2019～2020学年武汉市高一下期中数学模拟试卷

一、选择题（每小题5分，共60分）

1 已知$A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x|x<1\}$，求$A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=$（　）．

A. $\{x|x>1\}$　　B. $\{x|x\geqslant 1\}$　　C. $\{x|1<x\leqslant 2\}$　　D. $\{x|1\leqslant x\leqslant 2\}$

答案　D

解析　$\because B=\{x|x<1\}$，

$\therefore \complement_{\mathbf{R}}B=\{x|x\geqslant 1\}$．

又$\because A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 2\}$，

$\therefore A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=\{x|1\leqslant x\leqslant 2\}$．

故选$\mathbf{D}$．

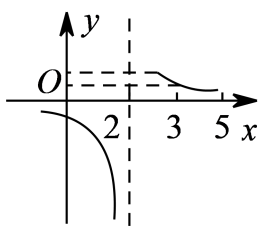
2 函数$y=\dfrac{1}{x-2}$的定义域是$(-\infty,2)\cup[3,5)$，其值域是（　）．

A. $(-\infty,0)\cup\left(\dfrac{1}{3},1\right]$　　B. $(-\infty,1)$　　C. $\left(-\infty,\dfrac{1}{3}\right)\cup[1,+\infty)$　　D. $(0,+\infty)$

答案　A

解析　$\because y=\dfrac{1}{x-2}$在$(-\infty,2)$和$(2,+\infty)$上单调递减．

当$x\in(-\infty,2)\cup[3,5)$时图象如下：



$\therefore$值域是$y\in(-\infty,0)\cup\left(\dfrac{1}{3},1\right]$．

学而思爱智康 学习咨询：4000-121-121

3 下列$y=x$相等的函数是（　）．

A. $y=(\sqrt{x})^2$　　B. $y=\log_2 2^x$　　C. $y=2^{\log_2 x}$　　D. $y=\sqrt{x^2}$

答案　B

解析　$\because y=x$定义域为$(-\infty,+\infty)$，值域为$(-\infty,+\infty)$．

A选项，$y=(\sqrt{x})^2$，定义域为$x\in[0,+\infty)$，故定义域不同．

B选项，定义域为$(-\infty,+\infty)$，值域为$(-\infty,+\infty)$．

C选项，定义域为$(0,+\infty)$，故定义域不同．

D选项，值域为$[0,+\infty)$，故值域不同．

4 设$a=3^{0.1}$，$b=\lg 5-\lg 2$，$c=\log_3\dfrac{9}{10}$，则a，b，c的大小关系是（　）．

A. $b>c>a$　　B. $a>c>b$　　C. $b>a>c$　　D. $a>b>c$

答案　D

解析　$\because a=3^{0.1}>1$，

$0<b=\lg 5-\lg 2=\lg\dfrac{5}{2}<1$，

$c=\log_3\dfrac{9}{10}<0$，

$\therefore a>b>c$．

5 若函数$f(x)=3^{|2x-m|}$（m为常数）在$[3,+\infty)$上是增函数，则m的取值范围是（　）．

A. $[3,+\infty)$　　B. $(3,+\infty)$　　C. $(-\infty,6]$　　D. $(-\infty,6)$

答案　C

解析　$\because f(x)=3^{|2x-m|}$在$[3,+\infty)$上是增函数，$y=3^x$在$[3,+\infty)$是增函数，

$\therefore g(x)=|2x-m|$在$[2,+\infty)$上是增函数，

$\therefore 2\times 3-m\geqslant 0$，

$m\leqslant 6$，

$\therefore m \in (-\infty, 6]$.

6 设$f(x)=ax^2+bx+2$是定义在$[a+1,2]$上的偶函数，则$f(x)$的值域为（　）.

A. $[-10,2]$　　B. $[-12,0)$

C. $[-12,2]$　　D. 与a、b有关不能确定

答案　A

解析　$\because f(x)=ax^2+bx+2$是定义在$[a+1,2]$上的偶函数，

则$\begin{cases} a+1=-2 \\ b=0 \end{cases}$，

解得$\begin{cases} a=-3 \\ b=0 \end{cases}$.

$\therefore f(x)=-3x^2+2$，开口向上，对称轴为y轴，

$\therefore f(x)_{\max}=f(0)=2$，

$f(x)_{\min}=f(2)=f(-2)=-10$，

$\therefore f(x)$的值域为$[-10,2]$.

7 已知函数$f(x)$的定义域为$\mathbf{R}$，当$x>0$时$f(x)=\lg x$，则不等式$xf(x)\leqslant 0$的解集为（　）.

A. $[-1,0)\cup(0,1]$　　B. $[-1,1]$

C. $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$　　D. $(-\infty,-1]\cup\{0\}\cup[1,+\infty)$

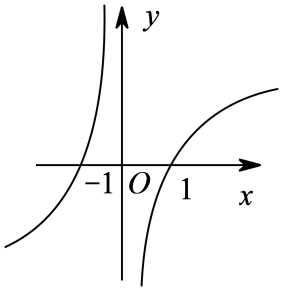
答案　B

解析　$\because f(x)$为奇函数，$x>0$时，$f(x)=\lg x$.

$\therefore$当$x<0$时，$f(x)=-f(-x)=-lg(-x)$，

$\therefore f(x)=\begin{cases} \lg x, x>0 \\ 0, x=0 \\ -\lg(-x), x<0 \end{cases}$，

$\therefore f(x)$的图象如图：



∴当$xf(x)\leqslant 0$时，$x\in[-1,1]$．

8 已知函数$f(x)=\log_a(x^2-ax+5)$（$a>0$且$a\neq 1$）满足对任意实数x_1，x_2，当$x_1<x_2<\frac{a}{2}$时，$f(x_2)-f(x_1)<0$，则实数a的取值范围是（　）．

A. $(1,2\sqrt{5})$　　B. $(-2\sqrt{5},2\sqrt{5})$　　C. $(1,+\infty)$　　D. $(0,1)$

答案　A

解析　令$g(x)=x^2-ax+5$，开口向上，对称轴为$x=\frac{a}{2}$．

∵$x_1<x_2<\frac{a}{2}$在对称轴左侧，单调递减，

又$f(x_2)-f(x_1)<0$，则$f(x)$递减，

∴$a>1$．

∵$f(x)=\log_a(x^2-ax+5)$对任意实数均有定义，

∴$x^2-ax+5>0$对$x\in\mathbf{R}$恒成立，

∴$\Delta=a^2-2a<0$，

∴$-2\sqrt{5}<a<2\sqrt{5}$，

∴综上$1<a<2\sqrt{5}$．

9 若函数$f(x)=a\mathrm{e}^{-x}-\mathrm{e}^{x}$为奇函数，则$f(x-1)<\mathrm{e}-\frac{1}{\mathrm{e}}$的解集为（　）．

A. $(-\infty,0)$　　B. $(-\infty,2)$　　C. $(2,+\infty)$　　D. $(0,+\infty)$

答案　D

解析　∵$f(x)=a\cdot\mathrm{e}^{-x}-\mathrm{e}^{x}$为奇函数，

∴$f(0)=a-1=0$，

$\therefore a=1$，

$\therefore f(x)=\mathrm{e}^{-x}-\mathrm{e}^{x}=\dfrac{1}{\mathrm{e}^{x}}-\mathrm{e}^{x}$为减函数．

$\because f(-1)=\mathrm{e}-\dfrac{1}{\mathrm{e}}$，

$\therefore f(x-1)<e-\dfrac{1}{\mathrm{e}}=f(-1)$，

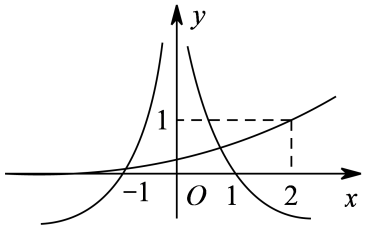
$\therefore x-1>-1$，

$\therefore x>0$，

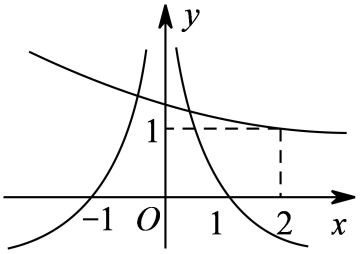
$\therefore x\in(0,+\infty)$．

10 已知$f(x)=a^{x-2}$，$g(x)=\log_a|x|(a>0,a\neq 1)$，若$f(4)\cdot g(-4)<0$，则$y=f(x)$，$y=g(x)$在同一坐标系内的大致图象是（　）．

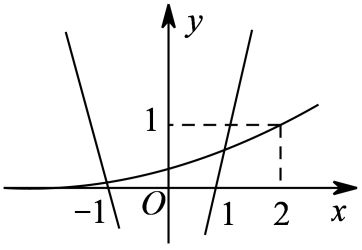
A.



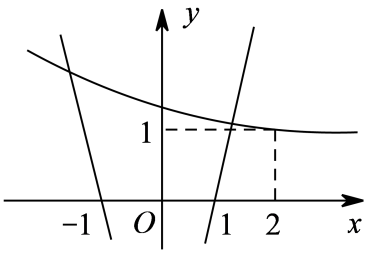
B.



C.



D.



答案　B

解析　$\because f(4)\cdot g(-4)=a^{2}\cdot\log_a|-4|<0$，

$\therefore\log_a 4<0$，

$\therefore 0<a<1$，

$\therefore f(x)=a^{x-2}$是函数$y=a^{x}$向右平移2个单位，且递减．

$g(x)=log_a|x|$为偶函数，且在$(0,+\infty)$单调递减．

11 设方程$10^{x}=|\lg(-x)|$的两根分别为x_1、x_2，则（　）．

A. $x_1x_2<0$　　B. $x_1x_2=1$　　C. $x_1x_2>1$　　D. $0<x_1x_2<1$

答案　D

解析　设方程的两根为x_1，$x_2x_1<x_2$，

有：$10^{x_1}=\lg(-x_1)$，$10^{x_2}=-\lg(-x_2)$，

$\therefore \lg(x_1x_2)=10^{x_1}-10^{x_2}<0$，得到两根相乘小于1．

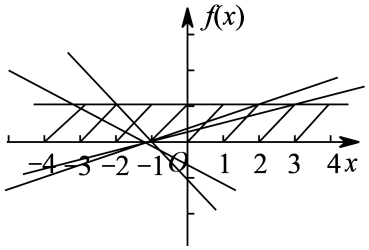
12　已知函数$f(x)=x-[x]$，其中$[x]$表示不超过x的最大整数，若关于x的方程$f(x)=kx+k$有三个不同的实数根，则k的取值范围是（　）．

A. $\left[-1,-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right]$　　B. $\left(-1,-\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right)$

C. $\left[-\frac{1}{3},-\frac{1}{4}\right)\cup\left(\frac{1}{2},1\right]$　　D. $\left(-\frac{1}{3},\frac{1}{4}\right]\cup\left[\frac{1}{2},1\right)$

答案　B

解析　作$f(x)=x-[x]$,$f(x)$图象如图所示：



令$g(x)=kx+k$是过定点$(-1,0)$的直线．

当$f(x)=kx+k$有3个不同实数根时，如图．

当$x=3$时，$g(3)=3k+k=4k\geqslant 1$，解得$k\geqslant\frac{1}{4}$．

当$x=2$时，$g(2)=2k+k=3k<1$，解得$k<\frac{1}{3}$．

当$x=-2$时，$g(-2)=-2k+k=-k<1$，解得 $k>-1$．

当$x=-3$时，$g(-3)=-3k+k=-2k\geqslant 1$，解得$k\leqslant-\frac{1}{2}$．

$\therefore$综上所述$k\in\left(-1,-\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right)$．

二、填空题（每小题5分，共20分）

13 设集合$A=\{x\in\mathbf{N}\,|\,x<2\}$，$B=\{y\,|\,y=x^2-1x\in A\}$，$C=\{x\,|\,x\in A$或$x\in B\}$，则集合$C$的真子集有_____．

答案 7

解析 $\because A=\{0,1\}$，$B=\{-1,0\}$，

$\therefore C=\{-1,0,1\}$，

$\therefore C$的真子集有$2^3-1=7$个．

14 若$x\log_2 3=1$，则$3^x+9^x=$_____．

答案 6

解析 $\because x\log_2 3=1$，

$\therefore x=\log_3 2$，

$\therefore 3^x=2$，$9^x=4$，

$\therefore 3^x+9^x=6$．

15 已知函数$g(x)=\log_3(2x+b)$的图象过原点，函数$f(x)=x^2-ax+b$的图象在区间$\left(\frac{1}{2},3\right)$上与$x$有交点，则实数$a$的取值范围是_____．

答案 $\left[2,\frac{10}{3}\right)$

解析 由题意$g(0)=0$，

$\therefore \log_3 b=0$，

$\therefore b=1$．

$\therefore f(x)=x^2-ax+1$．

$\because f(x)$在$\left(\frac{1}{2},3\right)$上与$x$轴有交点，

即$x^2-ax+1=0$在$\left(\frac{1}{2},3\right)$上有解．

学而思爱智康 学习咨询：4000-121-121

变形得$a=x+\frac{1}{x}$，

令$h(x)=x+\frac{1}{x}$，在$(0,1)$上单调减，在$(1,+\infty)$单调增．

又$h\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{2}$，$h(1)=2$，$h(3)=\frac{10}{3}$，

$\therefore a\in\left[2,\frac{10}{3}\right)$．

16 已知函数$f(x)=ax^2+bx+c(a\neq 0)$且关于x的方程$f(x)=x$无实根．下列说法正确的是_____．

①关于x的方程$f(f(x))=x$也一定无实根．

②若$a>0$，则不等式$f(f(x))>x$对一切实数x都成立．

③若$a<0$，则一定存在$x_0\in\mathbf{R}$使$f(f(x))>x_0$．

④若$a+b+c=0$，则不等式$f(f(x))<x$对一切实数都成立．

答案 ①②④

解析 $\because f(x)=ax^2+bx+c(a\neq 0)$和$y=x$图象连续，

$\therefore a>0$时，$f(x)>x$恒成立．

$a<0$时，$f(x)<x$恒成立，

即$a>0$时，$f(x)-x>0$，

$a<0$时，$f(x)-(x)<0$，

令$g(x)=f(x)-x$．

①$\because -g(x)\neq g[f(x)]$

即$-f(x)+x\neq f[f(x)]-f(x)$，

$\therefore f[f(x)]\neq x$，①正确．

②$a>0$时，$g(x)>0$恒成立，$\therefore g[f(x)]>-g(x)$，

即$f[f(x)]-f(x)>-f(x)+x$

$f[f(x)]>x$恒成立．②正确．

③由②同理得，$a<0$时，$f[f(x)]<x$恒成立，③错误．

④$\because a+b+c=0$即$f(1)=0$，$\therefore a<0$，$\therefore f[f(x)]<x$恒成立．④正确．

三、解答题（18题-22题12分，17题10分，共70分）

17 解答：

（1）已知$0<x<1$，且$x+x^{-1}=3$，求$\dfrac{x^2+x^{-2}+1}{x^{\frac{1}{2}}-x^{-\frac{1}{2}}}$的值．

（2）求值$27^{\frac{2}{3}}-2^{\log_2 3}\times\log_2\dfrac{1}{8}+\log_2 3\times\log_3 4$．

答案 （1）-8．

（2）$11+3\sqrt{3}$．

解析 （1）$\because x+\dfrac{1}{x}=3$，

$\therefore x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2=7$．

$\because\left(x^{\frac{1}{2}}-x^{-\frac{1}{2}}\right)^2=x+x^{-1}-2=1$．

$\because x\in(0,1)$，

$\therefore x^{\frac{1}{2}}-x^{-\frac{1}{2}}=-1$，

$\therefore$原式$=\dfrac{7+1}{-1}=-8$．

（2）原式$=(3^3)^{\frac{2}{3}}-2^{\log_2(\sqrt{3})^2}\times(-3)+\log_2 3\times 2\log_3 2$

$=9+3\sqrt{3}+2$

$=11+3\sqrt{3}$．

18 已知集合$A=\left\{x\left|y=\lg\dfrac{5-x}{x+1}\right.\right\}$，$B=\{x\,|x^2-2x-m<0,x\in\mathbf{R}\}$．

（1）$m=3$时，求$A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)$．

（2）若$A\cap B=\{x\,|-1<x<4\}$，求实数m的值．

答案 （1）$A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=[3,5)$．

（2）$m=8$．

解析 （1）$\because\dfrac{5-x}{x+1}>0$，

$\therefore(5-x)(x+1)>0$

$\therefore x\in(-1,5)$

$\therefore A=\{x\,|-1<x<5\}$．

当$m=3$时，$B=\{x\,|-1<x<3\}$，

学而思爱智康 学习咨询：4000-121-121

$\therefore A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=[3,5)$.

（2）$\because A\cap B=(-1,4)$，且$A=(-1,5)$.

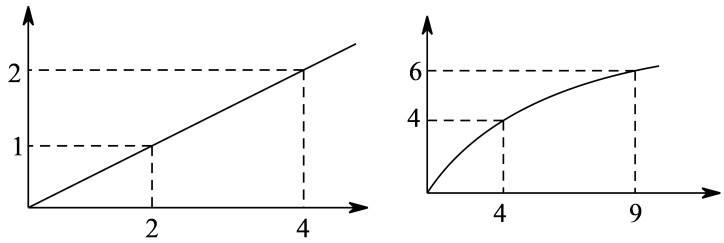
$\therefore$设$x^2-2x-m=0$的两根为x_1，x_2 .

$\therefore x_1\leqslant -1$，$x_2=4$.

$\therefore m=-x_1x_2$，$x_1+x_2=2$，

$\therefore m=8$.

19 某企业生产A、B两种产品，根据市场调查预测，知A产品的利润与投资成正比，关系如图（1）；B产品的利润与投资算术平方根成正比，关系如图（2）.



(1)　　(2)

（1）分别将A、B两种产品的利润表示为投资的函数关系.

（2）该企业已筹集到10万元资金，并全部投入A、B两种产品的生产，问怎样分配这10万元资金才能使企业获得最大利润，最大利润为多少万元？

答案　（1）$A:y=\frac{1}{2}x(x\geqslant 0)$；$B:y=2\sqrt{x}(x\geqslant 0)$.

（2）A分配6万元，B分配4万元时，利润最大为7万元.

解析　（1）由图象可得$A:y=\frac{1}{2}x(x\geqslant 0)$，

设$B:y=k\sqrt{x}$，把$(4,4)$代入，得$k=2$，

$\therefore B:y=2\sqrt{x}(x\geqslant 0)$.

（2）设利润为w，A分配t万元，则B分配$(10-t)$万元.

$w=\frac{t}{2}+2\sqrt{10-t}(0\leqslant t\leqslant 10)$.

设$m=\sqrt{10-t}$，则$t=-m^2+10$，$(0\leqslant m\leqslant\sqrt{10})$.

$\therefore w=\frac{10-m^2}{2}+2m$

$=-\frac{1}{2}m^2+2m+5$.

$\therefore$当$m=2$时，$w_{\max}=7$.

答：A分配6万元，B分配4万元时，利润最大为7万元．

20 已知函数$f(x)=\dfrac{2^x-1}{2+2^{x+1}}$．

（1）判断$f(x)$的奇偶性．

（2）若不等式$\dfrac{1}{\frac{1}{2}-f(x)}<4^x+m$恒成立，求实数$m$的取值范围．

答案 （1）$f(x)$为奇函数．

（2）$m>\dfrac{5}{4}$．

解析 （1）$\because f(x)=\dfrac{2^x-1}{2+2^{x+1}}$，$x\in\mathbf{R}$关于原点对称．

$f(-x)=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2^{-x}-1}{2^{-x}+1}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1-2^x}{1+2^x}=-f(x)$，

$\therefore f(x)$为奇函数．

（2）令$g(x)=\dfrac{1}{\frac{1}{2}-f(x)}$，$t=2^x$，$t\in(0,+\infty)$，

$f(t)=\dfrac{t-1}{2+2t}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{-2}{2+2t}$，

$\therefore t+1<t^2+m$，

$\therefore t^2-t+m-1>0$，

$\therefore\Delta=1-4(m-1)<0$，

解得$m>\dfrac{5}{4}$．

21 设函数$f(x)=\dfrac{2x^2}{x+1}$，$g(x)=ax+5-2a(a>0)$．

（1）判断并证明$f(x)$在$[0,1]$上的单调性．

（2）若对于任意的$x_1\in[0,1]$，总在$x_0\in[0,1]$，使得$g(x_0)=f(x_1)$成立，求a的取值范围．

答案 （1）$f(x)$在$[0,1]$上单调递增．

（2）$\dfrac{5}{2}\leqslant a\leqslant 4$．

解析 （1）在$[0,1]$上任取x_1，x_2，且$0\leqslant x_2<x_1\leqslant 1$．

则$f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{2x_1^2}{x_1+1}-\dfrac{2x_2^2}{x_2+1}$

$=\dfrac{2x_1^2x_2+2x_1^2-2x_1x_2^2-2x_2^2}{(x_1+1)(x_2+1)}=\dfrac{2(x_1+x_2)(x_1x_2+x_1-x_2)}{(x_1+1)(x_2+1)}$

学而思爱智康 学习咨询：4000-121-121

$\because 0 \leqslant x_2 < x_1 \leqslant 1$，

$\therefore x_1 + x_2 > 0$，$x_1 x_2 + x_1 - x_2 > 0$，$(x_1+1)(x_2+1) > 0$

则$f(x_1) - f(x_2) > 0$，即$f(x_1) > f(x_2)$，

$\therefore f(x)$在$[0,1]$上单调递增．

（2）$\because f(x)$在$[0,1]$上单调递增．

$\therefore$当$x_1 \in [0,1]$时，$f(x) \in [0,1]$．

$\because a > 0$，$\therefore g(x)$在$[0,1]$上单调递增．

$\therefore g(x_0) \in [5-2a, 5-a]$，

$\therefore$要使对于任意的$x \in [0,1]$，总存在$x_0 \in [0,1]$使得$g(x_0) = f(x_1)$成立．

则$f(x_1)$的范围包含$g(x_0)$范围．

$\therefore \begin{cases} 5-2a \leqslant 0 \\ 5-a \geqslant 1 \end{cases}$，

解得$\frac{5}{2} \leqslant a \leqslant 4$．

22 若在定义域内存在实数x_0使$f(x_0+1) = f(x_0) + f(1)$成立，则称函数有“漂移点”x_0．

（1）函数$f(x) = \frac{1}{x}$是否有漂移点？请说明理由．

（2）证明函数$f(x) = x^2 + 2^x$在$(0,1)$上有漂移点．

（3）若函数$f(x) = \lg \frac{a}{x^2+1}$在$(0,+\infty)$上有漂移点，求实数$a$的取值范围．

答案 （1）函数$f(x) = \frac{1}{x}$没有漂移点．

（2）证明见解析．

（3）$3 - 3\sqrt{5} \leqslant a < 2$．

解析 （1）$f(x_0+1) = f(x_0) + f(1)$

$\therefore \frac{1}{x_0+1} = \frac{1}{x_0} + 1$，整理得$x_0^2 + x_0 + 1 = 0$．

$\because$此方程无解，

$\therefore$函数$f(x) = \frac{1}{x}$没有漂移点．

（2）令$f(x_0+1) = f(x_0) + f(1)$

则$(x_0+1)^2 + 2^{x_0+1} = x_0^2 + 2^{x_0} + 3$，

整理得$2^{x_0} + 2x_0 - 2 = 0$，

令$g(x) = 2^x + 2x - 2$，

则$g(0)=2^0+0-2=-1<0$，

$g(1)=2^1+2-2=2>0$，

$\therefore g(0)\times g(1)<0$，

$\therefore g(x)$在$(0,1)$上有零点．

即$f(x_0+1)=f(x_0)+f(1)$在$(0,1)$上有解．

$\therefore$函数$f(x)=x^2+2^x$在$(0,1)$上有漂移点．

（3）令$f(x_0+1)=f(x_0)+f(1)$

则$\lg\dfrac{a}{x_0^2+1}+\lg\dfrac{a}{2}=\lg\dfrac{a}{(x_0+1)^2+1}$

即$\lg\dfrac{a}{(x_0+1)^2+1}\cdot\dfrac{x_0^2+1}{a}\cdot\dfrac{2}{a}=0$，

$\therefore\dfrac{2(x_0^2+1)}{a(x_0^2+2x_0+2)}=1$，整理的$(2-a)x_0^2-2ax_0+2-2a=0$，

要使$f(x)$在$(0,+\infty)$上有漂移点，

则$(2-a)x_0^2-2ax_0+2-2a=0$在$(0,+\infty)$上有解．

当$a\leqslant 0$时，$f(x)$无意义，$\therefore a>0$．

令$g(x)=(2-a)x^2-2ax+2-2a$．

①当$a=2$时，$g(x)=-4x-2$，

令$g(x)=0$，得$x=-\dfrac{1}{2}$（舍）．

②当$a>2$时，$g(0)<0$．

$\because$抛物线开口向下，对称轴在y轴左侧．

$\therefore g(x)$在$(0,+\infty)$上无零点．

③当$a<2$时，

抛物线开口向上，对称轴在y轴右侧．

要使$g(x)$在$(0,+\infty)$上有零点．

$\therefore\Delta\geqslant 0$，

$\Delta=(-2a)^2-4(2-a)(2-2a)\geqslant 0$

解得$3-\sqrt{5}\leqslant a\leqslant 3+\sqrt{5}$．

$\therefore$综上$3-3\sqrt{5}\leqslant a<2$．

你想要的资料都在这里！
长按识别二维码