专题 11　一次函数

专题知识回顾

1．一次函数的定义

一般地，形如 $y=kx+b$（k，b 是常数，且 $k\neq 0$）的函数，叫做一次函数，其中 x 是自变量。

2．一次函数的图像：是不经过原点的一条直线。

3．一次函数的性质：

（1）当 k>0 时，图象主要经过第一、三象限；此时，y 随 x 的增大而增大；

（2）当 k<0 时，图象主要经过第二、四象限，此时，y 随 x 的增大而减小；

（3）当 b>0 时，直线交 y 轴于正半轴；

（4）当 b<0 时，直线交 y 轴于负半轴。

4. 用待定系数法确定函数解析式的一般步骤：

（1）根据已知条件写出含有待定系数的函数关系式；

（2）将 x、y 的几对值或图象上的几个点的坐标代入上述函数关系式中得到以待定系数为未知数的方程；

（3）解方程得出未知系数的值；

（4）将求出的待定系数代回所求的函数关系式中得出所求函数的解析式.

5．一正比例函数的定义

一般地，形如 y=kx(k 是常数，k≠0)的函数叫做正比例函数，其中 k 叫做比例系数。正比例函数是一次函数的特例，一次函数包括正比例函数.

6.正比例函数的图像：是经过原点的一条直线。

7．正比例函数的性质

（1）当 k>0 时，直线 y=kx 经过三、一象限，y 随 x 的增大而增大；

（2）当 k<0 时，　直线 y=kx 经过二、四象限，y 随 x 的增大而减小.

8．正比例函数与一次函数之间的关系

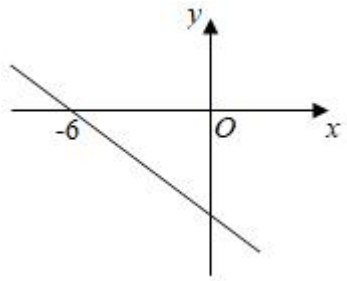
一次函数 y=kx＋b 的图象是一条直线，它可以看作是由直线 y=kx 平移|b|个单位长度而得到（当 b>0 时，向上平移；当 b<0 时，向下平移）

专题典型题考法及解析

【例题 1】（2019 贵州省毕节市）已知一次函数 $y=kx+b$（k，b 为常数，$k\neq0$）的图象经过一、三、四象限，则下列结论正确的是（　　）

A．$kb>0$　　B．$kb<0$　　C．$k+b>0$　　D．$k+b<0$

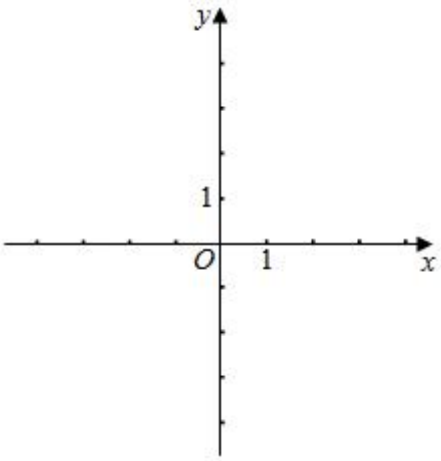
【例题 2】（2019•江苏无锡）已知一次函数 $y=kx+b$ 的图象如图所示，则关于 x 的不等式 $3kx-b>0$ 的解集为_____.



【例题 3】（2019•上海）在平面直角坐标系 xOy 中（如图），已知一次函数的图象平行于直线 $y=\frac{1}{2}x$，且经过点 A（2，3），与 x 轴交于点 B.

（1）求这个一次函数的解析式；

（2）设点 C 在 y 轴上，当 $AC=BC$ 时，求点 C 的坐标.



专题典型训练题

一、选择题

1.（2019•江苏扬州）若点 P 在一次函数 $y=-x+4$ 的图像上，则点 P 一定不在（　　）

A.第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

2.（2019 广西河池）函数 $y=x-2$ 的图象不经过(　　)

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

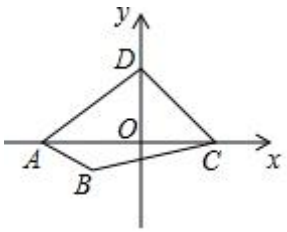
3.（2019 年陕西省）对于正比例函数 $y=-2x$，当自变量 x 的值增加 1 时，函数 y 的值增加（　　）.

A．-2　　B．2　　C．$-\dfrac{1}{3}$　　D．$\dfrac{1}{3}$

4.（2019 年陕西省）已知一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$，且 $x_2=1+x_1$ 时 $y_2=y_1-2$，则 k 等于（　　）.

A．1　　B．2　　C．-1　　D．-2

5.（2019 广西桂林）如图，四边形 $ABCD$ 的顶点坐标分别为 $A(-4,0)$，$B(-2,-1)$，$C(3,0)$，$D(0,3)$，当过点 B 的直线 l 将四边形 $ABCD$ 分成面积相等的两部分时，直线 l 所表示的函数表达式为(　　)

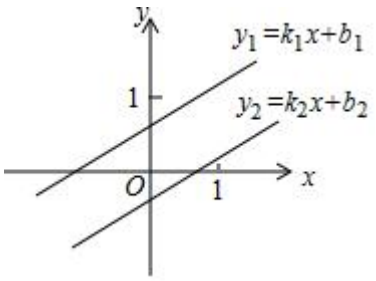


A．$y=\dfrac{11}{10}x+\dfrac{6}{5}$　　B．$y=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}$　　C．$y=x+1$　　D．$y=\dfrac{5}{4}x+\dfrac{3}{2}$

6.**（2019 广西梧州）**直线 $y=3x+1$ 向下平移 2 个单位，所得直线的解析式是(　　)

A．$y=3x+3$　　B．$y=3x-2$　　C．$y=3x+2$　　D．$y=3x-1$

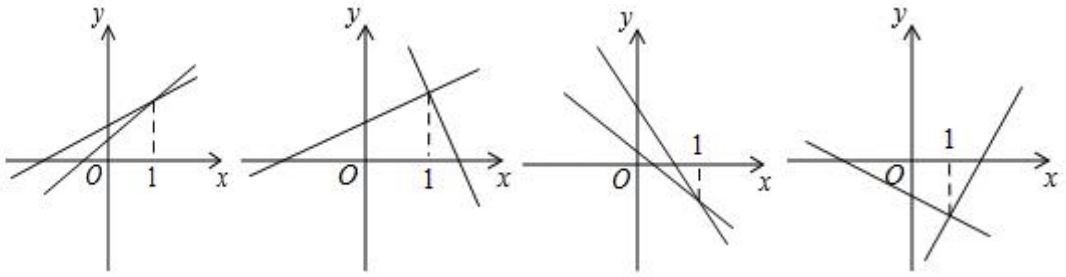
7.（2019 湖南邵阳）一次函数 $y_1=k_1x+b_1$ 的图象 l_1 如图所示，将直线 l_1 向下平移若干个单位后得直线 l_2，l_2 的函数表达式为 $y_2=k_2x+b_2$．下列说法中错误的是(　　)



A．$k_1=k_2$　　B．$b_1<b_2$

C．$b_1>b_2$　　D．当 $x=5$ 时，$y_1>y_2$

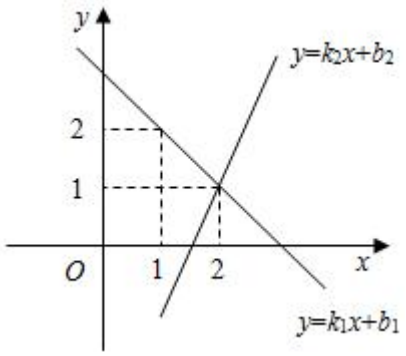
8.（2019•浙江杭州）已知一次函数 $y_1=ax+b$ 和 $y_2=bx+a$（$a\neq b$），函数 y_1 和 y_2 的图象可能是（　　）



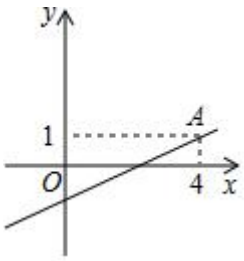
A　　B　　C　　D

二、填空题

9.（2019•贵阳）在平面直角坐标系内，一次函数 $y=k_1x+b_1$ 与 $y=k_2x+b_2$ 的图象如图所示，则关于 x，y 的方程组$\begin{cases}y-k_1x=b_1\\y-k_2x=b_2\end{cases}$的解是_____.



10.（2019 贵州黔西南州）如图所示，一次函数 $y=ax+b$（a、b 为常数，且 $a>0$）的图象经过点 A（4，1），则不等式 $ax+b<1$ 的解集为_____.

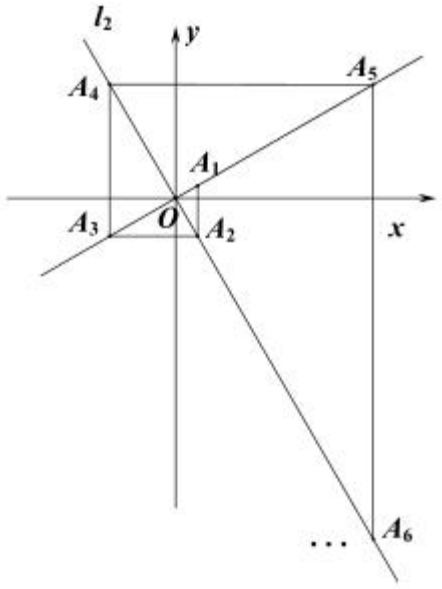


11.（2019 湖南郴州）某商店今年 6 月初销售纯净水的数量如下表所示：

日期	1	2	3	4
数量（瓶）	120	125	130	135

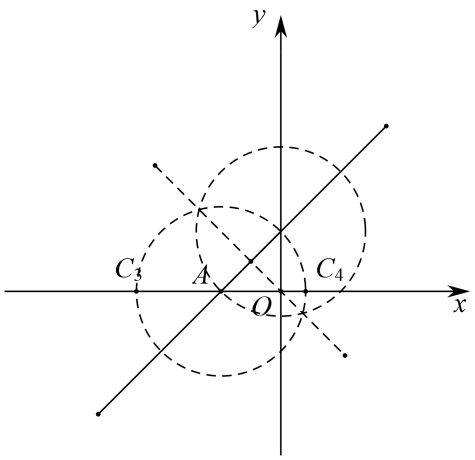
观察此表，利用所学函数知识预测今年 6 月 7 日该商店销售纯净水的数量约为_____瓶.

12.（2019 山东东营）如图，在平面直角坐标系中，函数 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 和 $y=-\sqrt{3}x$ 的图象分别为直线 l_1，l_2，过 l_1 上的点 A_1（1，$\frac{\sqrt{3}}{3}$）作 x 轴的垂线交 l_2 于点 A_2，过点 A_2 作 y 轴的垂线交 l_1 于点 A_3，过点 A_3 作 x 轴的垂线交 l_2 于点 A_4，…依次进行下去，则点 A_{2019} 的横坐标为_____.



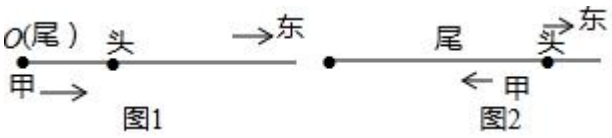
13.（2019 辽宁本溪）函数 $y=5x$ 的图象经过的象限是_____.

14.（2019 江苏徐州）函数 $y=x+1$ 的图像与 x 轴、y 轴分别交于 A、B 两点，点 C 在 x 轴上，若△ABC 为等腰三角形，则满足条件的点 C 共有_____个.



三、解答题

15.（2019•河北）长为 300*m* 的春游队伍，以 *v*（*m*/*s*）的速度向东行进，如图 1 和图 2，当队伍排尾行进到位置 *O* 时，在排尾处的甲有一物品要送到排头，送到后立即返回排尾，甲的往返速度均为 2*v*（*m*/*s*），当甲返回排尾后，他及队伍均停止行进．设排尾从位置 *O* 开始行进的时间为 *t*（*s*），排头与 *O* 的距离为 $S_{头}$（*m*）．



（1）当 *v*＝2 时，解答：

①求 $S_{头}$与 *t* 的函数关系式（不写 *t* 的取值范围）；

②当甲赶到排头位置时，求 *S* 的值；在甲从排头返回到排尾过程中，设甲与位置 *O* 的距离为 $S_{甲}$（*m*），求 $S_{甲}$与 *t* 的函数关系式（不写 *t* 的取值范围）

（2）设甲这次往返队伍的总时间为 *T*（*s*），求 *T* 与 *v* 的函数关系式（不写 *v* 的取值范围），并写出队伍在此过程中行进的路程．

16.（2019•河南）学校计划为“我和我的祖国”演讲比赛购买奖品．已知购买 3 个 *A* 奖品和 2 个 *B* 奖品共需 120 元；购买 5 个 *A* 奖品和 4 个 *B* 奖品共需 210 元．

（1）求 *A*，*B* 两种奖品的单价；

（2）学校准备购买 *A*，*B* 两种奖品共 30 个，且 *A* 奖品的数量不少于 *B* 奖品数量的$\frac{1}{3}$．请设计出最省钱的购买方案，并说明理由．

17.（2019•浙江湖州）某校的甲、乙两位老师同住一小区，该小区与学校相距 2400 米．甲从小区步行去学校，出发 10 分钟后乙再出发，乙从小区先骑公共自行车，途经学校又骑行若干米到达还车点后，立即步行走回学校．已知甲步行的速度比乙步行的速度每分钟快 5 米．设甲步行的时间为 *x*（分），图 1 中线段 *OA*

和折线 $B-C-D$ 分别表示甲、乙离开小区的路程 y（米）与甲步行时间 x（分）的函数关系的图象；图 2 表示甲、乙两人之间的距离 s（米）与甲步行时间 x（分）的函数关系的图象（不完整）.

根据图 1 和图 2 中所给信息，解答下列问题：

（1）求甲步行的速度和乙出发时甲离开小区的路程；

（2）求乙骑自行车的速度和乙到达还车点时甲、乙两人之间的距离；

（3）在图 2 中，画出当 $25\le x\le 30$ 时 s 关于 x 的函数的大致图象.（温馨提示：请画在答题卷相对应的图上）

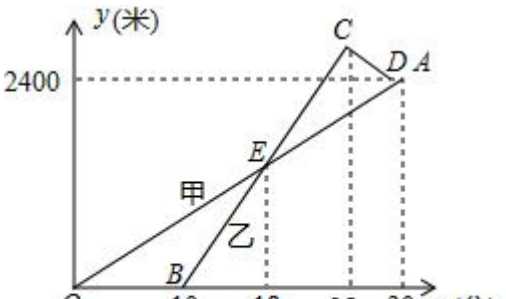


图1

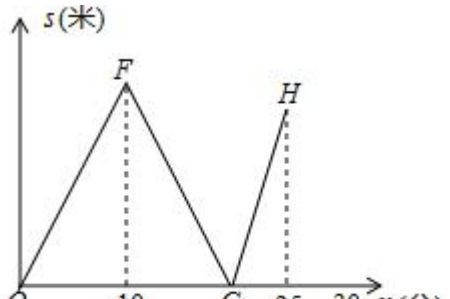


图2

18.（2019 北京市） 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l：$y=kx+1(k\neq 0)$ 与直线 $x=k$，直线 $y=-k$ 分别交于点 A，B，直线 $x=k$ 与直线 $y=-k$ 交于点 C.

（1）求直线 l 与 y 轴的交点坐标；

（2）横、纵坐标都是整数的点叫做整点．记线段 AB，BC，CA 围成的区域（不含边界）为 W.

①当 $k=2$ 时，结合函数图象，求区域 W 内的整点个数；

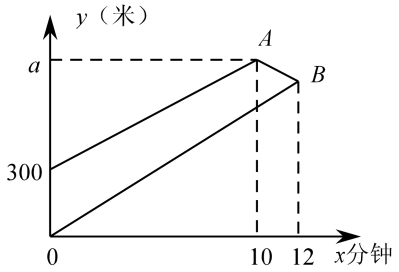
②若区域 W 内没有整点，直接写出 k 的取值范围.

19.（2019 黑龙江省龙东地区）小明放学后从学校回家，出发 5 分钟时，同桌小强发现小明的数学作业卷忘记拿了，立即拿着数学作业卷按照同样的路线去追赶小明．小强出发 10 分钟时，小明才想起没拿数学作业卷，马上以原速原路返回，在途中与小强相遇．两人离学校的路程 y（米）与小强所用时间 t（分钟）之间的函数图象如图所示.

（1）求函数图象中 a 的值；

（2）求小强的速度；

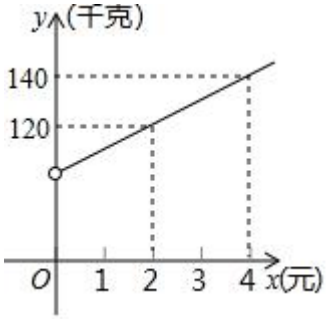
（3）求线段 AB 的函数解析式，并写出自变量的取值范围.



20.（2019•贵州省安顺市）安顺市某商贸公司以每千克40元的价格购进一种干果，计划以每千克60元的价格销售，为了让顾客得到更大的实惠，现决定降价销售，已知这种干果销售量y（千元）与每千元降价x（元）（$0<x<20$）之间满足一次函数关系，其图象如图所示：

（1）求y与x之间的函数关系式；

（2）商贸公司要想获利2090元，则这种干果每千克应降价多少元？



21.（2019•衢州）定义：在平面直角坐标系中，对于任意两点A（a，b），B（c，d），若点T（x，y）满足$x=\frac{a+c}{3}$，$y=\frac{b+d}{3}$那么称点T是点A，B的融合点.

例如：A（﹣1，8），B（4，﹣2），当点T（x，y）满足$x=\frac{-1+4}{3}=1$，$y=\frac{8+(-2)}{3}=2$时，则点T（1，2）是点A，B的融合点.

（1）已知点A（﹣1，5），B（7，7），C（2，4），请说明其中一个点是另外两个点的融合点.

（2）如图，点D（3，0），点E（t，$2t+3$）是直线l上任意一点，点T（x，y）是点D，E的融合点.

①试确定y与x的关系式.

②若直线ET交x轴于点H．当$\triangle DTH$为直角三角形时，求点E的坐标.

