专题 15 相交线与平行线

专题知识回顾

一、相交线

1．邻补角：两条直线相交所构成的四个角中，有公共顶点且有一条公共边的两个角是邻补角。

邻补角的性质：邻补角互补。

2．对顶角：一个角的两边分别是另一个角的两边的反向延长线，像这样的两个角互为对顶角。

对顶角的性质：对顶角相等。

3．垂线：两条直线相交成直角时，叫做互相垂直，其中一条叫做另一条的垂线。

4．垂线的性质：

性质 1：过一点有且只有一条直线与已知直线垂直。

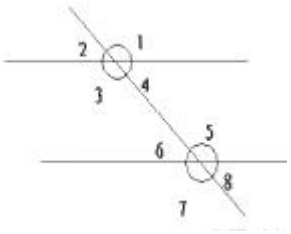
性质 2：连接直线外一点与直线上各点的所有线段中，垂线段最短。

5．同位角、内错角、同旁内角：

同位角：∠1 与∠5 像这样具有相同位置关系的一对角叫做同位角。

内错角：∠4 与∠6 像这样的一对角叫做内错角。

同旁内角：∠4 与∠5 像这样的一对角叫做同旁内角。



二、平行线

1.平行线概念：在同一平面内，两条不想交的直线叫做平行线。记做 a∥b

2.两条直线的位置关系：平行和相交。

3.平行线公理及其推论：

（1）经过已知直线外一点，有且只有一条直线与这条直线平行；

（2）如果两条直线都与第三条直线平行，那么这两条直线平行.

4.平行线的判定：

判定方法 1：两条直线被第三条直线所截，同位角相等，两直线平行 ；

判定方法 2：两条直线被第三条直线所截，内错角相等，两直线平行；

判定方法 3：两条直线被第三条直线所截，同旁内角互补，两直线平行.

5.平行线的性质：

性质 1：两直线平行，同位角相等。

性质 2：两直线平行，内错角相等。

性质 3：两直线平行，同旁内角互补。

6.平行线的判定：

判定 1：同位角相等，两直线平行。

判定 2：内错角相等，两直线平行。

判定 3：同旁内角相等，两直线平行。

7．证明的一般步骤

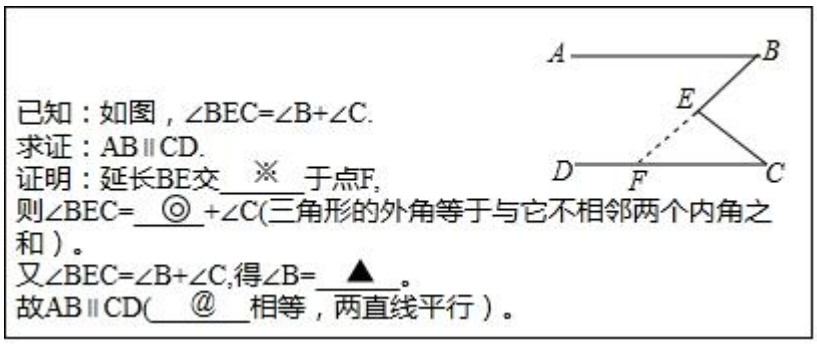
（1）根据题意，画出图形。

（2）根据题设、结论、结合图形，写出已知、求证。

（3）经过分析，找出由已知推出求证的途径，写出证明过程。

专题典型题考法及解析

【例题 1】（2019•河北省）下面是投影屏上出示的抢答题，需要回答横线上符号代表的内容



则回答正确的是（　　）

A．◎代表∠*FEC*　　B．@代表同位角

C．▲代表∠*EFC*　　D．※代表 *AB*

【答案】C.

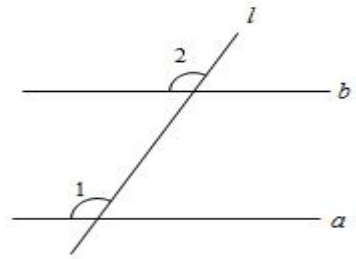
【解析】证明：延长 *BE* 交 *CD* 于点 *F*,

则∠BEC＝∠EFC+∠C（三角形的外角等于与它不相邻两个内角之和）.

又∠BEC＝∠B+∠C，得∠B＝∠EFC.

故 AB// CD（内错角相等，两直线平行）.

【例题 2】（2019 广西河池）如图，$\angle 1=120°$，要使 $a//b$，则 $\angle 2$ 的大小是(　　)



A．60°　　B．80°　　C．100°　　D．120°

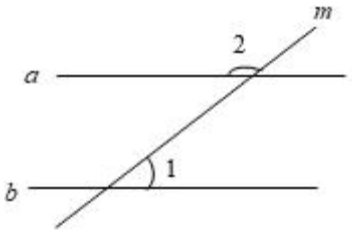
【答案】D.

【解析】平行线的判定

如果 $\angle 2=\angle 1=120°$，那么 $a//b$.

所以要使 $a//b$，则 $\angle 2$ 的大小是 $120°$．故选：D.

【例题 3】（2019 广西省贵港市）如图，直线 $a//b$，直线 m 与 a，b 均相交，若 $\angle 1=38°$，则 $\angle 2=$____.



【答案】142°.

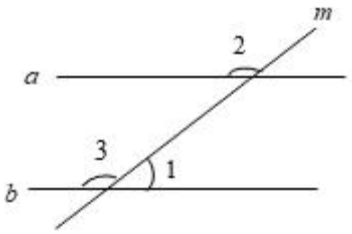
【解析】知识点是平行线的性质

如图，$\because a//b$，

$\therefore \angle 2=\angle 3$，

$\because \angle 1+\angle 3=180°$，

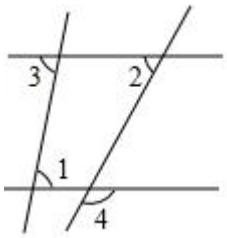
$\therefore \angle 2=180°-38°=142°$.



专题典型训练题

一、选择题

1.（2019•贵州省铜仁市）如图，如果∠1＝∠3，∠2＝60°，那么∠4 的度数为（　　）



A．60°　　B．100°　　C．120°　　D．130°\

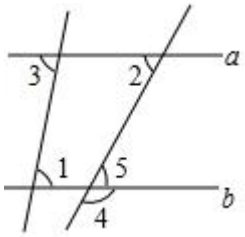
【答案】C.

【解答】∵∠1＝∠3，

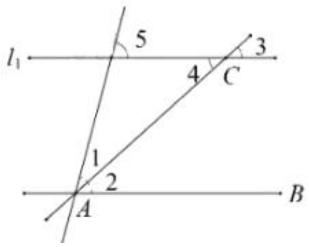
∴a∥b，

∴∠5＝∠2＝60°，

∴∠4＝180°－60°＝120°，



2.（2019 广东深圳）如图，已知 l_1∥AB，AC 为角平分线，下列说法错误的是（　　）



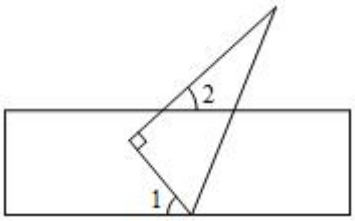
A．∠1=∠4　　B．∠1=∠5　　C．∠2=∠3　　D．∠1=∠3

【答案】B

【解析】∵AC 为角平分线，∴∠1=∠2．∵l_1∥AB，∴∠4=∠2，∠3=∠2，∴∠1=∠4，∠1=∠3．故 A、C、D 正确．∵l_1∥AB，∴∠5=∠1+∠2，故 B 错误．故选 B.

3.（2019•湖北省鄂州市）如图，一块直角三角尺的一个顶点落在直尺的一边上，若∠2＝35°，则∠1 的度

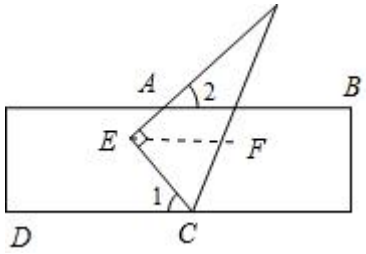
数为（　　）



A．45°　　B．55°　　C．65°　　D．75°

【答案】B

【解析】根据平行线的性质和直角的定义解答即可.



如图，

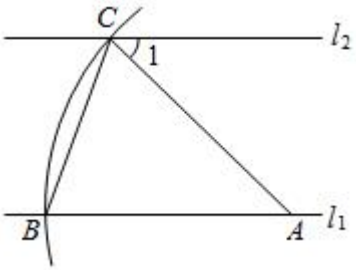
作 $EF// AB// CD$,

$\therefore \angle 2=\angle AEF=35°$，$\angle 1=\angle FEC$,

$\because \angle AEC=90°$，

$\therefore \angle 1=90°-35°=55°$

4.（2019•海南省）如图，直线 $l_1// l_2$，点 A 在直线 l_1 上，以点 A 为圆心，适当长度为半径画弧，分别交直线 l_1、l_2 于 B、C 两点，连结 AC、BC．若 $\angle ABC=70°$，则 $\angle 1$ 的大小为（　　）



A．20°　　B．35°　　C．40°　　D．70°

【答案】C

【解析】根据平行线的性质解答即可.

$\because$ 点 A 为圆心，适当长度为半径画弧，分别交直线 $l1$、$l2$ 于 B、C,

$\therefore AC=AB$,

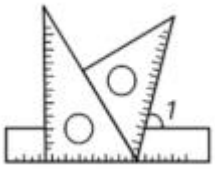
$\therefore \angle CBA=\angle BCA=70°$，

∵$l_1 // l_2$，

∴∠CBA+∠BCA+∠1＝180°，

∴∠1＝180° －70° －70° ＝40°

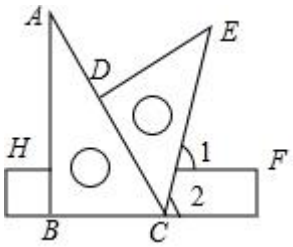
5.（2019 广西北部湾）将一副三角板按如图所示的位置摆放在直尺上，则∠1 的度数为。



A. 60°　　B. 65°　　C. 75°　　D. 85°

【答案】C.

【解析】如图：



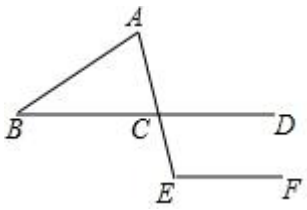
∵∠BCA=60°，∠DCE=45°，

∴∠2=180°−60°−45°=75°，

∵HF∥BC，

∴∠1=∠2=75°.

6.（2019•四川省凉山州）如图，$BD // EF$，AE 与 BD 交于点 C，∠B＝30°，∠A＝75°，则∠E 的度数为（　　）



A. 135°　　B. 125°　　C. 115°　　D. 105°

【答案】D

【解析】直接利用三角形的外角性质得出∠ACD度数，再利用平行线的性质分析得出答案.

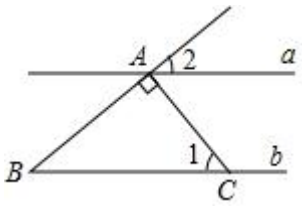
∵∠B＝30°，∠A＝75°，

∴∠ACD＝30°+75°＝105°，

∵$BD // EF$，

∴∠E=∠ACD=105°．

7.（2019湖北十堰）如图，直线a∥b，直线AB⊥AC，若∠1=50°，则∠2=（　　）



A．50°　　B．45°　　C．40°　　D．30°

【答案】C

【解析】根据垂直的定义和余角的定义列式计算得到∠3，根据两直线平行，内错角相等可得∠3=∠1．

解：∵直线AB⊥AC，

∴∠2+∠3=90°．

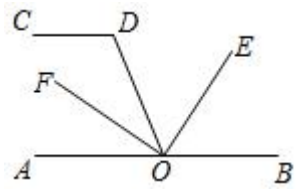
∵∠1=50°，

∴∠3=90°﹣∠1=40°，

∵直线a∥b，

∴∠1=∠3=40°

8.（2019湖北仙桃）如图，CD∥AB，点O在AB上，OE平分∠BOD，OF⊥OE，∠D=110°，则∠AOF的度数是（　　）



A．20°　　B．25°　　C．30°　　D．35°

【答案】D

【解析】∵CD∥AB，

∴∠AOD+∠D=180°，

∴∠AOD=70°，

∴∠DOB=110°，

∵OE平分∠BOD,

∴∠DOE=55°，

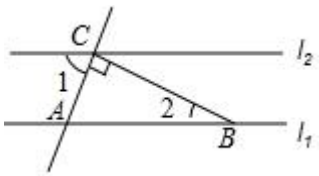
∵OF⊥OE,

∴∠FOE=90°，

∴∠DOF=90°－55°=35°，

∴∠AOF=70°－35°=35°

9.（2019湖北孝感）如图，直线l_1∥l_2，直线l_3与l_1，l_2分别交于点A，C，BC⊥l_3交l_1于点B，若∠1=70°，则∠2的度数为（　　）



A．10°　　B．20°　　C．30°　　D．40°

【答案】B

【解析】解：∵l_1∥l_2,

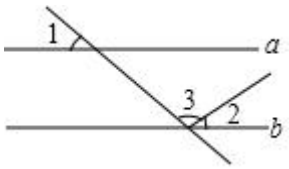
∴∠1=∠CAB=70°，

∵BC⊥l_3交l_1于点B,

∴∠ACB=90°，

∴∠2=180°－90°－70°=20°，

10.（2019湖南湘西）如图，直线a∥b，∠1=50°，∠2=40°，则∠3的度数为（　　）



A．40°　　B．90°　　C．50°　　D．100°

【答案】B

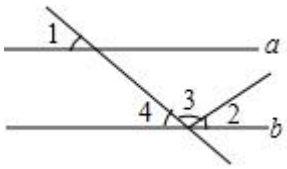
【解析】∵a∥b,

∴∠4=∠1=50°，

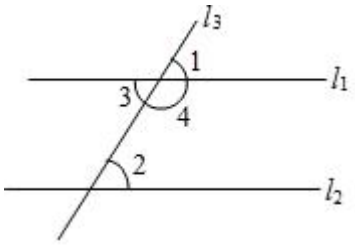
∵∠2=40°，

∴∠3=90°，

故选：B.



11.（2019 湖南邵阳）如图，已知两直线 l_1 与 l_2 被第三条直线 l_3 所截，下列等式一定成立的是(　　)



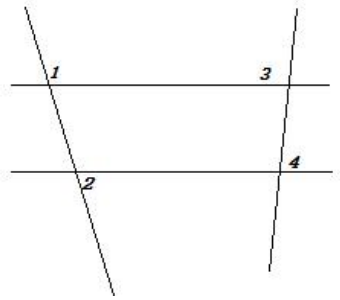
A．$\angle 1=\angle 2$　　B．$\angle 2=\angle 3$　　C．$\angle 2+\angle 4=180°$　　D．$\angle 1+\angle 4=180°$

【答案】*D*

【解析】$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同为角，$\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是内错角，$\angle 2$ 与 $\angle 4$ 是同旁内角，由平行线的性质可知，选项 *A*，*B*，*C* 成立的条件为 $l_1 // l_2$ 时，而 $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 是邻补角，故 *D* 正确.

12.（2019 贵州遵义）如图，∠1+∠2=180°，∠3=104°，则∠4 的度数是（　　）

A．74°　　B．76°　　C．84°　　D．86°



【答案】B

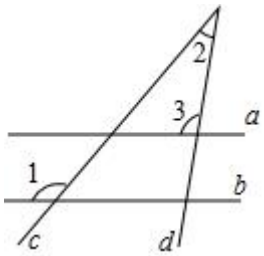
【解析】平行线的性质与判定

由于∠1+∠2=180°可知两直线平行，所以∠3 的对顶角与∠4 互补，因为∠3=104°，

所以，∠4 的度数是 76°，所以选 B。

二、填空题

13.（2019 湖南郴州）如图，直线 *a*，*b* 被直线 *c*，*d* 所截．若 *a*∥*b*，∠1＝130°，∠2＝30°，则∠3 的度数为____度．



【答案】100

【解析】∵a∥b，

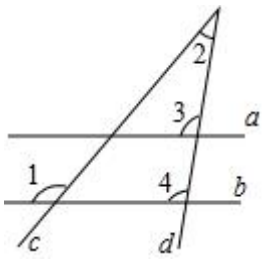
∴∠3＝∠4，

∵∠1＝∠2+∠4＝∠2+∠3，∠1＝130°，∠2＝30°，

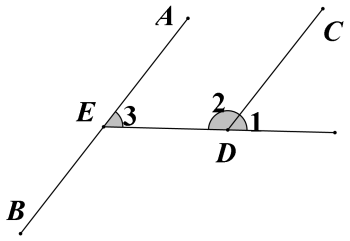
∴130°＝30°+∠3，

解得：∠3＝100°．

故答案为：100.



14.（2019 年广西柳州市）如图，若 AB∥CD，则在图中所标注的角中，一定相等的角是_____.

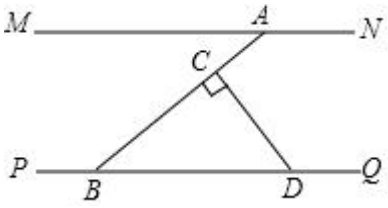


【答案】∠1=∠3

【解析】平行线的判定

AB∥CD，根据两直线平行，同位角相等得∠1=∠3，因此本题填∠1=∠3.

15.（2019 吉林长春）如图，直线 MN//PQ，点 A、B 分别在 MN、PQ 上，∠MAB=33°.过线段上的点 C 作 CD⊥AB 交 PQ 于点 D，则∠CDB 的大小为_____度



【答案】57.

【解析】本题主要考查了平行线的性质以及三角形内角和定理，直接利用平行线的性质得出∠ABD 的度数，再结合三角形内角和定理得出答案.

∵直线 MN∥PQ，

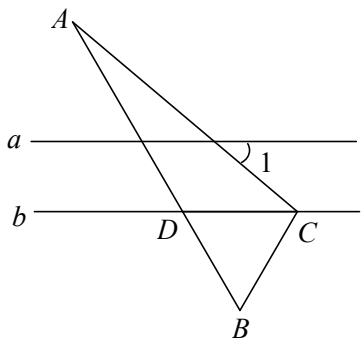
∴∠MAB=∠ABD=33°，

∵CD⊥AB，

∴∠BCD=90°，

∴∠CDB=90°-33°=57°.

16.（2019 江苏镇江）如图，直线 a∥b，△ABC 的顶点 C 在直线 b 上，边 AB 与直线 b 相交于点 D. 若△BCD 是等边三角形，∠A=20°，则∠1=_____.



【答案】40°

【解析】本题考查了平行线的性质、等边三角形的性质及三角形内角和定理，根据等边三角形的性质及三角形内角和定理，先求出∠ACD 的度数是解题的关键.

∵△BCD 是等边三角形，

∴∠B=∠BCD=60°.

∵∠A=20°，

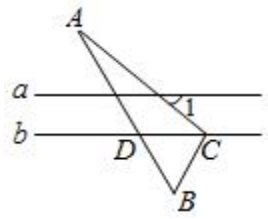
∴∠ACB=180°−∠A−∠B=100°.

∴∠ACD=∠ACB−∠BCD=40°.

∵a∥b，

∴∠1＝∠*ACD*＝40°．

17.（2019 江苏镇江）如图，直线 $a//b$，ΔABC 的顶点 C 在直线 b 上，边 AB 与直线 b 相交于点 D．若 ΔBCD 是等边三角形，$\angle A=20°$，则 $\angle 1=$_____°．



【答案】40

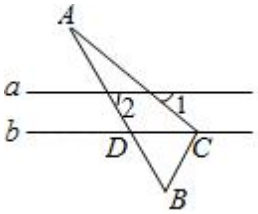
【解析】∵ ΔBCD 是等边三角形，

$\therefore \angle BDC=60°$，

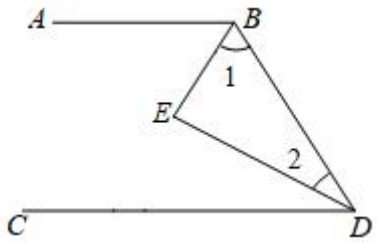
∵ $a//b$，

$\therefore \angle 2=\angle BDC=60°$，

由三角形的外角性质可知，$\angle 1=\angle 2-\angle A=40°$



18.（2019•四川省绵阳市）如图，*AB*// *CD*，∠*ABD* 的平分线与∠*BDC* 的平分线交于点 *E*，则∠1+∠2=_____.



【答案】90°

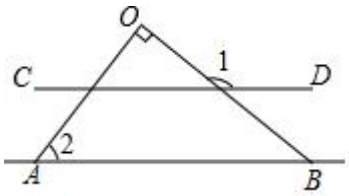
【解析】∵ *AB*// *CD*，∴∠*ABD*+∠*CDB*=180°，

∵ *BE* 是∠*ABD* 的平分线，∴∠1=$\frac{1}{2}$∠*ABD*，

∵ *BE* 是∠*BDC* 的平分线，∴∠2=$\frac{1}{2}$∠*CDB*，∴∠1+∠2=90°，故答案为：90°．

根据平行线的性质可得∠*ABD*+∠*CDB*=180°，再根据角平分线的定义可得∠1=$\frac{1}{2}$∠*ABD*，∠2=$\frac{1}{2}$∠*CDB*，进而可得结论.

19.（2019 湖南益阳）如图，直线 *AB*∥*CD*，*OA*⊥*OB*，若∠1＝142°，则∠2＝____度.



【答案】52.

【解析】根据平行线的性质解答即可.

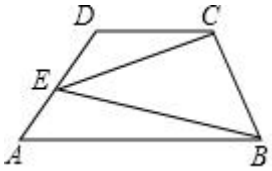
∵*AB*∥*CD*，∴∠*OCD*＝∠2，

∵*OA*⊥*OB*，∴∠*O*＝90°，

∵∠1＝∠*OCD*+∠*O*＝142°，

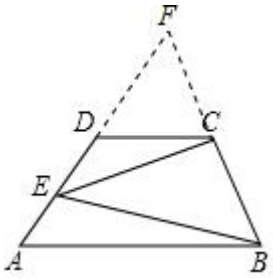
∴∠2＝∠1－∠*O*＝142°－90°＝52°

20.（2019•威海）如图，在四边形 *ABCD* 中，*AB*∥*DC*，过点 *C* 作 *CE*⊥*BC*，交 *AD* 于点 *E*，连接 *BE*，∠*BEC*＝∠*DEC*，若 *AB*＝6，则 *CD*＝____.



【答案】3

【解析】延长 *BC*、*AD* 相交于点 *F*，可证△*EBC*≌△*EFC*，可得 *BC*＝*CF*，则 *CD* 为△*ABF* 的中位线，故 *CD*＝$\frac{1}{2}$AB 可求出．如图，延长 *BC*、*AD* 相交于点 *F*，



∵*CE*⊥*BC*，∴∠*BCE*＝∠*FCE*＝90°，

∵∠*BEC*＝∠*DEC*，*CE*＝*CE*，

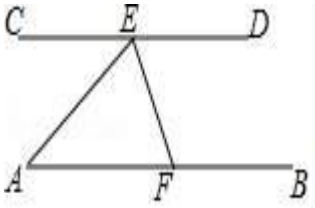
∴△*EBC*≌△*EFC*（*ASA*），∴*BC*＝*CF*，

∵*AB*∥*DC*，∴*AD*＝*DF*，

∴$DC=\frac{1}{2}AB=6\times\frac{1}{2}=3$.

三、解答题

21.（经典题）如图，AB∥CD，点 E 是 CD 上一点，∠AEC=42°，EF 平分∠AED 交 AB 于点 F，求∠AFE 的度数.



【答案】69°.

【解析】由平角求出∠AED 的度数，由角平分线得出∠DEF 的度数，再由平行线的性质可求出∠AFE 的度数.

∵∠AEC=42°，

∴∠AED=180° - ∠AEC=138°，

∵EF 平分∠AED，

∴∠DEF=$\frac{1}{2}$∠AED=69°，

又∵AB∥CD，

∴∠AFE=∠DEF=69°.