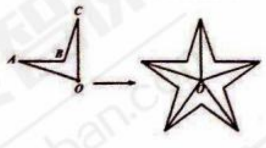
6. 某银行经过最近的两次降息，使一年期存款的年利率由 2.25%降至 1.98%，设平均每次降息的百分率是 x，根据题意，所列方程正确的是（　　）

A．$2.25\%(1-x^2)=1.98\%$　　B．$2.25\%-2.25\%\times 2x=1.98\%$

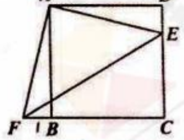
C．$2.25\%(1-x)^2=1.98\%$　　D．$2.25\%(1-x-x^2)=1.98\%$

7. 如图，五角星可以由四边形 $OABC$ 绕着点 O 旋转若干次后生成，若每次旋转角度和旋转方向都相同，则旋转角的度数不可能是（　　）

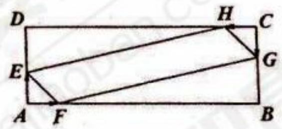
A．72°　　B．108°　　C．144°　　D．216°



第 7 题图



第 8 题图



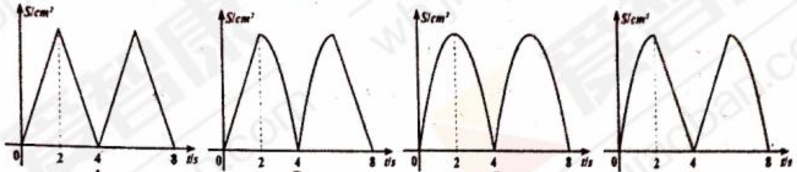
第 9 题图

8. 如图，点 E 是正方形 $ABCD$ 中 CD 上的一点，把△ADE 绕点 A 顺时针旋转 90° 到△ABF 的位置，若四边形 $AECF$ 的面积为 16，$DE=1$，则 EF 的长是（　　）

A．4　　B．5　　C．$2\sqrt{17}$　　D．$\sqrt{34}$

9. 如图，矩形 $ABCD$ 中，$AB=3BC=6$ cm，动点 E 和动点 F 以 1 cm/s 的速度从点 A 出发，分别沿折线 ADC 和折线 ABC 运动到点 C 停止；同时，动点 G 和动点 H 也以 1 cm/s 的速度从点 C 出发，分别沿

折线 CBA 和折线 CDA 运动到点 A 停止．若点 E，F，G，H 同时出发了 t s，记封闭图形 $EFGH$ 的面积为 S cm²，则 S 关于 t 的函数图像大致为（　　）



A．　　B．　　C．　　D．

10. 四位同学研究二次函数 $y = ax^2 + bx + 3$（$a \neq 0$）的图像与性质时，甲发现当 $x = 2$ 时，$y = 2$；乙发现函数的最大值是 4；丙发现 $x = -1$ 是方程 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 的一个根；丁发现函数图像关于直线 $x = 1$ 对称．已知这四个同学中只有一位发现的结论是错误的，则该同学是（　　）

A. 甲　　B. 乙　　C. 丙　　D. 丁

二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. 如果 $x = 2$ 是方程 $x^2 - c = 0$ 的一个根，那么常数 c 的值是________.

12. $x^2 - x +$ _____ $= (x -$ _____$)^2$.

13. 已知点 A（a，5）与点 B（-3，b）关于原点对称，则 $a + b$ 的值是________.

14. 在直角坐标系中，将抛物线 $y = -2x^2 + 4x$ 先向下平移 2 个单位长度，再向左平移 1 个单位长度，所得新抛物线的解析式为________.

15. 已知点 P（m，n）为抛物线 $y = ax^2 - 2ax + b$ 上一点，当 $0 \leqslant m \leqslant 3$ 时，n 的取值范围是 $0 \leqslant n \leqslant 3$，则 b 的值是________.

16. 点 P 是平面直角坐标系中一动点，将点 A（0，4）绕着点 P 顺时针旋转 90° 到点 B，点 B 恰好落在直线 $y = 3x$ 上，当点 P 到原点的距离最小时，点 P 的坐标是________.

三、解答题（共 8 小题，共 72 分）

17.（本题 8 分）解方程 $x^2 - 3x - 2 = 0$

18.（本题 8 分）抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像如图所示，根据图像回答问题．

（1）直接写出 x 满足什么条件时，y 随 x 的增大而增大；

（2）直接写出方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根；

（3）直接写出不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集；

（4）若方程 $ax^2 + bx + c + k = 1$ 没有实数根，直接写出 k 的取值范围．

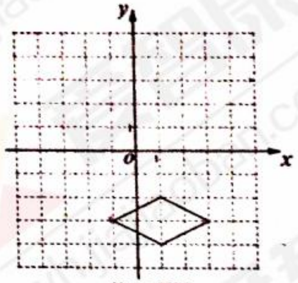
第 18 题图

19.（本题 8 分）在平面直角坐标系中，x 轴下方有一个菱形，如图所示，画图并回答问题.

（1）将 x 轴下方的菱形先向右平移 2 个单位长度，再向上平移 6 个单位长度，画出平移后的图形；

（2）将 x 轴下方的菱形绕着原点顺时针方向旋转 90°，画出旋转后的图形；

（3）在（1）和（2）中画出的两个图形存在一种特殊关系，即一个图形绕着某点旋转一个角度可以得到另一个图形，请直接写出旋转中心的坐标.

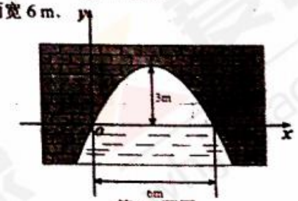


第 19 题图

20.（本题 8 分）如图是抛物线形的拱桥，当拱顶离水面 3 m 时，水面宽 6 m.

（1）建立如图所示的平面直角坐标系，求抛物线的解析式；

（2）如果水面上升 1 m，则水面宽度减少多少米？



第 20 题图

21.（本题 8 分）有一块矩形铁皮，长 12 dm，宽 4 dm，在它的四角各切去一个同样的正方形，然后将四周突出部分折起，制作一个无盖方盒，如果要使制作的无盖方盒的侧面积占矩形铁皮面积的八分之五，设各角切去的正方形的边长为 x dm.

（1）用含 x 的代数式表示，盒底的长为_________dm，盒底的宽为_________dm；

（2）求 x 的值.

第 21 题图

22.（本题 10 分）某商店出售一款商品，商店规定该商品的销售单价不低于 68 元．经市场调查反映，该商品的日销售量 y（件）与销售单价 x（元）之间满足一次函数关系．关于该商品的销售单价，日销售量，日销售利润的部分对应数据如下表：[注：日销售利润 = 日销售量×（销售单价 − 成本单价）]

销售单价 x（元）	75	78	82
日销售量 y（件）	150	120	80
日销售利润 w（元）	5250	4560	m

（1）求 y 关于 x 的函数关系式，并直接写出自变量的取值范围；

（2）①根据以上信息，填空：

该产品的成本单价是________元，表中 m 的值是________；

②求 w 关于 x 的函数关系式；

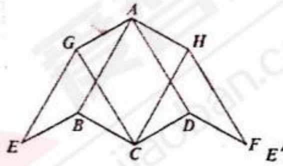
（3）求该商品日销售利润的最大值.

23.（本题 10 分）在四边形 $ABCD$ 中，$AB=AD$，$\angle BAD=60°$，边 BC 绕点 B 顺时针旋转 $120°$ 得到 BE，边 DC 绕点 D 逆时针旋转 $120°$ 得到 DF，四边形 $ABEG$ 和四边形 $ADFH$ 为平行四边形.

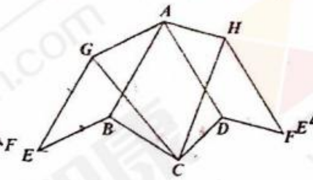
（1）如图 1，若 $BC=CD$，$\angle BCD=120°$，则 $\angle GCH=$ ________°；

（2）如图 2，若 $BC\neq CD$，探究 $\angle GCH$ 的大小是否发生变化，并证明你的结论；

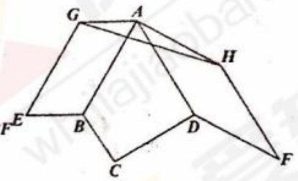
（3）如图 3，若 $\angle BCD=\angle ADC=90°$，$AB=2\sqrt{2}$，请直接写出 $\triangle AGH$ 的周长.



第 23 题图 1



第 23 题图 2



第 23 题图 3

24.（本题 12 分）已知抛物线 $y=ax^2-x+c$ 的对称轴为直线 $x=-1$，与 x 轴交于点 A（-4，0）和点 B，与 y 轴交于点 C，点 D（m，n）为坐标系中一点，点 O 为坐标原点.

（1）求抛物线的解析式；

（2）若 $m=0$，$\angle DAB=\angle BCO$，射线 AD 与抛物线交于点 H，请画出图形，求出点 H 的坐标；

（3）若 $n=5$，$m\neq -1$，直线 DE 和 DF（不与 x 轴垂直）都与抛物线只有一个公共点，DE 和 DF 分别与对称轴交于点 M，N，点 P 为对称轴上（M，N 下方）一点，当 $PD^2=PM\cdot PN$ 时，请画出图形，求出点 P 的坐标.

武昌 区九年级武珞路数学期中考试答案（第 1 页）

1-10. CDADB CBDDA

11-16. $\underline{4}$ $\underline{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}}$ $\underline{-2}$ $\underline{y=-2x^2}$ $\underline{\frac{3}{4}或\frac{9}{4}}$ $\underline{(-\frac{6}{5}, \frac{12}{5})}$

17. $x_1=\frac{3+\sqrt{17}}{2}$. $x_2=\frac{3-\sqrt{17}}{2}$

18. (1) $x\geq 1$ (2) $x_1=-1$. $x_2=3$ (3) $-1<x<3$ (4) $k>5$

19. 略. (3). 旋转中心：$(-2,4)$

20. (1) $y=-\frac{1}{3}(x-3)^2+3$ 或 $y=-\frac{1}{3}x^2+2x$ (2) $6-2\sqrt{6}$.

21. (1) $\underline{12-2x}$, $\underline{4-2x}$. (2) $x=\frac{3}{2}$（注. $x=\frac{5}{2}$舍去）

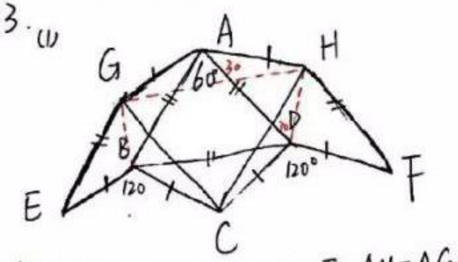
22. (1) $y=-10x+900$ $(68\leq x\leq 90)$

(2) ① $\underline{40}$ $\underline{3360}$ ② $\underline{w=-10(x-65)^2+6250}$.

(3). ∵ $68\leq x\leq 90$. $x\geq 65$ 时. w 随 x 增加而减小.

故. $x=68$ 时. 有 w 最大值 为：6160.

23. (1)



解：易知 $BE=BC=CD=DF=AH=AG$

易知 $\angle ABC=\angle ADC=90°$.

$\therefore \angle ABE=360°-90°-120°=150°=\angle ADF$.

$\therefore \angle E=\angle GAB=\angle F=\angle DAH=30°$.

$\because HA=CD \quad DB=AD.\ \angle BDC=\angle DAH=30°$.

$\therefore \triangle HAD\cong\triangle CDB(SAS)$

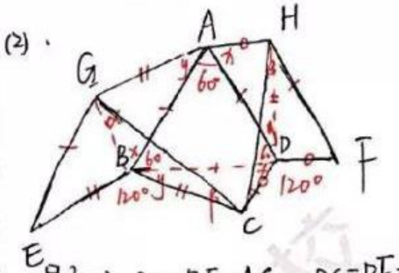
$\therefore DH=BC=AH.\ \therefore \angle HAD=\angle HDA=30°$.

$\therefore \angle HDC=30°+60°+30°=120°$. 又 $\because DH=DC$

$\therefore \angle DCH=30°$. 同理 $\angle GCB=30°$.

$\therefore \angle GCH=\angle BCD-2\times30°=60°$

(2)



易知：$BC=BE=AG.\ DC=DF=AH$.

$GE=AB=AD=HF.\quad AB=AD=BD$.

$\because \angle ADB+\angle CDF=60°+120°=180°$.

$\therefore \angle BDC+\angle ADF=180°$. 又 $\because AH/\!/DF$.

$\therefore \angle HAD+\angle ADF=180°$. $\therefore \angle BDC=\angle DAH$

同理 $\angle DBC=\angle GAB$.

$\therefore \triangle HAD\cong\triangle CDB\ (SAS)$. $\therefore DH=BC=AG$

同理：$\triangle GAB\cong\triangle CBD(SAS)$.

$\therefore BG=CD=AH$.

$\therefore \angle GBA=\angle BDC=\angle DAH=x$.

$\angle GAB=\angle DBC=\angle ADH=y$.

$\therefore \triangle CGB\cong\triangle HCD\ (SAS)$.

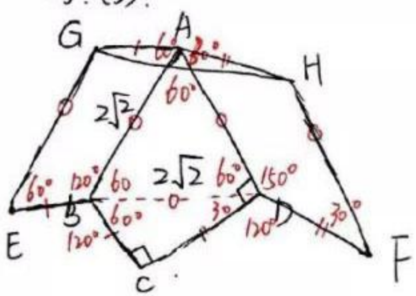
$\therefore \angle HCD=\angle BGC=\alpha.\quad \angle BCG=\angle CHD=\beta$.

在 $\triangle CDH$ 中：$\alpha+\beta+x+y+60°=180°$.

$\therefore$ 在 $\triangle BCD$ 中：$\angle GCH=180°-(\alpha+\beta+x+y)$

$\angle GCH=60°$

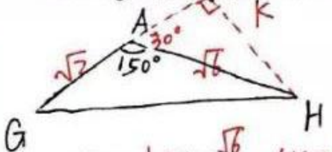
23. (3).



$AB=BD=2\sqrt{2}$.

$\therefore BC=\sqrt{2}$, $CD=\sqrt{6}$.

$BC=BE=AG=\sqrt{2}$. $CD=DF=AH=\sqrt{6}$



$HK=\frac{1}{2}AH=\frac{\sqrt{6}}{2}$. $AK=\sqrt{3}HK=\frac{3}{2}\sqrt{2}$.

$GH=\sqrt{GK^2+KH^2}=\sqrt{(\frac{5}{2}\sqrt{2})^2+(\frac{\sqrt{6}}{2})^2}$

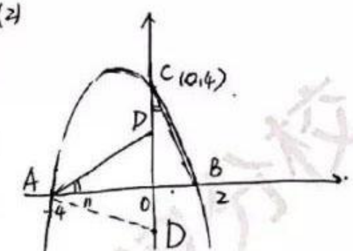
$GH=\sqrt{14}$

$\therefore$ $\triangle AGH$周长：$\sqrt{2}+\sqrt{6}+\sqrt{14}$.

24.

(1) $y=-\frac{1}{2}x^2-x+4$.

(2)



易证 $\triangle DAO \cong \triangle BCO$ (ASA).

$\therefore OD=OB=2$

$\therefore D(0,2)$ 或 $(0,-2)$

1° AD : $y=\frac{1}{2}x+2$

$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+2 \\ y=-\frac{1}{2}x^2-x+4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1=-4 \\ y_1=0 \end{cases} \begin{cases} x_2=1 \\ y_2=\frac{5}{2} \end{cases}$

$\therefore H(1, \frac{5}{2})$

2° AD: $y=-\frac{1}{2}x-2$

$\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x-2 \\ y=-\frac{1}{2}x^2-x+4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1=-4 \\ y_1=0 \end{cases} \begin{cases} x_2=3 \\ y_2=-\frac{7}{2} \end{cases}$

$\therefore H(3, -\frac{7}{2})$

24.(3). 设DE.DF: $y=kx+b$.

过 D$(m,5)$代入: $5=km+b$. $b=5-km$.

$$\begin{cases} y=kx+5-km \\ y=-\frac{1}{2}x^2-x+4 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}x^2+(k+1)x+1-km=0$$

$$\Delta=(k+1)^2-2(1-km)=0$$

$$\therefore k^2+(2m+2)k-1=0$$

$$k_1=-m-1+\sqrt{m^2+2m+2}$$

$$k_2=-m-1+\sqrt{m^2+2m+2}.$$

~~设P(-1,y)~~

设 P$(-1,h)$. DE: $y=k_1x+5-k_1m$

DF: $y=k_2(x-m)+5$

令 $x=-1$. $y_1=k_1(-1-m)+5$. $y_2=k_2(-1-m)+5$

$\therefore M(-1,\ k_1(-1-m)+5)$. $N(-1,\ k_2(-1-m)+5)$

$\therefore PM=y_M-y_P=k_1(-1-m)+5-h$

$=(m+1)(m+1-\sqrt{m^2+2m+2})+5-h$

$PN=y_N-y_P=-k_2(m+1)+5-h$

$=(m+1)(m+1+\sqrt{m^2+2m+2})+5-h$

$\therefore PM\cdot PN=\left[(m+1)^2+5-h-(m+1)\sqrt{m^2+2m+2}\right]\cdot\left[(m+1)^2+5-h+(m+1)\sqrt{m^2+2m+2}\right]$

$=\left[(m+1)^2+(5-h)\right]^2-(m+1)^2(m^2+2m+2)$

$=(m+1)^4+2(m+1)^2(5-h)+(5-h)^2-(m+1)^2\left[(m+1)^2+1\right]$

$=(m+1)^4+2(m+1)^2(5-y)+(5-h)^2-\left[(m+1)^4-(m+1)^2\right]$

$=(m+1)^2(9-2h)+(5-h)^2$

$PD^2=(m+1)^2+(5-h)^2$

$\therefore (m+1)^2(9-2h)+(5-h)^2=(m+1)^2+(5-h)^2$

$\therefore 9-2h=1$.

$h=4$.

$\therefore P(-1,4)$.