专题 32 尺规作图问题

专题知识回顾

1.尺规作图的定义：只用不带刻度的直尺和圆规通过有限次操作，完成画图的一种作图方法．尺规作图可以要求写作图步骤，也可以要求不一定要写作图步骤，但必须保留作图痕迹。

2.尺规作图的五种基本情况：

（1）作一条线段等于已知线段；

（2）作一个角等于已知角；

（3）作已知线段的垂直平分线；

（4）作已知角的角平分线；

（5）过一点作已知直线的垂线。

3.对尺规作图题解法：

写出已知，求作，作法（不要求写出证明过程）并能给出合情推理。

4.中考要求：

（1）能完成以下基本作图：作一条线段等于已知线段，作一个角等于已知角，作角的平分线，作线段的垂直平分线.

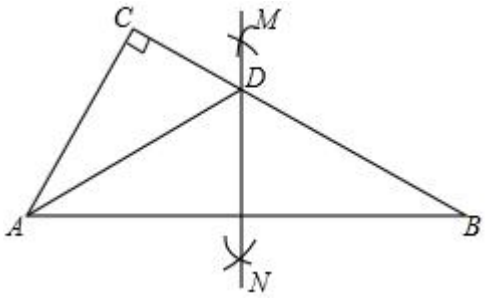
（2）能利用基本作图作三角形：已知三边作三角形；已知两边及其夹角作三角形；已知两角及其夹边作三角形；已知底边及底边上的高作等腰三角形.

（3）能过一点、两点和不在同一直线上的三点作圆.

（4）了解尺规作图的步骤，对于尺规作图题，会写已知、求作和作法（不要求证明）.

专题典型题考法及解析

【例题 1】（2019•湖南长沙）如图，$Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle B=30°$，分别以点 A 和点 B 为圆心，大于$\frac{1}{2}AB$的长为半径作弧，两弧相交于 M、N 两点，作直线 MN，交 BC 于点 D，连接 AD，则 $\angle CAD$ 的度数是（　　）

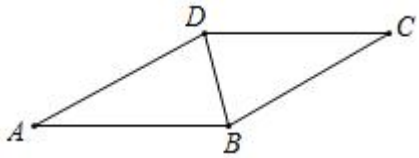


A．20°　　B．30°　　C．45°　　D．60°

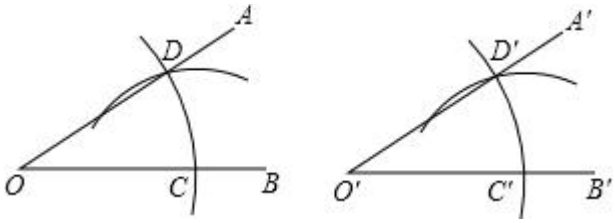
【例题 2】（2019 山东枣庄）如图，*BD* 是菱形 *ABCD* 的对对角线，∠*CBD*＝75°，

（1）请用尺规作图法，作 *AB* 的垂直平分线 *EF*，垂足为 *E*，交 *AD* 于 *F*；（不要求写作法，保留作图痕迹）

（2）在（1）条件下，连接 *BF*，求∠*DBF* 的度数．



【例题 3】(2019 年贵州安顺模拟题)用直尺和圆规作一个角等于已知角，如图，能得出∠A′O′B′=∠AOB 的依据是（　　）

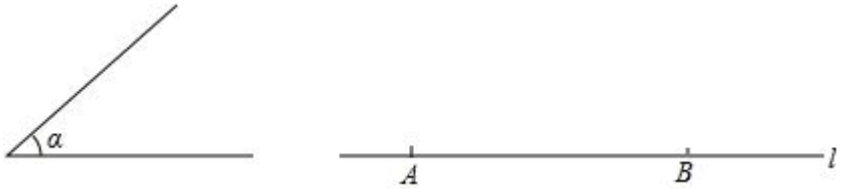


A．（SAS）　　B．（SSS）　　C．（ASA）　　D．（AAS）

【例题 4】（2019•山东青岛）请用直尺、圆规作图，不写作法，但要保留作图痕迹．

已知：∠*α*，直线 *l* 及 *l* 上两点 *A*，B．

求作：*Rt*△*ABC*，使点 *C* 在直线 *l* 的上方，且∠*ABC*＝90°，∠*BAC*＝∠*α*．

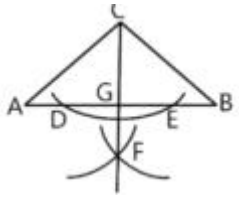


专题典型训练题

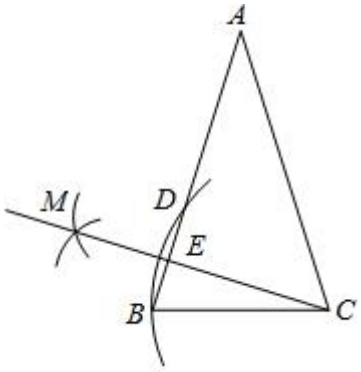
一、选择题

1.（2019•广西北部湾）如图, 在△*ABC* 中，*AC*=*BC*, ∠*A*=40^0 ，观察图中尺规作图的痕迹，可知∠*BCG* 的度数为（　　）

A．40^0　　B．45^0　　C．50^0　　D．60^0

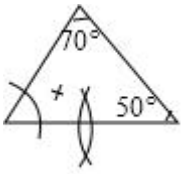


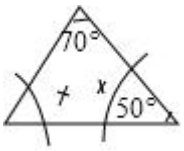
2.（2019·贵州贵阳）如图，在△*ABC* 中，*AB*＝*AC*，以点 *C* 为圆心，*CB* 长为半径画弧，交 *AB* 于点 *B* 和点 *D*，再分别以点 *B*，*D* 为圆心，大于$\frac{1}{2}$*BD* 长为半径画弧，两弧相交于点 *M*，作射线 *CM* 交 *AB* 于点 *E*．若 *AE*＝2，*BE*＝1，则 *EC* 的长度是（　　）

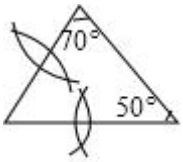


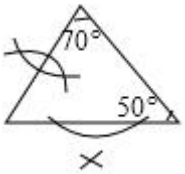
A．2　　B．3　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{5}$

3.（2019•河北省）根据圆规作图的痕迹，可用直尺成功找到三角形外心的是（　　）

A.　

B.　

C.　

D.　

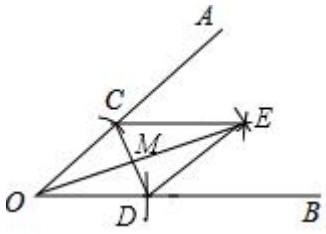
4．（2019•山东潍坊）如图，已知∠*AO*B．按照以下步骤作图：

①以点 *O* 为圆心，以适当的长为半径作弧，分别交∠*AOB* 的两边于 *C*，*D* 两点，连接 *C*D．

②分别以点 *C*，*D* 为圆心，以大于线段 *OC* 的长为半径作弧，两弧在∠*AOB* 内交于点 *E*，连接 *CE*，*DE*．

③连接 *OE* 交 *CD* 于点 *M*．

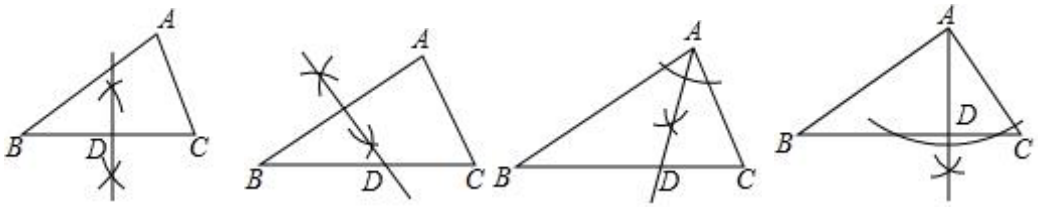
下列结论中错误的是（　　）



A．$\angle CEO=\angle DEO$　　B．$CM=MD$

C．$\angle OCD=\angle ECD$　　D．$S_{四边形OCED}=\frac{1}{2}CD\cdot OE$

5．(2019•湖北宜昌)通过如下尺规作图，能确定点 D 是 BC 边中点的是(　　)

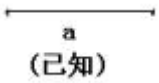


A．　　B．　　C．　　D．

6.（经典题）作一条线段等于已知线段。

已知：如图，线段 a .

求作：线段 AB，使 AB = a .

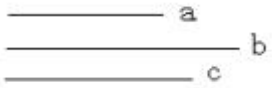


（已知）

7.（经典题）已知三边作三角形。

已知：如图，线段 a，b，c.

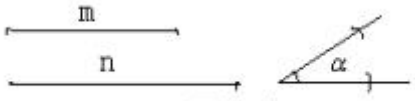
求作：△ABC，使 AB = c，AC = b，BC = a.



8.（经典题）已知两边及夹角作三角形。

已知：如图，线段 m，n，$\angle\alpha$.

求作：△ABC，使∠A=$\angle\alpha$，AB=m，AC=n.



（已知）

9.（经典题）做已知线段的中点

已知：如图，线段 MN.

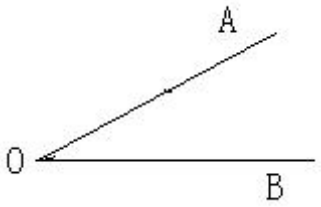
求作：点 O，使 MO=NO（即 O 是 MN 的中点）.



10.（经典题）作已知角的角平分线。

已知：如图，∠AOB，

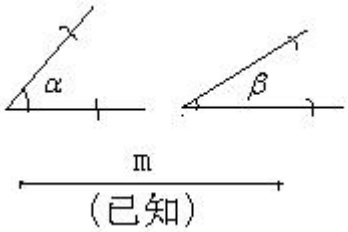
求作：射线 OP, 使∠AOP＝∠BOP（即 OP 平分∠AOB）。



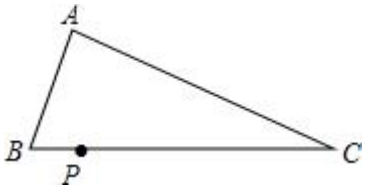
11.（经典题）已知两角及夹边作三角形。

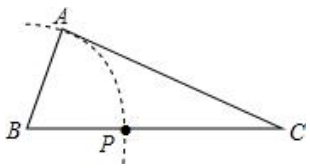
已知：如图，$\angle\alpha$，$\angle\beta$，线段 m .

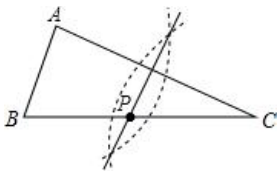
求作：△ABC，使∠A=$\angle\alpha$，∠B=$\angle\beta$,AB=m.

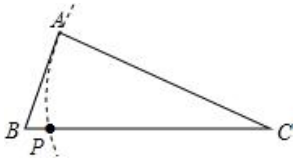


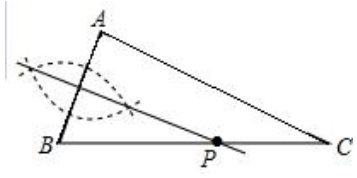
12.（2019•河北模拟题）如图，已知△ABC（AC＜BC），用尺规在 BC 上确定一点 P，使 PA+PC=BC，则符合要求的作图痕迹是（　　）



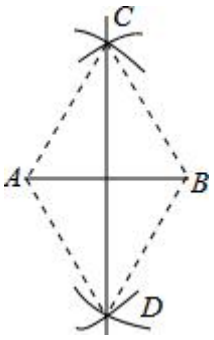
A. 

B. 

C. 

D. 

13.（2019•丽水模拟题）如图，小红在作线段 AB 的垂直平分线时，是这样操作的：分别以点 A，B 为圆心，大于线段 AB 长度一半的长为半径画弧，相交于点 C，D，则直线 CD 即为所求．连结 AC，BC，AD，BD，根据她的作图方法可知，四边形 ADBC 一定是（　　）



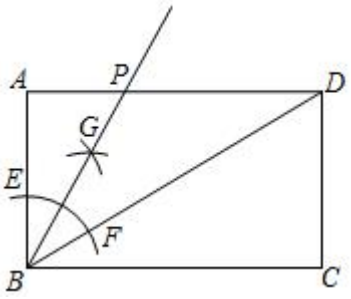
A.矩形　　B.菱形　　C.正方形　D.等腰梯形

14.(2019•湖南益阳)已知 M、N 是线段 AB 上的两点，$AM=MN=2$，$NB=1$，以点 A 为圆心，AN 长为半径画弧；再以点 B 为圆心，BM 长为半径画弧，两弧交于点 C，连接 AC，BC，则△ABC 一定是(　　)

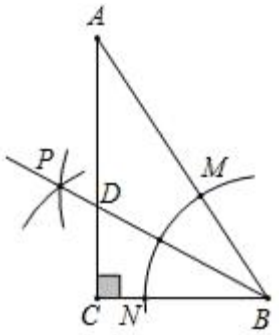
A．锐角三角形　　B．直角三角形　　C．钝角三角形　　D．等腰三角形

二、填空题

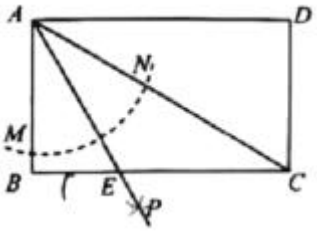
15．（2019 武汉）如图，BD 是矩形 $ABCD$ 的对角线，在 BA 和 BD 上分别截取 BE，BF，使 $BE=BF$；分别以 E，F 为圆心，以大于$\frac{1}{2}EF$ 的长为半径作弧，两弧在∠ABD 内交于点 G，作射线 BG 交 AD 于点 P，若 $AP=3$，则点 P 到 BD 的距离为_____.



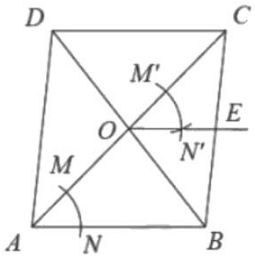
16．（2019 济南）如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，以顶点 B 为圆心，适当长度为半径画弧，分别交 AB，BC 于点 M，N，再分别以点 M，N 为圆心，大于$\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧，两弧交于点 P，作射线 BP 交 AC 于点 D．若∠A=30°，则$\frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle ABD}}$=_____.



17. (2019 甘肃省兰州市) 如图， 矩形 $ABCD$， $\angle BAC=60^0$. 以点 A 为圆心，以任意长为半径作弧分别交 AB.AC 于点 M、N 两点，再分别以点 M、N 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧交于点 P ，作射线 AP 交 BC 于点 E，若 $BE=1$，则矩形 $ABCD$ 的面积等于_____.

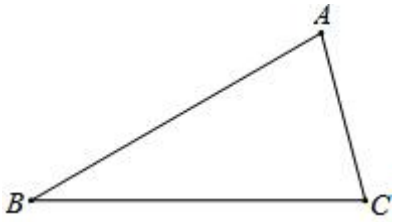


18. (2019 四川成都）如图，□$ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O，按以下步骤作图：①以点 A 为圆心，以任意长为半径作弧，分别交 AO，AB 于点 M，N；②以点 O 为圆心，以 AM 长为半径作弧，交 OC 于点 M'；③以点 M' 为圆心，以 MN 长为半径作弧，在 $\angle COB$ 内部交前面的弧于点 N'；④过点 N' 作射线 ON' 交 BC 于点 E，若 AB=8，则线段 OE 的长为_____.



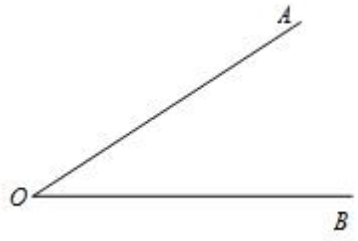
三、填空题

19.（2019•六盘水模拟题）如图，在△ABC 中，利用尺规作图，画出△ABC 的外接圆或内切圆（任选一个.不写作法，必须保留作图痕迹）



20.（2019 石景山二模）下面是小华设计的“作一个角等于已知角的 2 倍”的尺规作图过程.

已知：$\angle AOB$.



求作：$\angle APC$，使得$\angle APC=2\angle AOB$.

作法：如图，

①在射线 OB 上任取一点 C；

②作线段 OC 的垂直平分线，

交 OA 于点 P，交 OB 于点 D；

③连接 PC；

所以$\angle APC$ 即为所求作的角.

根据小华设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明（说明：括号里填写推理的依据）.

证明：∵DP 是线段 OC 的垂直平分线，

∴$OP=$_____（_____）.

∴$\angle O=\angle PCO$.

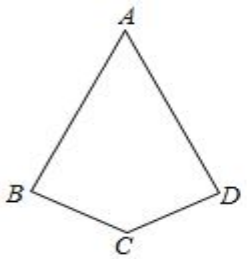
∵$\angle APC=\angle O+\angle PCO$（_____）.

∴$\angle APC=2\angle AOB$.

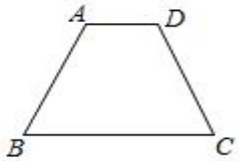
21.（2019•湖北省仙桃市）请仅用无刻度的直尺完成下列画图，不写画法，保留画图痕迹.

（1）如图①，四边形 $ABCD$ 中，$AB=AD$，$\angle B=\angle D$，画出四边形 $ABCD$ 的对称轴 m；

（2）如图②，四边形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$\angle A=\angle D$，画出 BC 边的垂直平分线 n.



图①



图②

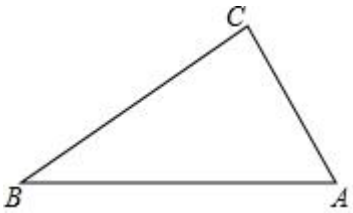
22.（2019•四川省达州市）如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=2$，$BC=3$.

（1）尺规作图：不写作法，保留作图痕迹.

①作 $\angle ACB$ 的平分线，交斜边 AB 于点 D；

②过点 D 作 BC 的垂线，垂足为点 E.

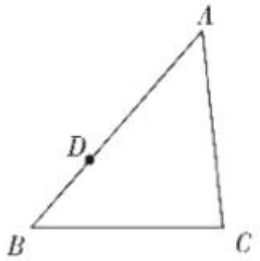
（2）在（1）作出的图形中，求 DE 的长.



23.（2019•广东）如图，在$\triangle ABC$ 中，点 D 是 AB 边上的一点.

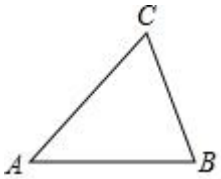
（1）请用尺规作图法，在$\triangle ABC$ 内，求作$\angle ADE$. 使$\angle ADE=\angle B$，DE 交 AC 于 E；（不要求写作法，保留作图痕迹）

（2）在（1）的条件下，若 $\frac{AD}{DB}=2$，求 $\frac{AE}{EC}$ 的值.



24.（2019•广西贵港）尺规作图（只保留作图痕迹，不要求写出作法）：

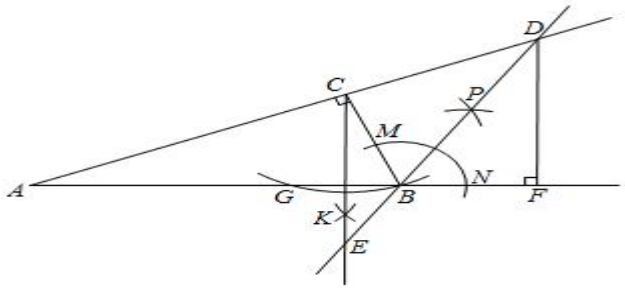
如图，已知$\triangle ABC$，请根据“*SAS*”基本事实作出$\triangle DEF$，使$\triangle DEF\cong\triangle ABC$.



25.（2019•湖北孝感）如图，$Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，一同学利用直尺和圆规完成如下操作：

①以点 C 为圆心，以 CB 为半径画弧，交 AB 于点 G；分别以点 G、B 为圆心，以大于$\frac{1}{2}GB$ 的长为半径画弧，两弧交点 K，作射线 CK；

②以点 B 为圆心，以适当的长为半径画弧，交 BC 于点 M，交 AB 的延长线于点 N；分别以点 M、N 为圆心，以大于$\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧，两弧交于点 P，作直线 BP 交 AC 的延长线于点 D，交射线 CK 于点 E.



请你观察图形，根据操作结果解答下列问题；

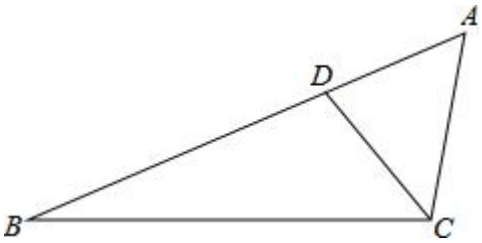
（1）线段 CD 与 CE 的大小关系是_____；

（2）过点 D 作 $DF\perp AB$ 交 AB 的延长线于点 F，若 $AC=12$，$BC=5$，求 $\tan\angle DBF$ 的值．

26.（ 2019•广东模拟题）如图，点 D 在$\triangle ABC$ 的 AB 边上，且$\angle ACD=\angle$A．

（1）作$\angle BDC$ 的平分线 DE，交 BC 于点 E（用尺规作图法，保留作图痕迹，不要求写作法）；

（2）在（1）的条件下，判断直线 DE 与直线 AC 的位置关系（不要求证明）．



27.（2019 平谷二模）下面是小元设计的“经过已知直线外一点作这条直线的垂线”的尺规作图过程．

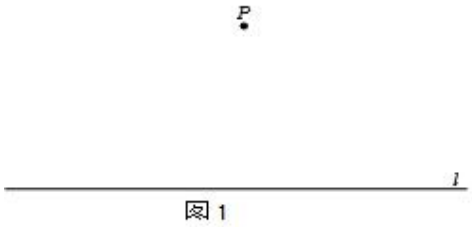


图 1

已知：如图 1，直线 l 和 l 外一点 P．

求作：直线 l 的垂线，使它经过点 P．

作法：如图 2，

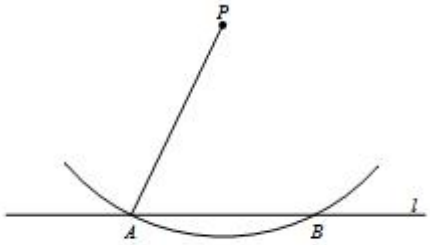


图2

（1）在直线 l 上任取一点 A；

（2）连接 AP，以点 P 为圆心，AP 长为半径作弧，交直线 l 于点 B（点 A，B 不重合）；

（3）连接 BP，作 $\angle APB$ 的角平分线，交 AB 于点 H；

（4）作直线 PH，交直线 l 于点 H.

所以直线 PH 就是所求作的垂线.

根据小元设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形 （保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：∵ PH 平分 $\angle APB$，

∴ $\angle APH=$_____.

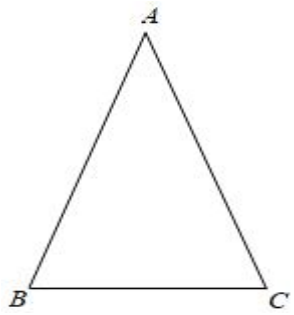
∵ $PA=$_____，

∴ $PH\perp$ 直线 l 于 H. (_____)(填推理的依据)

28.（2019•甘肃庆阳）已知：在△ABC 中，$AB=AC$.

（1）求作：△ABC 的外接圆. （要求：尺规作图，保留作图痕迹，不写作法）

（2）若△ABC 的外接圆的圆心 O 到 BC 边的距离为 4，$BC=6$，则 $S_{\odot O}=$_____.



29.（2019•广东广州）如图，⊙O 的直径 $AB=10$，弦 $AC=8$，连接 BC.

（1）尺规作图：作弦 CD，使 $CD=BC$（点 D 不与 B 重合），连接 AD；（保留作图痕迹，不写作法）

（2）在（1）所作的图中，求四边形 $ABCD$ 的周长.

