专题 23　多边形内角和问题

专题知识回顾

1．多边形：在平面内，由一些线段首尾顺次相接组成的图形叫做多边形。

2．多边形的内角：多边形相邻两边组成的角叫做它的内角。

3．多边形的外角：多边形的一边与它的邻边的延长线组成的角叫多边形的外角。

4．多边形的对角线：连接多边形不相邻的两个顶点的线段，叫做多边形的对角线。

5．正多边形：在平面内，各个角都相等，各条边都相等的多边形叫做正多边形。

6．多边形内角和公式：n 边形的内角和等于（n-2）•180°

7．多边形的外角和：多边形的内角和为 360°。

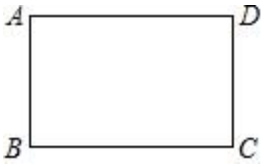
8.多边形对角线的条数：

（1）从 n 边形的一个顶点出发可以引（n-3）条对角线，把多边形分成（n-2）个三角形。

（2）n 边形共有 $\frac{n(n-3)}{2}$ 条对角线。

专题典型题考法及解析

【例题 1】（2019 贵州铜仁）如图为矩形 *ABCD*，一条直线将该矩形分割成两个多边形，若这两个多边形的内角和分别为 *a* 和 *b*，则 *a*+*b* 不可能是（　　）



A．360°　　B．540°　　C．630°　　D．720°

【答案】C.

【解析】一条直线将该矩形 *ABCD* 分割成两个多边形，每一个多边形的内角和都是 180°的倍数，都能被 180 整除，分析四个答案，只有 630 不能被 180 整除，所以 *a*+*b* 不可能是 630°．

【例题 2】（2019 广西梧州）正九边形的一个内角的度数是（　　）

A．108°　　B．120°　　C．135°　　D．140°

【答案】D.

【解析】先根据多边形内角和定理：180°•（n－2）求出该多边形的内角和，再求出每一个内角的度数.

该正九边形内角和＝180°×（9－2）＝1260°，

则每个内角的度数＝$\frac{1260°}{9}$=140°.

【例题 3】（2019 湖南湘西州）已知一个多边形的内角和是 1080°，则这个多边形是（　　）

A．五边形　　B．六边形　　C．七边形　　D．八边形

【答案】D

【解析】本题考查根据多边形的内角和计算公式求多边形的边数，解答时要会根据公式进行正确运算、变形和数据处理。

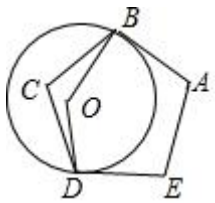
多边形的内角和可以表示成（n－2）•180°，列方程可求解.

设所求多边形边数为 n，

则（n－2）•180°＝1080°，

解得 n＝8.

【例题 4】（2019 海南）如图，⊙O 与正五边形 $ABCDE$ 的边 AB、DE 分别相切于点 B、D，则劣弧 $\overset{\frown}{BD}$ 所对的圆心角∠BOD 的大小为_____度.



【答案】144.

【解析】根据正多边形内角和公式可求出∠E、∠D，根据切线的性质可求出∠OAE、∠OCD，从而可求出∠AOC，然后根据圆弧长公式即可解决问题.

∵五边形 $ABCDE$ 是正五边形，

∴∠E＝∠A＝$\frac{(5-2)\times 180°}{5}$＝108°.

∵AB、DE 与⊙O 相切，

∴∠OBA＝∠ODE＝90°，

∴∠BOD＝（5－2）×180°－90°－108°－108°－90°＝144°。

专题典型训练题

一、选择题

1.（2019 湖北咸宁）若正多边形的内角和是 540°，则该正多边形的一个外角为（　　）

A．45°　　B．60°　　C．72°　　D．90°

【答案】C

【解析】根据多边形的内角和公式$(n-2)\cdot 180°$求出多边形的边数，再根据多边形的外角和是固定的 360°，依此可以求出多边形的一个外角.

∵正多边形的内角和是 540°，

∴多边形的边数为 540°÷180°+2＝5，

∵多边形的外角和都是 360°，

∴多边形的每个外角＝360÷5＝72°.

2.（2019 内蒙古巴彦卓尔）下列命题：

①若 $x^2+kx+\frac{1}{4}$是完全平方式，则 $k=1$；

②若 A（2，6），B（0，4），P（1，m）三点在同一直线上，则 $m=5$；

③等腰三角形一边上的中线所在的直线是它的对称轴；

④一个多边形的内角和是它的外角和的 2 倍，则这个多边形是六边形.

其中真命题个数是（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【答案】B

【解析】利用完全平方公式对①进行判断；利用待定系数法求出直线 AB 的解析式，然后求出 m，则可对②进行判断；根据等腰三角形的性质对③进行判断；根据多边形的内角和和外角和对④进行判断.

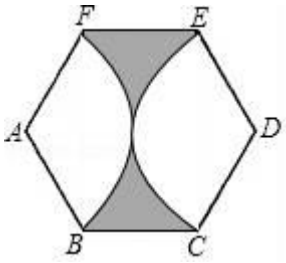
若 $x^2+kx+\frac{1}{4}$是完全平方式，则 $k=\pm 1$，所以①错误；

若 A（2，6），B（0，4），P（1，m）三点在同一直线上，而直线 AB 的解析式为 $y=x+4$，则 $x=1$ 时，$m=5$，所以②正确；

等腰三角形底边上的中线所在的直线是它的对称轴，所以③错误；

一个多边形的内角和是它的外角和的 2 倍，则这个多边形是六边形，所以④正确.

3.（2019 宁夏）如图，正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 2，分别以点 A，D 为圆心，以 AB，DC 为半径作扇形 ABF，扇形 DCE. 则图中阴影部分的面积是（　　）



A．$6\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi$　　B．$6\sqrt{3}-\frac{8}{3}\pi$　　C．$12\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi$　　D．$12\sqrt{3}-\frac{8}{3}\pi$

【答案】B.

【解析】∵正六边形 *ABCDEF* 的边长为 2，

∴正六边形 *ABCDEF* 的面积是：

$\frac{2\times(2\sin60^\circ)}{2}\times6=6\times2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$，

$\angle FAB=\angle EDC=120^\circ$，

∴图中阴影部分的面积是：

$6\sqrt{3}-\frac{120\times\pi\times2^2}{360}\times2=6\sqrt{3}-\frac{8\pi}{3}$，

4.（2018 苏州）一个多边形除一个内角外其余内角的和为 1510°，则这个多边形对角线的条数是（　　）

A．27　　B．35　　C．44　　D．54

【答案】C

【解析】设出题中所给的两个未知数，利用内角和公式列出相应等式，根据边数为整数求解即可，再进一步代入多边形的对角线计算方法$\frac{n(n-3)}{2}$，即可解答.

设这个内角度数为 x，边数为 n，

∴（n－2）×180°－x=1510，

180n=1870+x，

∵n 为正整数，

∴n=11，

∴$\frac{11\times(11-3)}{2}$=44

5.（2018 齐齐哈尔）如果一个多边形的每一个外角都是 60°，则这个多边形的边数是（　　）

A．3　　B，4　　C.5　　D.6

【答案】D

【解析】由一个多边形的每一个外角都等于 60°，且多边形的外角和等于 360°，即可求得这个多边形的边数.

∵一个多边形的每一个外角都等于 60°，且多边形的外角和等于 360°，

∴这个多边形的边数是：360÷60=6.

6.（2018 武汉）一个多边形除一个内角外其余内角的和为 1510°，则这个多边形对角线的条数是（　　）

A. 27　　B. 35　　C. 44　　D. 54

【答案】C

【解析】设出题中所给的两个未知数，利用内角和公式列出相应等式，根据边数为整数求解即可，再进一步代入多边形的对角线计算方法$\frac{n(n-3)}{2}$，即可解答.

设这个内角度数为 x，边数为 n，

∴（n－2）×180°－x=1510，

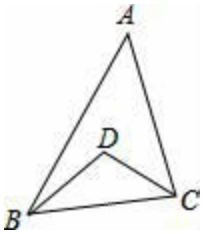
180n=1870+x，

∵n 为正整数，

∴n=11，

∴$\frac{11\times(11-3)}{2}$=44

7.（2018 大连）如图，在△ABC 中，∠A=40°，D 点是∠ABC 和∠ACB 角平分线的交点，则∠BDC=____.



【答案】110°.

【解析】由 D 点是∠ABC 和∠ACB 角平分线的交点可推出∠DBC+∠DCB=70，再利用三角形内角和定理即可求出∠BDC 的度数.

∵D 点是∠ABC 和∠ACB 角平分线的交点，

∴有∠CBD=∠ABD=$\frac{1}{2}$∠ABC，∠BCD=∠ACD=$\frac{1}{2}$∠ACB，

∴∠ABC+∠ACB=180－40=140，

∴∠OBC+∠OCB=70，

∴∠BOC=180－70=110°

8.（2018 沈阳）若正多边形的一个内角是 150°，则该正多边形的边数是（　　）

A. 6　　B. 12　　C. 16　　D. 18

【答案】B

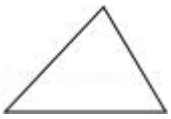
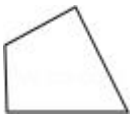
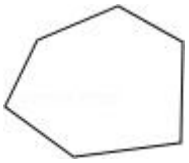
【解析】根据多边形的内角和，可得答案.

设多边形为 n 边形，由题意，得

（n﹣2）180°=150n，

解得 n=12

9.（2018 山东临沂）内角和为 540° 的多边形是（　　）

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】根据多边形的内角和公式（n﹣2）•180° 列式进行计算即可求解.

设多边形的边数是 n，则

（n﹣2）•180°=540°，

解得 n=5.

10.（2018 江苏镇江）已知 n 边形的内角和 $\theta=(n-2)\times180°$.

（1）甲同学说，θ 能取 360°；而乙同学说，θ 也能取 630°.甲、乙的说法对吗？若对，求出边数 n.若不对，说明理由；

（2）若 n 边形变为（$n+x$）边形，发现内角和增加了 360°，用列方程的方法确定 x.

【答案】(1)甲对，乙不对,理由见解析；（2）2.

【解析】（1）根据多边形的内角和公式判定即可；（2）根据题意列方程，解方程即可.

试题解析：(1)甲对，乙不对.

∵ $\theta=360°$，∴ $(n-2)\times180°=360°$，

解得 n=4.

∵ $\theta=630°$，∴ $(n-2)\times180°=630°$，

解得 n=$\frac{11}{2}$.

∵n 为整数，∴ θ 不能取 630°.

(2)由题意得，$(n-2)\times180+360=(n+x-2)\times180$，

解得 x=2.

11.（2018 湖南岳阳）已知正多边形的一个外角等于 40°，那么这个正多边形的边数为（　　）

A．6　　B．7　　C．8　　D．9

【答案】D

【解析】根据正多边形的外角和以及一个外角的度数，求得边数.

正多边形的一个外角等于 40°，且外角和为 360°，

则这个正多边形的边数是：360°÷40°=9.

12.（2018 四川绵阳）一个多边形切去一个角后，形成的另一个多边形的内角和为 1080°，那么原多边形的边数为（　　）

A．7　　B．7 或 8　　C．8 或 9　　D．7 或 8 或 9

【答案】D.

【解析】本题考查了多边形的内角和定理，一个多边形截去一个角后它的边数可能增加 1，可能减少 1，或不变.

首先求得内角和为 1080° 的多边形的边数，即可确定原多边形的边数.

设内角和为 1080° 的多边形的边数是 n，则（n－2）•180°=1080°，

解得：n=8.

则原多边形的边数为 7 或 8 或 9.

13.（2019 大庆模拟题）将一矩形纸片沿一条直线剪成两个多边形，那么这两个多边形的内角和之和不可能是（　　）

A．360°　　B．540°　　C．720°　　D．900°

【答案】D.

【解析】本题考查了多边形的内角与外角，能够得出一个矩形截一刀后得到的图形有三种情形，是解决本题的关键.

根据题意列出可能情况，再分别根据多边形的内角和定理进行解答即可.

①将矩形沿对角线剪开，得到两个三角形，两个多边形的内角和为：180°+180°=360°

②将矩形从一顶点剪向对边，得到一个三角形和一个四边形，两个多边形的内角和为：180°+360°=540°

③将矩形沿一组对边剪开，得到两个四边形，两个多边形的内角和为：360°+360°=720°

14.（2019 长沙模拟题）若一个正 n 边形的每个内角为 144°，则正 n 边形的所有对角线的条数是（　　）

A．7　　B．10　　C．35　　D．70

【答案】C.

【解析】本题考查了多边形的内角以及多边形的对角线，解题的关键是求出正 n 边形的边数．本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据多边形的内角和公式求出多边形边的条数是关键.

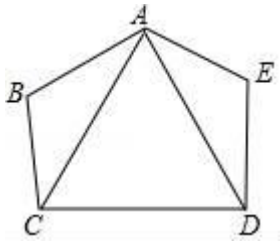
由正 n 边形的每个内角为 144° 结合多边形内角和公式，即可得出关于 n 的一元一次方程，解方程即可求出 n 的值，将其代入 $\frac{n(n-3)}{2}$ 中即可得出结论.

∵一个正 n 边形的每个内角为 144°，

∴144° n=180° ×（n﹣2），解得：n=10.

这个正 n 边形的所有对角线的条数是：$\frac{n(n-3)}{2}$ $\frac{10\times7}{2}$ =35.

15. **（2018 江西）**如图，五边形 ABCDE 中有一正三角形 ACD，若 AB=DE，BC=AE，∠E=115°，则∠BAE 的度数为何？（　　）



A. 115　B. 120　C. 125　D. 130

【答案】C

【解析】根据全等三角形的判定和性质得出△ABC 与△AED 全等，进而得出∠B=∠E，利用多边形的内角和解答即可.

∵正三角形 ACD，

∴AC=AD，∠ACD=∠ADC=∠CAD=60°，

∵AB=DE，BC=AE，

∴△ABC≌△AED，

∴∠B=∠E=115°，∠ACB=∠EAD，∠BAC=∠ADE，

∴∠ACB+∠BAC=∠BAC+∠DAE=180° ﹣115° =65°，

∴∠BAE=∠BAC+∠DAE+∠CAD=65° +60° =125°

二、填空题

16.（2019 江苏淮安）若一个多边形的内角和是 540°，则该多边形的边数是_____.

【答案】5

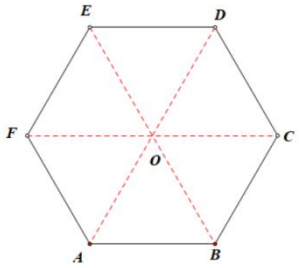
【解析】n 边形的内角和公式为（n﹣2）•180°，由此列方程求 n.

设这个多边形的边数是 n，

则（n﹣2）•180° ＝540°，

解得 n＝5

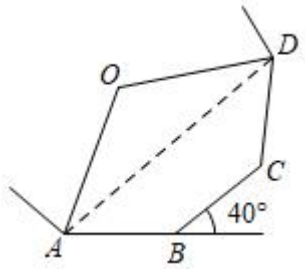
17.（2019 陕西）若正六边形的边长为 3，则其较长的一条对角线长为_____



【答案】6

【解析】如图所示为正六边形最长的三条对角线，由正六边形性质可知，△AOB，△COD 为两个边长相等的等边三角形，∴AD=2AB=6，故答案为 6

18.（2019 江苏徐州）如图，*A*、*B*、*C*、*D* 为一个外角为 40° 的正多边形的顶点．若 *O* 为正多边形的中心，则∠*OAD*=_____.



【答案】140°

【解析】利用任意凸多边形的外角和均为 360°，正多边形的每个外角相等即可求出多边形的边数，再根据多边形的内角和公式计算即可.

多边形的每个外角相等，且其和为 360°，

据此可得多边形的边数为：$\frac{360^\circ}{40^\circ}=9$，

∴∠*OAD*=$\frac{(9-2)\times 180^\circ}{9}=140^\circ$.

19.（经典题）一个多边形的内角和是其外角和的 3 倍，则这个多边形的边数是_____.

【答案】8

【解析】根据多边形的内角和公式，多边形外角和为 360°，根据题意列出方程，解之即可.

设这个多边形边数为 n，∴（n-2）×180°=360°×3，∴n=8.