2018~2019学年湖北省武汉市江汉区武汉二中高一上学期期中数学试卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分

1 已知集合$A=\{x|y=\lg(x-1)\}$，$B=\{y|y=\lg(x-1)\}$，则$A\cup B=$（　）.

A. $\varnothing$　　B. $(1,+\infty)$　　C. $\mathbf{R}$　　D. $(0,+\infty)$

2 下列各式中，正确的个数为（　）.

①$0=\{x|x^2=0\}$；

②$\{1,2\}\subseteq\{x|x^2-3x+2=0\}$；

③$1\notin\{x|x^2-5x-6>0\}$.

A. 3　　B. 2　　C. 1　　D. 0

3 下列各组函数中，表示同一个函数的是（　）.

A. $y=1$与$y=x^0$　　B. $y=x$与$y=(\sqrt{x})^2$

C. $y=2\log_2 x$与$y=\log_2 x^2$　　D. $y=x^2$与$y=\sqrt[3]{x^6}$

4 已知函数$f(x)$的定义域为$(-1,4]$，则函数$f(|x|-1)$的定义域为（　）.

A. $[-5,0)\cup(0,5]$　　B. $[-5,5]$　　C. $(-1,4]$　　D. $(0,3]$

5 已知函数$f(x)=x-\mathrm{e}^{-x}$的部分函数值如下表所示：

x	1	0.5	0.75	0.625	0.5625
$f(x)$	0.6321	-0.1065	0.2776	0.0897	-0.007

那么函数$f(x)$的一个零点近似值（精确度为0.1）为（　）.

A. 0.45　　B. 0.57　　C. 0.78　　D. 0.89

6 若两个函数的解析式与值域相同，定义域不同，则称它们互为“孪生函数”，那么函数$f(x)=x^2+1$，$x\in\{0,1\}$的“孪生函数”为（　）．

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

7 已知$2^a=3^b=5$，则$\log_5 12=$（　）．

A. $\dfrac{a+2b}{ab}$　　B. $\dfrac{2a+b}{ab}$　　C. $a+2b$　　D. $2a+b$

8 若函数$f(x)=\begin{cases}(1-2m)x+1-m, x<0\\ -x^2+(m-2)x, x\geqslant 0\end{cases}$在$\mathbf{R}$上为减函数，则实数$m$的取值范围为（　）．

A. $\left(\dfrac{1}{2},1\right]$　　B. $\left(\dfrac{1}{2},1\right)$　　C. $\left(\dfrac{1}{2},2\right]$　　D. $\left(\dfrac{1}{2},2\right)$

9 已知定义在$\mathbf{R}$上的函数$f(x)$在$(-1,+\infty)$上为增函数，且函数$f(x-1)$为偶函数，则$f\left(-\dfrac{11}{2}\right)$，$f(-4)$，$f(3)$的大小关系为（　）．

A. $f\left(-\dfrac{11}{2}\right)<f(-4)<f(3)$　　B. $f(-4)<f\left(-\dfrac{11}{2}\right)<f(3)$

C. $f(3)<f\left(-\dfrac{11}{2}\right)<f(-4)$　　D. $f(-4)<f(3)<f\left(-\dfrac{11}{2}\right)$

10 在数学中有许多以数学家的名字命名的定义、定理、公式、法则和方程等，其中德国数学家狄利克雷在数学领域成就显著，以其名命名的函数$f(x)=\begin{cases}1, x\text{为有理数}\\ 0, x\text{为无理数}\end{cases}$，称为狄利克雷函数，下列关于狄利克雷函数$f(x)$的说法错误的是（　）．

A. $f(f(0))=1$

B. 对于任意实数x，均有$f\left(x+\sqrt{2}\right)=f(x)$成立

C. $f((x))$为偶函数

D. 存在无数个实数x，使得$f(-x)=-f(x)$成立

11 已知函数$f(x)=\begin{cases}|\lg(-x)|, x<0\\ x^2-2x+3, x\geqslant 0\end{cases}$，且关于$x$的函数$g(x)=f(x)-m$有4个不同的零点$x_1$，$x_2$，$x_3$，$x_4$，则$x_1\cdot x_2\cdot x_3\cdot x_4$的取值范围为（　）．

A. $[0,1)$　　B. $[0,1]$　　C. $(0,1)$　　D. $(0,1]$

12 已知函数$f(x)=\log_a|ax^2-(2a+3)x+6|$在区间$\left[\frac{7}{2},4\right]$上单调递增，则实数$a$的取值范围为（　）．

A. $\frac{3}{5}\leqslant a<\frac{3}{4}$　　B. $\frac{3}{5}<a<1$

C. $\frac{3}{5}\leqslant a<\frac{3}{4}$或$a>1$　　D. $\frac{3}{5}<a<1$或$a>1$

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分

13 已知函数$f(x)=\begin{cases}x^{-\frac{1}{2}},0<x<1\\ \log_2 x,x\geqslant 1\end{cases}$，则$f\left(f\left(\frac{1}{16}\right)\right)=$_____．

14 已知幂函数$y=(3a^2-8a+5)x^{6a^2-11a+3}$在$(0,+\infty)$上单调递减，则实数$a$的值为_____．

15 已知函数$f(x)=\lg(\sqrt{1+x^2}-x)+1$，则$f(-2018)+f(-2017)+\cdots+f(0)+f(1)+\cdots+f(2018)=$_____．

16 已知函数$f(x)=2^{|x|}$，$g(x)=m\left(\frac{1}{4}\right)^x+2\left(\frac{1}{2}\right)^x-1$，若对于任意的$x\in[-1,2]$，总存在$x_2\in[-1,2]$，使得$f(x_1)\geqslant g(x_2)$成立，则实数$m$的取值范围_____．

三、解答题：本大题共6小题，共70分

17 求下列各式的值：

(1) $\sqrt[3]{(-5)^3}+(0.008)^{\frac{1}{3}}-\left(\sqrt{2\sqrt{2}}\right)^{\frac{4}{3}}+4\left(\frac{16}{49}\right)^{-\frac{1}{2}}$．

(2) $\log_3\frac{\sqrt[4]{27}}{3}+2^{1+\log_2 3}+\lg 5+(\lg 2)^2+\lg 5\times\lg 2$．

18 已知函数$f(x)=(a+1)^{x+1}+1$的图象恒过点A，函数$g(x)=\log_a(-x^2-2x+3)$，其中$a>0$且$a\neq 1$.

(1) 若点A在函数$g(x)$的图象上，求满足$f(x)\geqslant\frac{10}{9}$的实数$x$的取值范围．

(2) 若函数$g(x)$的最小值为-4，求实数a的值．

19 对于函数$f(x)=a-\frac{2}{2^x+1}(a\in\mathbf{R})$．

(1) 若函数$f(x)$是奇函数，求实数a的值．

(2) 若函数$f(x)$的图象与$y=2^x+1$的图象无交点，求实数a的取值范围．

20 某公司对两种产品A，B的分析如下表所示：

产品类别	年固定成本	每件产品成本	每件产品销售价格	每年最多可生产的件数
A	20万元	m万元	10万元	200件
B	40万元	8万元	18万元	120件

其中年固定成本与年生产的件数无关，m为常数，且$m \in [6,8]$．另外，销售A产品没有附加税，年销售x件B产品需上交$0.05x^2$万元的附加税，假定生产出来的产品都能在当年销售出去，并且该公司只选择一种产品进行投资生产．

(1) 求出该公司分别投资生产A，B两种产品的年利润y_1，y_2（单位：万元）与年生产相应产品的件数x之间的函数解析式，并指出定义域．

(2) 分别求出投资生产这两种产品的最大年利润，比较最大年利润，决定投资方案，该公司投资生产哪种产品可获得最大年利润？

21 已知定义在$(0,+\infty)$上的函数$f(x)$满足：

①对任意正实数x，y，都有$f(xy)=f(x)+f(y)$．

②当$x>1$时，$f(x)>0$．

(1) 判断函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上的单调性，并证明．

(2) 若$f(2)=1$，集合$A=\left\{x\left|f(x)>f\left(x-\frac{7}{8}\right)+2\right.\right\}$，$B=\{x|0<f(\log_a x)<1\}$（$a>0$且$a\neq 1$），且$A\cap B\neq\varnothing$，求实数$a$的取值范围．

22 已知$f(x)$为奇函数，$g(x)$为偶函数，且满足：$f(x)+g(x)=2\log_2(1-x)$．

(1) 求函数$f(x)$及$g(x)$的解析式与定义域．

(2) 设函数$F(x)=2^{g(x)}$．

① 若不等式$F(x)+(k+2)x+1>0$对$x\in(-1,1)$成立，求实数k的取值范围．

② 若关于x的方程$F(|2^x-1|)-3k\cdot|2^x-1|+2k=0$没有实数根，求实数$k$的取值范围．