专题 08 分式方程及其应用

专题知识回顾

1．分式方程的定义：分母中含有未知数的方程叫做分式方程.

2．解分式方程的一般方法:解分式方程的思想是将“分式方程”转化为“整式方程”。

（1）去分母(方程两边同时乘以最简公分母,将分式方程化为整式方程);

（2）按解整式方程的步骤求出未知数的值;

（3）验根：将所得的根代入最简公分母，若等于零，就是增根，原分式方程无解；若不等于零，就是原方程的根。

专题典型题考法及解析

【例题 1】（2019•湖北孝感）方程$\frac{1}{2x}=\frac{2}{x+3}$的解为_____.

【例题 2】（2019 黑龙东地区）已知关于 x 的分式方程 $\frac{2x-m}{x-3}=1$ 的解是非正数，则 m 的取值范围是（　　）

A．$m\leq 3$　　B．$m<3$　　C．$m>-3$　　D．$m\geq -3$

【例题 3】（2019•广东省广州市）甲、乙二人做某种机械零件，已知每小时甲比乙少做 8 个，甲做 120 个所用的时间与乙做 150 个所用的时间相等，设甲每小时做 x 个零件，下列方程正确的是（　　）

A．$\frac{120}{x}=\frac{150}{x-8}$　　B．$\frac{120}{x+8}=\frac{150}{x}$

C．$\frac{120}{x-8}=\frac{150}{x}$　　D．$\frac{120}{x}=\frac{150}{x+8}$

【例题 4】（2019•四川自贡）解方程：$\frac{x}{x-1}-\frac{2}{x}=1$.

【例题 5】（2019•江苏扬州）“绿水青山就是金山银山”，为了进一步优化河道环境，甲乙两工程队承担河道整治任务，甲、乙两个工程队每天共整治河道 1500 米，甲工程队整治 3600 米所用的时间与乙工程队整治 2400 米所用时间相等。甲工程队每天整治河道多少米？

专题典型训练题

一、选择题

1.（2019•黑龙江哈尔滨）方程$\frac{2}{3x-1}=\frac{3}{x}$的解为（　　）

A．$x=\frac{3}{11}$　　B．$x=\frac{11}{3}$　　C．$x=\frac{3}{7}$　　D．$x=\frac{7}{3}$

2.（2019 山东淄博）解分式方程$\frac{1-x}{x-2}=\frac{1}{2-x}-2$时，去分母变形正确的是（　　）

A．$-1+x=-1-2(x-2)$　　B．$1-x=1-2(x-2)$

C．$-1+x=1+2(2-x)$　　D．$1-x=-1-2(x-2)$

3.（2019•广西贵港）若分式$\frac{x^2-1}{x+1}$的值等于 0，则 x 的值为（　　）

A．±1　　B．0　　C．－1　　D．1

4.（2019 辽宁本溪）为推进垃圾分类，推动绿色发展，某化工厂要购进甲、乙两种型号机器人用来进行垃圾分类.用 360 万元购买甲型机器人和用 480 万元购买乙型机器人的台数相同，两种型号机器人的单价和为 140 万元.若设甲型机器人每台 x 万元，根据题意，所列方程正确的是（　　）

A.$\frac{360}{x}=\frac{480}{140-x}$　　B.$\frac{360}{140-x}=\frac{480}{x}$

C.$\frac{360}{x}+\frac{480}{x}=140$　　D.$\frac{360}{x}-140=\frac{480}{x}$

5.（2019•湖北十堰）十堰即将跨入高铁时代，钢轨铺设任务也将完成．现还有 6000 米的钢轨需要铺设，为确保年底通车，如果实际施工时每天比原计划多铺设 20 米，就能提前 15 天完成任务．设原计划每天铺设钢轨 x 米，则根据题意所列的方程是（　　）

A．$\frac{6000}{x}-\frac{6000}{x+20}=15$　　B．$\frac{6000}{x+20}-\frac{6000}{x}=15$

C．$\frac{6000}{x}-\frac{6000}{x-15}=20$　　D．$\frac{6000}{x-15}-\frac{6000}{x}=20$

6.（2019•山东省济宁市 ）世界文化遗产“三孔”景区已经完成 5G 基站布设，“孔夫子家”自此有了 5G 网络．5G 网络峰值速率为 4G 网络峰值速率的 10 倍，在峰值速率下传输 500 兆数据，5G 网络比 4G 网络快 45 秒，求这两种网络的峰值速率．设 4G 网络的峰值速率为每秒传输 x 兆数据，依题意，可列方程是（　　）

A．$\frac{500}{x}-\frac{500}{10x}=45$　　B．$\frac{500}{10x}-\frac{500}{x}=45$

C．$\frac{5000}{x}-\frac{500}{x}=45$　　D．$\frac{500}{x}-\frac{5000}{x}=45$

7.（2019•江苏苏州）小明 5 元买售价相同的软面笔记本，小丽用 24 元买售价相同的硬面笔记本（两人的钱

恰好用完），已知每本硬面笔记本比软面笔记本贵 3 元，且小明和小丽买到相同数量的笔记本，设软面笔记本每本售价为 x 元，根据题意可列出的方程为（　）

A．$\frac{15}{x}=\frac{24}{x+3}$　　B．$\frac{15}{x}=\frac{24}{x-3}$　　C．$\frac{15}{x+3}=\frac{24}{x}$　　D．$\frac{15}{x-3}=\frac{24}{x}$

二、填空题

8.（2019•甘肃）分式方程$\frac{3}{x+1}=\frac{5}{x+2}$的解为_____.

9.（2019•山东省滨州市）方程$\frac{x-3}{x-2}+1=\frac{3}{2-x}$的解是_____.

10.（2019•山东省德州市）方程$\frac{6}{(x+1)(x-1)}-\frac{3}{x-1}=1$ 的解为_____.

11.（2019•湖北黄石）分式方程：$\frac{4}{x^2-4x}-\frac{1}{x-4}=1$ 的解为_____.

12.（2019 四川巴中）若关于 x 的分式方程$\frac{x}{x-2}+\frac{2m}{2-x}=2m$ 有增根，则 m 的值为_____.

13.（2019•江苏宿迁）关于 x 的分式方程$\frac{1}{x-2}+\frac{a-2}{2-x}=1$ 的解为正数，则 a 的取值范围是____.

14.（2019•贵州省安顺市）某生态示范园计划种植一批蜂糖李，原计划总产量达 36 万千克，为了满足市场需求，现决定改良蜂糖李品种，改良后平均每亩产量是原计划的 1.5 倍，总产量比原计划增加了 9 万千克，种植亩数减少了 20 亩，则原计划和改良后平均每亩产量各多少万千克？设原计划平均亩产量为 x 万千克，则改良后平均每亩产量为 1.5x 万千克，根据题意列方程为_____.

15. (2019 黑龙江绥化)甲乙两辆汽车同时从 A 地出发,开往相距 200km 的 B 地,甲,乙两车的速度之比是 4:5,结果乙车比甲车早 30 分钟到达 B 地,则甲车速度为_____km/h.

三、解答题

16.（2019 广西梧州）解方程：$\frac{x^2+2}{x-2}+1=\frac{6}{x-2}$.

17.（2019•湖北天门）解分式方程：$\frac{2}{x-1}=\frac{5}{x^2-1}$.

18.（2019 贵州省毕节市）解方程：$1-\frac{x-3}{2x+2}=\frac{3x}{x+1}$.

19.（2019 年陕西省）解分式方程：$\frac{x-2}{x-1}+2=\frac{2}{1-x}$.

20.(2019 黑龙江大庆)某工厂现在平均每天比原计划多生产 50 台机器,现在生产 600 台机器所需时间与原计划生产 450 台机器所需时间相同,求该工厂原来平均每天生产多少台机器?

21.（2019 吉林长春）为建国 70 周年献礼，某灯具厂计划加工 9000 套彩灯，为尽快完成任务，实际每天加工彩灯的数量是原计划的 1.2 倍，结果提前 5 天完成任务。求该灯具厂原计划每天加工这种彩灯的数量.

22.（2019•湖南衡阳）某商店购进 A、B 两种商品，购买 1 个 A 商品比购买 1 个 B 商品多花 10 元，并且花费 300 元购买 A 商品和花费 100 元购买 B 商品的数量相等.

（1）求购买一个 A 商品和一个 B 商品各需要多少元；

（2）商店准备购买 A、B 两种商品共 80 个，若 A 商品的数量不少于 B 商品数量的 4 倍，并且购买 A、B 商品的总费用不低于 1000 元且不高于 1050 元，那么商店有哪几种购买方案？

23.（2019 湖南湘西）列方程解应用题：

某列车平均提速 80km/h，用相同的时间，该列车提速前行驶 300km，提速后比提速前多行驶 200km，求该列车提速前的平均速度.