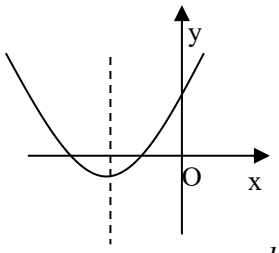
专题 12 二次函数

专题知识回顾

1．二次函数的概念：一般地，自变量 x 和因变量 y 之间存在如下关系： $y=ax^2+bx+c(a\neq0$，a、b、c 为常数)，则称 y 为 x 的二次函数。抛物线 $y=ax^2+bx+c(a,b,c$是常数，$a\neq0)$ 叫做二次函数的一般式。

2. 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图像与性质



（1）对称轴：$x=-\dfrac{b}{2a}$

（2）顶点坐标：$(-\dfrac{b}{2a},\dfrac{4ac-b^2}{4a})$

（3）与 y 轴交点坐标（0，c）

（4）增减性：

当 a>0 时，对称轴左边，y 随 x 增大而减小；对称轴右边，y 随 x 增大而增大；

当 a<0 时，对称轴左边，y 随 x 增大而增大；对称轴右边，y 随 x 增大而减小。

3. 二次函数的解析式三种形式。

（1）一般式 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$.

已知图像上三点或三对 x、y 的值，通常选择一般式.

（2）顶点式 $y=a(x-h)^2+k$

$$y=a(x-\frac{b}{2a})^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$$

已知图像的顶点或对称轴，通常选择顶点式。

（3）交点式 $y=a(x-x_1)(x-x_2)$

已知图像与 x 轴的交点坐标 x_1、x_2，通常选用交点式。

4．根据图像判断 a,b,c 的符号

（1）a 确定开口方向 ：当 a>0 时，抛物线的开口向上；当 a<0 时，抛物线的开口向下。

（2）b ——对称轴与 a 左同右异。

（3）抛物线与 y 轴交点坐标（0，c）

5．二次函数与一元二次方程的关系

抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交点的横坐标 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）的根。

抛物线 $y=ax^2+bx+c$，当 y=0 时，抛物线便转化为一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$

$b^2-4ac>0$ 时，一元二次方程有两个不相等的实根，二次函数图像与 x 轴有两个交点；

$b^2-4ac=0$ 时，一元二次方程有两个相等的实根，二次函数图像与 x 轴有一个交点；

$b^2-4ac<0$ 时，一元二次方程有不等的实根，二次函数图像与 x 轴没有交点。

6．函数平移规律：左加右减、上加下减.图像平移步骤

（1）配方为： $y=a(x-h)^2+k$，确定顶点（h, k）

（2）对 x 轴， 左加右减；对 y 轴， 上加下减。

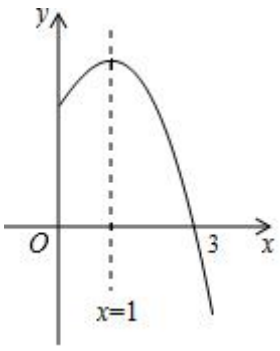
7. 二次函数的对称性

二次函数是轴对称图形，有这样一个结论：当横坐标为 x_1, x_2 其对应的纵坐标相等，那么对称轴 $x=\dfrac{x_1+x_2}{2}$

专题典型题考法及解析

【例题 1】（2019 湖北荆州）二次函数 $y=-2x^2-4x+5$ 的最大值是_____.

【例题 2】（2019 广西贺州）已知抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的对称轴是直线 $x=1$，其部分图象如图所示，下列说法中：①$abc<0$；②$a-b+c<0$；③$3a+c=0$；④当 $-1<x<3$ 时，$y>0$，正确的是____（填序号）.



【例题 3】（2019 贵州省毕节市）某山区不仅有美丽风光，也有许多令人喜爱的土特产，为实现脱贫奔小康，某村织村民加工包装土特产销售给游客，以增加村民收入．已知某种土特产每袋成本 10 元．试销阶段每袋的销售价 x（元）与该土特产的日销售量 y（袋）之间的关系如表：

x（元）	15	20	30	…
y（袋）	25	20	10	…

若日销售量 y 是销售价 x 的一次函数，试求：

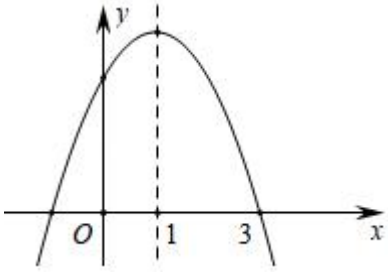
（1）日销售量 y（袋）与销售价 x（元）的函数关系式；

（2）假设后续销售情况与试销阶段效果相同，要使这种土特产每日销售的利润最大，每袋的销售价应定为多少元？每日销售的最大利润是多少元

专题典型训练题

一、选择题

1.（2019 广西河池）如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为直线 $x=1$，则下列结论中，错误的是(　　)



A．$ac<0$　　B．$b^2-4ac>0$　　C．$2a-b=0$　　D．$a-b+c=0$

2.（2019 哈尔滨）将抛物线 $y=2x^2$ 向上平移 3 个单位长度,再向右平移 2 个单位长度,所得到的抛物线为（　　）

A．$y=2(x+2)^2+3$　　B．$y=2(x-2)^2+3$

C．$y=2(x-2)^2-3$　　D．$y=2(x+2)^2-3$

3.（2019 湖北咸宁）已知点 A（﹣1，m），B（1，m），C（2，$m-n$）（$n>0$）在同一个函数的图象上，这个函数可能是（　　）

A．$y=x$　　B．$y=-\frac{2}{x}$　　C．$y=x^2$　　D．$y=-x^2$

4.（2019 年陕西省）已知抛物线 $y=x^2+(m+1)x+m$，当 $x=1$ 时，$y>0$，且当 $x<-2$ 时，y 的值随 x 值的增大而减小，则 m 的取值范围是（　　）.

A．$m>-1$　　B．$m<3$　　C．$-1<m\le 3$　D．$3<m\le 4$

5.（2019 广西梧州）已知 $m>0$，关于 x 的一元二次方程 $(x+1)(x-2)-m=0$ 的解为 x_1，$x_2(x_1<x_2)$，则下列结论正确的是(　　)

A．$x_1<-1<2<x_2$　　B．$-1<x_1<2<x_2$　　C．$-1<x_1<x_2<2$　　D．$x_1<-1<x_2<2$

6.（2019 四川泸州）已知二次函数 $y=(x-a-1)(x-a+1)-3a+7$（其中 x 是自变量）的图象与 x 轴没有公共点，且当 $x<-1$ 时，y 随 x 的增大而减小，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．$a<2$　　B．$a>-1$　　C．$-1<a\leqslant 2$　　D．$-1\leqslant a<2$

7.（2019 四川省雅安市）在平面直角坐标系中，对于二次函数 $y=(x-2)^2+1$，下列说法中错误的是（　　）

A．y 的最小值为 1

B．图像顶点坐标为（2，1），对称轴为直线 x=2

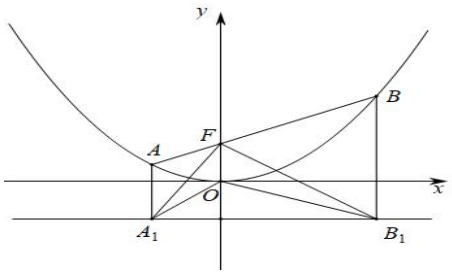
C．当 x＜2 时，y 的值随 x 值的增大而增大，当 x≥2 时，y 的值随 x 值的增大而减小

D．它的图像可以由 $y=x^2$ 的图像向右平移 2 个单位长度，再向上平移 1 个单位长度得到

二、填空题

8.（2019 黑龙江哈尔滨）二次函数 $y=-(x-6)^2+8$ 的最大值是_____.

9. (2019 黑龙江大庆)如图抛物线 $y=\frac{1}{4p}x^2$ (p>0),点 F(0,p),直线 l:y＝－p,已知抛物线上的点到点 F 的距离与到直线 l 的距离相等,过点 F 的直线与抛物线交于 A,B 两点,$AA_1\perp l$,$BB_1\perp l$,垂足分别为 A_1,B_1,连接 A_1F,B_1F,A_1O,B_1O,若 $A_1F=a$,$B_1F=b$,则$\triangle A_1OB_1$ 的面积＝_____(只用 a,b 表示).

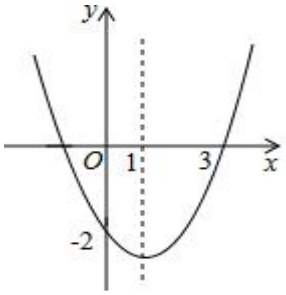


10.（2019 江苏镇江）已知抛物线 $y=ax^2+4ax+4a+1$（$a\neq 0$）过点 $A(m,3)$，$B(n,3)$两点，若线段 AB 的长不大于 4，则代数式 a^2+a+1 的最小值是_____.

11.（2019 江苏镇江）已知抛物线 $y=ax^2+4ax+4a+1(a\neq 0)$ 过点 $A(m,3)$，$B(n,3)$ 两点，若线段 AB 的长不大于 4，则代数式 a^2+a+1 的最小值是____.

12.（2019 内蒙古赤峰）二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）的图象如图所示，下列结论：①$b>0$；②$a-b+c=0$；③一元二次方程 $ax^2+bx+c+1=0$（$a\neq 0$）有两个不相等的实数根；④当 $x<-1$ 或 $x>3$ 时，$y>0$．上述

结论中正确的是_____.（填上所有正确结论的序号）



三、解答题

13.（2019 北京市）在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx-\frac{1}{a}$ 与 y 轴交于点 A，将点 A 向右平移 2 个单位长度，得到点 B，点 B 在抛物线上.

（1）求点 B 的坐标（用含 a 的式子表示）；

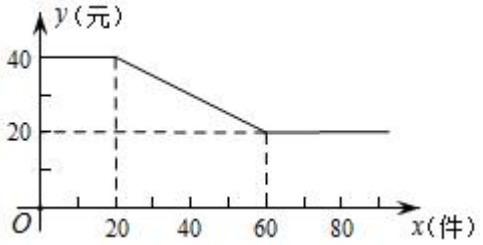
（2）求抛物线的对称轴；

（3）已知点 $P(\frac{1}{2},-\frac{1}{a})$，$Q(2,2)$．若抛物线与线段 PQ 恰有一个公共点，结合函数图象，求 a 的取值范围.

14.（2019 辽宁本溪）工厂生产一种火爆的网红电子产品，每件产品成本 16 元，工厂将该产品进行网络批发，批发单价 y（元）与一次性批发量 x（件）（x 为正整数）之间满足如图所示的函数关系.

（1）直接写出 y 与 x 之间所满足的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；

（2）若一次性批发量不超过 60 件，当批发量为多少件时，工厂获利最大？最大利润是多少？



15.（2019•湘潭）湘潭政府工作报告中强调，2019 年着重推进乡村振兴战略，做优做响湘莲等特色农产品品牌．小亮调查了一家湘潭特产店 A、B 两种湘莲礼盒一个月的销售情况，A 种湘莲礼盒进价 72 元/盒，售价 120 元/盒，B 种湘莲礼盒进价 40 元/盒，售价 80 元/盒，这两种湘莲礼盒这个月平均每天的销售总额为 2800 元，平均每天的总利润为 1280 元.

（1）求该店平均每天销售这两种湘莲礼盒各多少盒？

（2）小亮调查发现，A 种湘莲礼盒售价每降 3 元可多卖 1 盒．若 B 种湘莲礼盒的售价和销量不变，当 A 种湘莲礼盒降价多少元/盒时，这两种湘莲礼盒平均每天的总利润最大，最大是多少元？

16.（2019 广西省贵港市）如图，已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点为 $A(4,3)$，与 y 轴相交于点 $B(0,-5)$，对称轴为直线 l，点 M 是线段 AB 的中点.

（1）求抛物线的表达式；

（2）写出点 M 的坐标并求直线 AB 的表达式；

（3）设动点 P，Q 分别在抛物线和对称轴 l 上，当以 A，P，Q，M 为顶点的四边形是平行四边形时，求 P，Q 两点的坐标.

