专题 24　相似三角形判定与性质

专题知识回顾

1．相似三角形：对应角相等，对应边成比例的两个三角形叫做相似三角形。相似多边形对应边的比叫做相似比。

2．三角形相似的判定方法：

（1）定义法：对应角相等，对应边成比例的两个三角形相似。

（2）平行法：平行于三角形一边的直线和其他两边（或两边延长线）相交，构成的三角形与原三角形相似。

（3）判定定理 1：如果一个三角形的两个角与另一个三角形的两个角对应相等，那么这两个三角形相似，可简述为两角对应相等，两三角形相似。

（4）判定定理 2：如果一个三角形的两条边和另一个三角形的两条边对应相等，并且夹角相等，那么这两个三角形相似，可简述为两边对应成比例且夹角相等，两三角形相似。

（5）判定定理 3：如果一个三角形的三条边与另一个三角形的三条边对应成比例，那么这两个三角形相似，可简述为三边对应成比例，两三角形相似。

3．直角三角形相似判定定理：

①以上各种判定方法均适用

②定理：如果一个直角三角形的斜边和一条直角边与另一个直角三角形的斜边和一条直角边对应成比例，那么这两个直角三角形相似。

③垂直法：直角三角形被斜边上的高分成的两个直角三角形与原三角形相似。

4．相似三角形的性质：

（1）相似三角形的对应角相等，对应边成比例

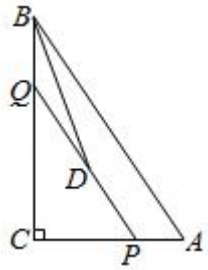
（2）相似三角形对应高的比、对应中线的比与对应角平分线的比都等于相似比

（3）相似三角形周长的比等于相似比

（4）相似三角形面积的比等于相似比的平方。

专题典型题考法及解析

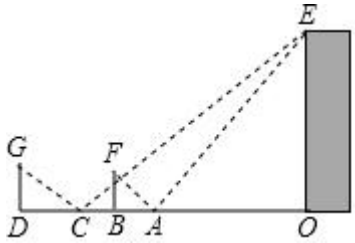
【例题 1】（2019•海南省）如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=5$，$BC=4$．点 P 是边 AC 上一动点，过点 P 作 $PQ\parallel AB$ 交 BC 于点 Q，D 为线段 PQ 的中点，当 BD 平分 $\angle ABC$ 时，AP 的长度为（　　）



A. $\frac{8}{13}$　　B. $\frac{15}{13}$　　C. $\frac{25}{13}$　　D. $\frac{32}{13}$

【例题 2】（2019•四川省凉山州）在▱ $ABCD$ 中，E 是 AD 上一点，且点 E 将 AD 分为 2：3 的两部分，连接 BE、AC 相交于 F，则 $S_{\triangle AEF}$：$S_{\triangle CBF}$ 是_____．

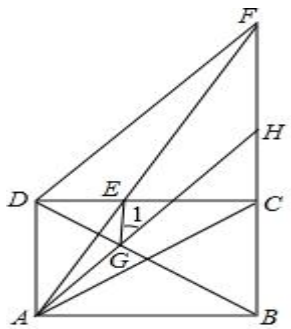
【例题 3】（2019•湖北省荆门市）如图，为了测量一栋楼的高度 OE，小明同学先在操场上 A 处放一面镜子，向后退到 B 处，恰好在镜子中看到楼的顶部 E；再将镜子放到 C 处，然后后退到 D 处，恰好再次在镜子中看到楼的顶部 E（O，A，B，C，D 在同一条直线上），测得 $AC=2m$，$BD=2.1m$，如果小明眼睛距地面高度 BF，DG 为 $1.6m$，试确定楼的高度 OE．



【例题 4】（2019 年广西梧州市）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$BC=3$，AF 平分 $\angle DAC$，分别交 DC，BC 的延长线于点 E，F；连接 DF，过点 A 作 $AH\parallel DF$，分别交 BD，BF 于点 G，H．

（1）求 DE 的长；

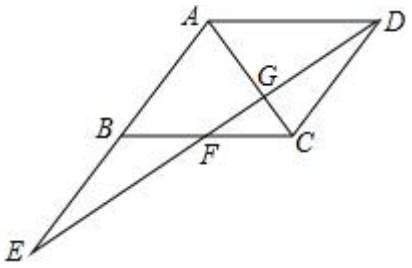
（2）求证：$\angle 1=\angle DFC$．



【例题 5】（2019 年湖南省张家界市）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，连接对角线 AC，延长 AB 至点 E，使 $BE=AB$，连接 DE，分别交 BC，AC 交于点 F，G．

（1）求证：$BF=CF$；

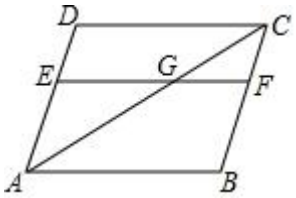
（2）若 $BC=6$，$DG=4$，求 FG 的长．



专题典型训练题

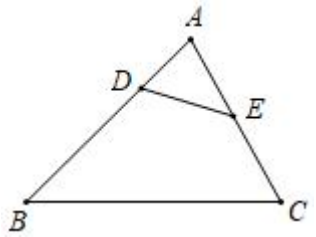
一、选择题

1.（2019 年广西玉林市）如图，$AB\parallel EF\parallel DC$，$AD\parallel BC$，$EF$ 与 AC 交于点 G，则是相似三角形共有（　　）



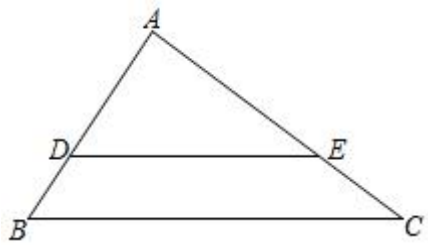
A．3 对　　B．5 对　　C．6 对　　D．8 对

2.（2019 年内蒙古赤峰市）如图，D、E 分别是△ABC 边 AB，AC 上的点，$\angle ADE=\angle ACB$，若 $AD=2$，$AB=6$，$AC=4$，则 AE 的长是（　　）



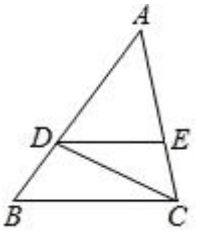
A．1　　B．2　　C．3　　D．4

3.（2019·广西贺州）如图，在△ABC 中，D，E 分别是 AB，AC 边上的点，$DE\parallel BC$，若 $AD=2$，$AB=3$，$DE=4$，则 BC 等于（　　）



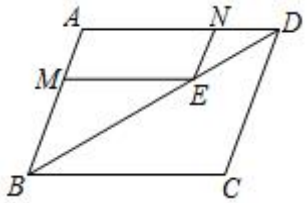
A．5　　B．6　　C．7　　D．8

4.（2019•广西贵港）如图，在△*ABC* 中，点 *D*，*E* 分别在 *AB*，*AC* 边上，*DE*∥*BC*，∠*ACD*＝∠*B*，若 *AD*＝2*BD*，*BC*＝6，则线段 *CD* 的长为（　　）



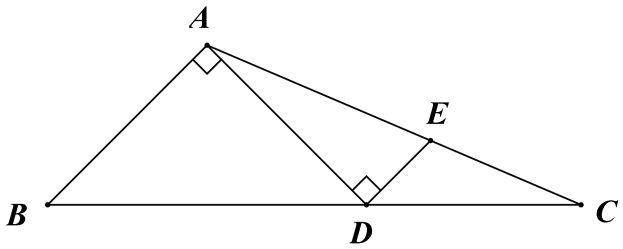
A．$2\sqrt{3}$　　B．$3\sqrt{2}$　　C．$2\sqrt{6}$　　D．5

5.（2019•黑龙江哈尔滨）如图，在▱*ABCD* 中，点 *E* 在对角线 *BD* 上，*EM*∥*AD*，交 *AB* 于点 *M*，*EN*∥*AB*，交 *AD* 于点 *N*，则下列式子一定正确的是（　　）



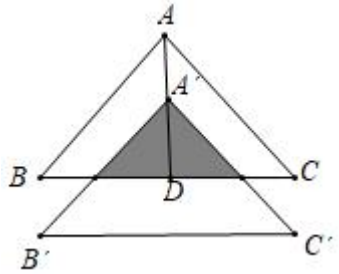
A．$\frac{AM}{BM}=\frac{NE}{DE}$　　B．$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AD}$　　C．$\frac{BC}{ME}=\frac{BE}{BD}$　　D．$\frac{BD}{BE}=\frac{BC}{EM}$

6.（2019•江苏苏州）如图，在V *ABC* 中，点 *D* 为 *BC* 边上的一点，且 $AD=AB=2$，$AD\perp AB$，过点 *D* 作 $DE\perp AD$，*DE* 交 *AC* 于点 *E*，若 $DE=1$，则V *ABC* 的面积为（　）



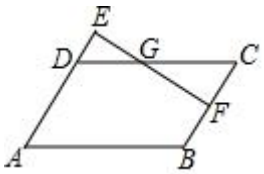
A．$4\sqrt{2}$　　B．4　　C．$2\sqrt{5}$　　D．8

7.（2019 山东枣庄）如图，将△*ABC* 沿 *BC* 边上的中线 *AD* 平移到△*A′ B′ C′* 的位置．已知△*ABC* 的面积为 16，阴影部分三角形的面积 9．若 *AA′* ＝1，则 *A′ D* 等于（　　）



A．2　　B．3　　C．4　　D．$\frac{3}{2}$

8.（2019 四川巴中）如图▱*ABCD*，*F* 为 *BC* 中点，延长 *AD* 至 *E*，使 *DE*：*AD*＝1：3，连结 *EF* 交 *DC* 于点 *G*，则 $S_{\triangle DEG}$：$S_{\triangle CFG}$＝（　　）

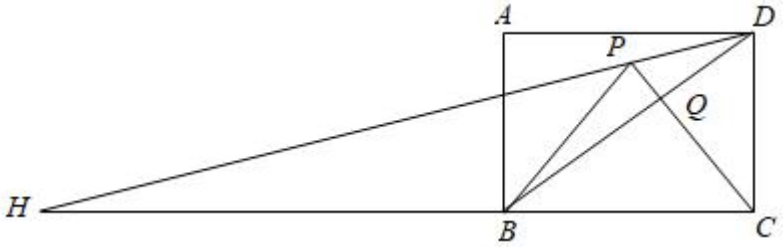


A．2：3　　B．3：2　　C．9：4　　D．4：9

9.（2019 年四川省遂宁市）如图，四边形 *ABCD* 是边长为 1 的正方形，△*BPC* 是等边三角形，连接 *DP* 并延长交 *CB* 的延长线于点 *H*，连接 *BD* 交 *PC* 于点 *Q*，下列结论：

①∠*BPD*＝135°；②△*BDP*∽△*HDB*；③*DQ*：*BQ*＝1：2；④$S_{\triangle BDP}=\frac{\sqrt{3}-1}{4}$.

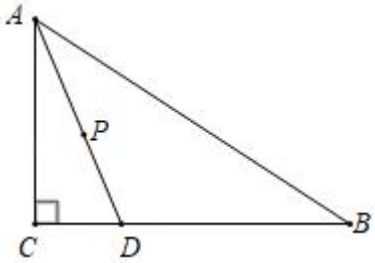
其中正确的有（　　）



A．①②③　　B．②③④　　C．①③④　　D．①②④

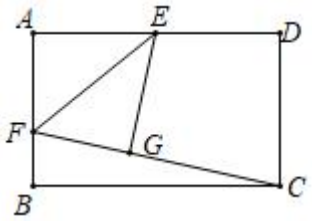
二、填空题

10.（2019•浙江宁波）如图所示，*Rt*△*ABC* 中，∠*C*＝90°，*AC*＝12，点 *D* 在边 *BC* 上，*CD*＝5，*BD*＝13．点 *P* 是线段 *AD* 上一动点，当半径为 6 的⊙*P* 与△*ABC* 的一边相切时，*AP* 的长为____.

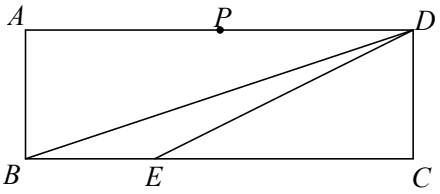


11. 2019 黑龙江省龙东地区） 一张直角三角形纸片 *ABC*，∠*ACB*＝90°，*AB*＝10，*AC*＝6，点 *D* 为 *BC* 边上的任一点，沿过点 *D* 的直线折叠，使直角顶点 *C* 落在斜边 *AB* 上的点 *E* 处，当△*BDE* 是直角三角形时，则 *CD* 的长为_____.

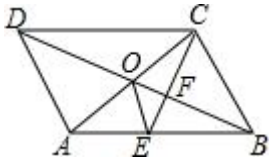
12.（2019•山东泰安）如图，矩形 *ABCD* 中，*AB*＝$3\sqrt{6}$，*BC*＝12，*E* 为 *AD* 中点，*F* 为 *AB* 上一点，将△*AEF* 沿 *EF* 折叠后，点 *A* 恰好落到 *CF* 上的点 *G* 处，则折痕 *EF* 的长是_____.



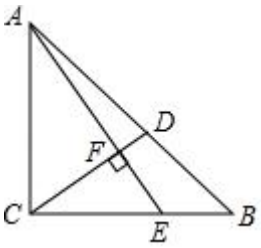
13.（2019 江苏常州）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AD=3AB=3\sqrt{10}$．点 P 是 AD 的中点，点 E 在 BC 上，$CE=2BE$，点 M、N 在线段 BD 上．若△PMN 是等腰三角形且底角与∠DEC 相等，则 $MN=$_____．



14.（2019•山东省滨州市）如图，▱$ABCD$ 的对角线 AC，BD 交于点 O，CE 平分∠BCD 交 AB 于点 E，交 BD 于点 F，且∠$ABC=60°$，$AB=2BC$，连接 OE．下列结论：①$EO\perp AC$；②$S_{\triangle AOD}=4S_{\triangle OCF}$；③$AC:BD=\sqrt{21}:7$；④$FB^2=OF\cdot DF$．其中正确的结论有_____（填写所有正确结论的序号）



15.（2019 四川泸州）如图，在等腰 Rt△ABC 中，∠$C=90°$，$AC=15$，点 E 在边 CB 上，$CE=2EB$，点 D 在边 AB 上，$CD\perp AE$，垂足为 F，则 AD 的长为_____．

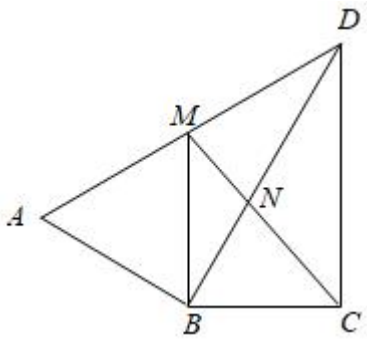


三、解答题

16.（2019•四川省凉山州）如图，∠$ABD=$∠$BCD=90°$，DB 平分∠ADC，过点 B 作 $BM\parallel CD$ 交 AD 于 M．连接 CM 交 DB 于 N．

（1）求证：$BD^2=AD\cdot CD$；

（2）若 $CD=6$，$AD=8$，求 MN 的长．

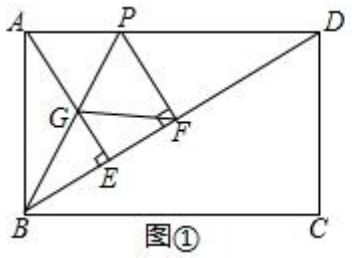


17.（2019•山东泰安）在矩形 $ABCD$ 中，$AE\perp BD$ 于点 E，点 P 是边 AD 上一点．

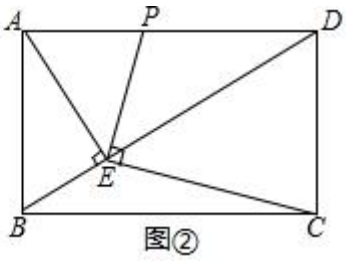
（1）若 BP 平分 $\angle ABD$，交 AE 于点 G，$PF\perp BD$ 于点 F，如图①，证明四边形 $AGFP$ 是菱形；

（2）若 $PE\perp EC$，如图②，求证：$AE\cdot AB=DE\cdot AP$；

（3）在（2）的条件下，若 $AB=1$，$BC=2$，求 AP 的长．



图①



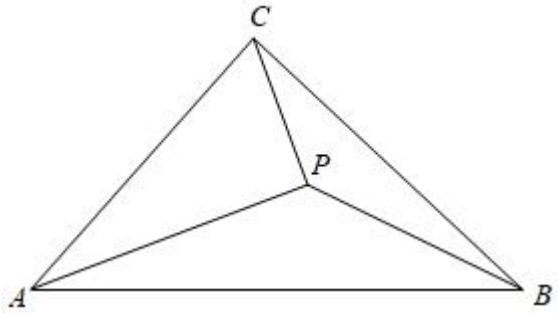
图②

18. (2019 安徽)如图，$Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，P 为 $\triangle ABC$ 内部一点，且 $\angle APB=\angle BPC=135°$．

（1）求证：$\triangle PAB\backsim\triangle PBC$；

（2）求证：$PA=2PC$；

（3）若点 P 到三角形的边 AB，BC，CA 的距离分别为 h_1，h_2，h_3，求证 $h_1^2=h_2\cdot h_3$．



19.（2019 年湖南省株洲市）如图所示，已知正方形 $OEFG$ 的顶点 O 为正方形 $ABCD$ 对角线 AC、BD 的交点，连接 CE、DG．

（1）求证：$\triangle DOG\cong\triangle COE$；

（2）若 $DG\perp BD$，正方形 $ABCD$ 的边长为 2，线段 AD 与线段 OG 相交于点 M，$AM=\frac{1}{2}$，求正方形 $OEFG$ 的边长．

