专题 34 动态问题

专题知识回顾

一、动态问题概述

1.就运动类型而言,有函数中的动点问题、图象问题、面积问题、最值问题、和差问题、定值问题和存在性问题等。

2.就运动对象而言,几何图形中的动点问题，有点动、线动、面动三大类。

3.就图形变化而言,有轴对称（翻折）、平移、旋转（中心对称、滚动）等。

4.动态问题一般分两类，一类是代数综合方面，在坐标系中有动点，动直线，一般是利用多种函数交叉求解。另一类就是几何综合题，在梯形，矩形，三角形中设立动点、线以及整体平移翻转，对考生的综合分析能力进行考察。所以说，动态问题是中考数学当中的重中之重，只完全掌握才能拿高分。

另一类就是几何综合题，在梯形，矩形，三角形中设立动点、线以及整体平移翻转，对考生的综合分析能力进行考察。所以说，动态问题是中考数学当中的重中之重，只完全掌握才能拿高分。

二、动点与函数图象问题常见的四种类型：

1.三角形中的动点问题：动点沿三角形的边运动，根据问题中的常量与变量之间的关系，判断函数图

2.四边形中的动点问题：动点沿四边形的边运动，根据问题中的常量与变量之间的关系，判断函数图象。

3.圆中的动点问题：动点沿圆周运动，根据问题中的常量与变量之间的关系，判断函数图象。

4.直线、双曲线、抛物线中的动点问题：动点沿直线、双曲线、抛物线运动，根据问题中的常量与变量之间的关系，判断函数图象。

三、图形运动与函数图象问题常见的三种类型：

1.线段与多边形的运动图形问题：把一条线段沿一定方向运动经过三角形或四边形，根据问题中的常量与变量之间的关系，进行分段，判断函数图象。

2.多边形与多边形的运动图形问题：把一个三角形或四边形沿一定方向运动经过另一个多边形，根据问题中的常量与变量之间的关系，进行分段，判断函数图象。

3.多边形与圆的运动图形问题：把一个圆沿一定方向运动经过一个三角形或四边形，或把一个三角形或四边形沿一定方向运动经过一个圆，根据问题中的常量与变量之间的关系，进行分段，判断函数图象。

四、动点问题常见的四种类型：

1.三角形中的动点问题：动点沿三角形的边运动，通过全等或相似，探究构成的新图形与原图形的边或角

的关系。

2.四边形中的动点问题：动点沿四边形的边运动，通过探究构成的新图形与原图形的全等或相似，得出它们的边或角的关系。

3.圆中的动点问题：动点沿圆周运动，探究构成的新图形的边角等关系。

4.直线、双曲线、抛物线中的动点问题：动点沿直线、双曲线、抛物线运动，探究是否存在动点构成的三角形是等腰三角形或与已知图形相似等问题。

五、解决动态问题一般步骤：

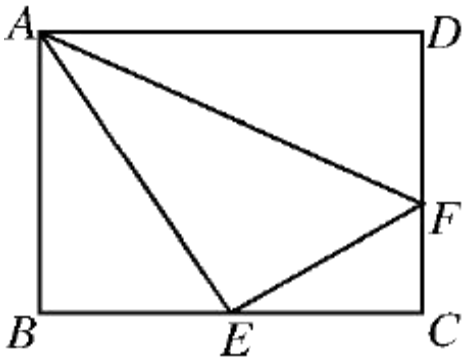
（1）用数量来刻画运动过程。因为在不同的运动阶段，同一个量的数学表达方式会发生变化，所以需要分类讨论。有时符合试题要求的情况不止一种，这时也需要分类讨论。

（2）画出符合题意的示意图。

（3）根据试题的已知条件或者要求列出算式、方程或者数量间的关系式。

专题典型题考法及解析

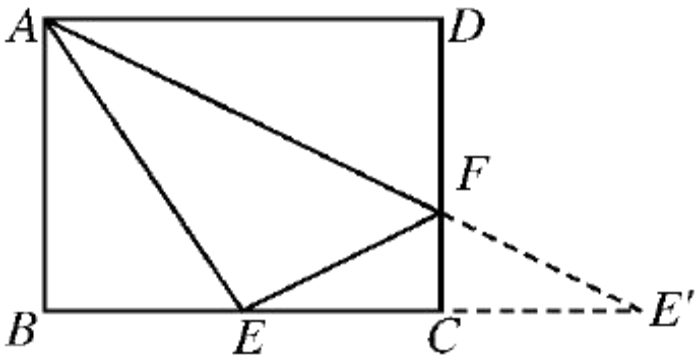
【例题 1】（点动题）如图，在矩形 ABCD 中，AB＝6，BC＝8，点 E 是 BC 中点，点 F 是边 CD 上的任意一点，当△AEF 的周长最小时，则 DF 的长为（　　）



A.1　　B.2　　C.3　　D.4

【答案】D

【解析】如图，作点 E 关于直线 CD 的对称点 E′，连接 AE′，交 CD 于点 F.



∵在矩形 ABCD 中，AB＝6，BC＝8，点 E 是 BC 中点，

∴BE＝CE＝CE′ ＝4.

∵AB⊥BC，CD⊥BC，

∴CF∥AB，△CE′ F∽△BE′ A.

CE′ /BE′ =CF/AB

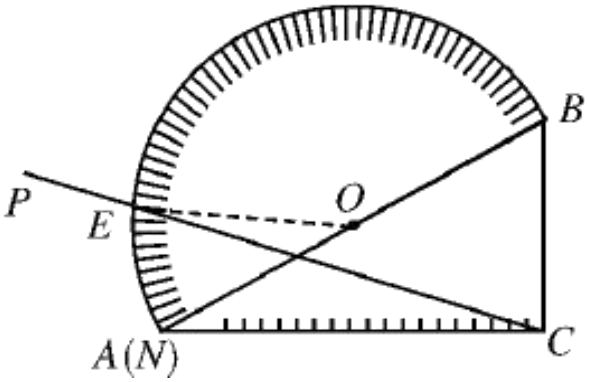
4/(8+4)=CF/6

解得 CF＝2.

∴DF＝CD－CF＝6－2＝4.

热点二：线动

【例题 2】（线动题）如图 ，量角器的直径与直角三角板 ABC 的斜边 AB 重合，其中量角器 0 刻度线的端点 N 与点 A 重合，射线 CP 从 CA 处出发沿顺时针方向以每秒 3° 的速度旋转，CP 与量角器的半圆弧交于点 E，第 24 秒，点 E 在量角器上对应的读数是_____.



【答案】144°

【解析】连接 OE，∵∠ACB＝90° ，

∴A，B，C 在以点 O 为圆心，AB 为直径的圆上.

∴点 E，A，B，C 共圆.

∵∠ACE＝3°×24＝72°，

∴∠AOE＝2∠ACE＝144°.

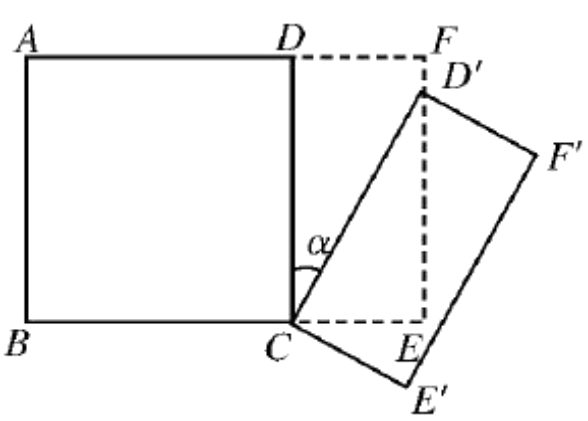
∴点 E 在量角器上对应的读数是 144°.

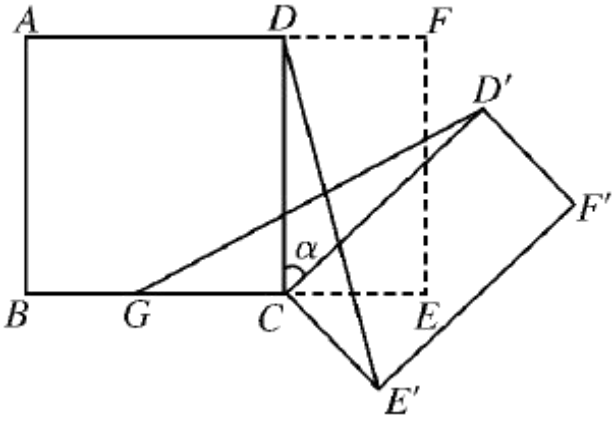
【例题 3】(面动题) 如图 Z10-4，将一个边长为 2 的正方形 ABCD 和一个长为 2，宽为 1 的长方形 CEFD 拼在一起，构成一个大的长方形 ABEF.现将小长方形 CEFD 绕点 C 按顺时针旋转至 CE′F′D′，旋转角为α.

(1)当点 D′恰好落在 EF 边上时，求旋转角α的值；

(2)如图 Z10-5，G 为 BC 中点，且 0°＜α＜90°，求证：GD′＝E′D；

(3)小长方形 CEFD 绕点 C 按顺时针旋转一周的过程中，△DCD′与△CBD′能否全等？若能，直接写出旋转角α的值；若不能，请说明理由.





【答案】见解析。

【解析】本题考查了旋转的性质：旋转前后两图形全等；对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角．也考查了正方形、矩形的性质以及三角形全等的判定与性质.

(1)∵长方形 CEFD 绕点 C 顺时针旋转至 CE′F′D′，

∴CD′＝CD＝2.

在 Rt△CED′中，CD′＝2，CE＝1，∴∠CD′E＝30°.

∵CD∥EF，∴∠α＝30°.

（2）证明：∵G 为 BC 中点，∴CG＝1.∴CG＝CE.

∵长方形 CEFD 绕点 C 顺时针旋转至 CE′F′D′，

∴∠D′CE′＝∠DCE＝90°，CE＝CE′＝CG.

∴∠GCD′＝∠E′CD＝90°＋α.

在△GCD' 和△$E'CD$ 中，$\begin{cases} CD'=CD, \\ \angle GCD'=\angle E'CD, \\ CG=CE', \end{cases}$

∴△GCD' ≌△$E'CD$(SAS). ∴$GD'=E'D$.

（3）能．理由如下：

∵四边形 ABCD 为正方形，∴CB＝CD.

∵CD＝CD′，

∴△BCD ′ 与△ DCD′ 为腰相等的两个等腰三角形.

当∠BCD′ ＝∠DCD′ 时，△BCD′ ≌△DCD′ .

①当△BCD′ 与△DCD′ 为钝角三角形时，

$$\angle a=\frac{360°-90°}{2}=135°.$$

②当△BCD′ 与△DCD′ 为锐角三角形时，

$$\angle BCD'=\angle DCD'=\frac{1}{2}\angle BCD=45°.$$

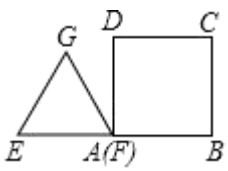
$$\therefore \angle a=360°-\frac{90°}{2}=315°.$$

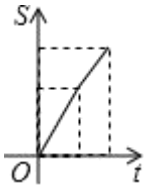
综上所述，当旋转角 a 的值为 135° 或 315° 时，△DCD′ 与△CBD′ 全等.

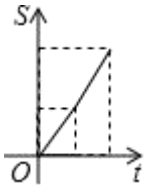
专题典型训练题

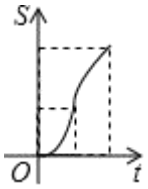
一. 选择题

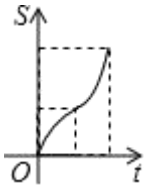
1.（2019•四川省达州市）如图，边长都为 4 的正方形 *ABCD* 和正三角形 *EFG* 如图放置，*AB* 与 *EF* 在一条直线上，点 *A* 与点 *F* 重合．现将△*EFG* 沿 *AB* 方向以每秒 1 个单位的速度匀速运动，当点 *F* 与 *B* 重合时停止．在这个运动过程中，正方形 *ABCD* 和△*EFG* 重叠部分的面积 *S* 与运动时间 *t* 的函数图象大致是（　　）



A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】C.

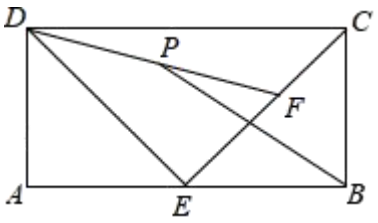
【解析】根据题意和函数图象可以写出各段对应的函数解析式，从而可以判断哪个选项中的图象符合题意，本题得以解决.

当 $0\le t\le 2$ 时，$S=\frac{t\cdot(t\cdot\tan 60^\circ)}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}t^2$，即 S 与 t 是二次函数关系，有最小值（0，0），开口向上，

当 $2<t\le 4$ 时，$S=\frac{4\times(4\times\sin 60^\circ)}{2}-\frac{(4-t)\cdot[(4-t)\cdot\tan 60^\circ]}{2}=4\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}(4-t)^2$，即 S 与 t 是二次函数关系，开口向下，

由上可得，选项 C 符合题意。

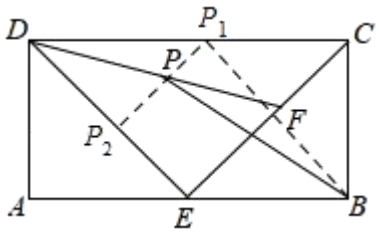
2.（2019•山东泰安）如图，矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$AD=2$，E 为 AB 的中点，F 为 EC 上一动点，P 为 DF 中点，连接 PB，则 PB 的最小值是（　　）



A．2　　B．4　　C．$\sqrt{2}$　　D．$2\sqrt{2}$

【答案】D.

【解析】根据中位线定理可得出点点 P 的运动轨迹是线段 P_1P_2，再根据垂线段最短可得当 $BP\perp P_1P_2$ 时，PB 取得最小值；由矩形的性质以及已知的数据即可知 $BP_1\perp P_1P_2$，故 BP 的最小值为 BP_1 的长，由勾股定理求解即可．如图：



当点 F 与点 C 重合时，点 P 在 P_1 处，$CP_1=DP_1$，

当点 F 与点 E 重合时，点 P 在 P_2 处，$EP_2=DP_2$，

$\therefore P_1P_2\parallel CE$ 且 $P_1P_2=\frac{1}{2}CE$

当点 F 在 EC 上除点 C、E 的位置处时，有 $DP=FP$

由中位线定理可知：$P_1P \parallel CE$ 且 $P_1P=\frac{1}{2}CF$

∴点 P 的运动轨迹是线段 P_1P_2，

∴当 $BP \perp P_1P_2$ 时，PB 取得最小值

∵矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$AD=2$，E 为 AB 的中点，

∴$\triangle CBE$、$\triangle ADE$、$\triangle BCP_1$ 为等腰直角三角形，$CP_1=2$

∴$\angle ADE=\angle CDE=\angle CP_1B=45°$，$\angle DEC=90°$

∴$\angle DP_2P_1=90°$

∴$\angle DP_1P_2=45°$

∴$\angle P_2P_1B=90°$，即 $BP_1 \perp P_1P_2$，

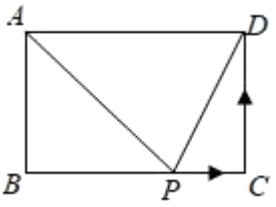
∴BP 的最小值为 BP_1 的长

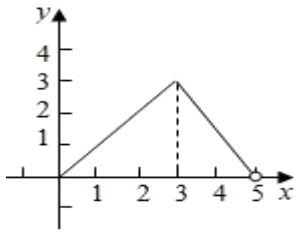
在等腰直角 BCP_1 中，$CP_1=BC=2$

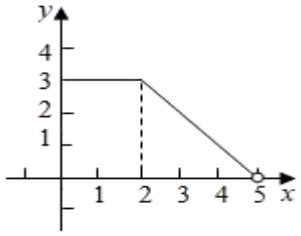
∴$BP_1=2\sqrt{2}$

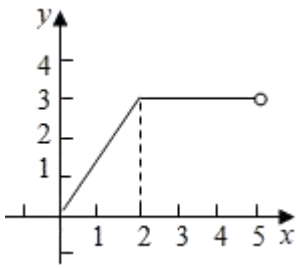
∴PB 的最小值是 $2\sqrt{2}$

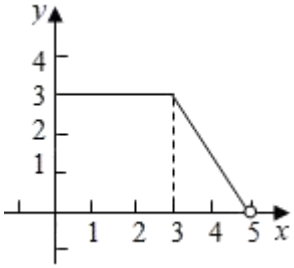
3.（2019•山东潍坊）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$BC=3$，动点 P 沿折线 BCD 从点 B 开始运动到点 D. 设运动的路程为 x，$\triangle ADP$ 的面积为 y，那么 y 与 x 之间的函数关系的图象大致是（　　）



A.


B.


C.


D.


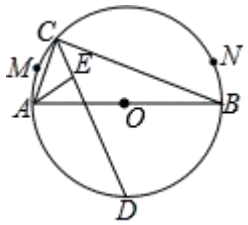
【答案】D.

【解析】由题意当 $0\le x\le 3$ 时，$y=3$，当 $3<x<5$ 时，$y=\frac{1}{2}\times 3\times(5-x)=-\frac{3}{2}x+\frac{15}{2}$．由此即可判断．

由题意当 $0\le x\le 3$ 时，$y=3$，

当 $3<x<5$ 时，$y=\frac{1}{2}\times 3\times(5-x)=-\frac{3}{2}x+\frac{15}{2}$．

4.（2019•湖北武汉）如图，AB 是⊙O 的直径，M、N 是 $\overset{\frown}{AB}$（异于 A.B）上两点，C 是 $\overset{\frown}{MN}$ 上一动点，$\angle ACB$ 的角平分线交⊙O 于点 D，$\angle BAC$ 的平分线交 CD 于点 E．当点 C 从点 M 运动到点 N 时，则 C.E 两点的运动路径长的比是（　　）

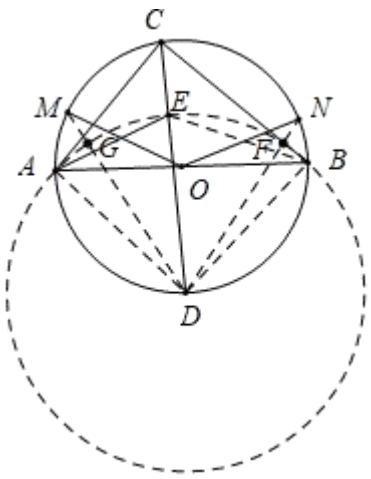


A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{\pi}{2}$　　C．$\frac{3}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{5}}{2}$

【答案】A．

【解析】本题考查弧长公式，圆周角定理，三角形的内心等知识，解题的关键是理解题意，正确寻找点的运动轨迹，属于中考选择题中的压轴题．

如图，连接 EB．设 $OA=r$．易知点 E 在以 D 为圆心 DA 为半径的圆上，运动轨迹是 $\overset{\frown}{GF}$，点 C 的运动轨迹是 $\overset{\frown}{MN}$，由题意 $\angle MON=2\angle GDF$，设 $\angle GDF=\alpha$，则 $\angle MON=2\alpha$，利用弧长公式计算即可解决问题．



∵AB 是直径，∴$\angle ACB=90°$，

∵E 是△ACB 的内心，∴$\angle AEB=135°$，

∵$\angle ACD=\angle BCD$，

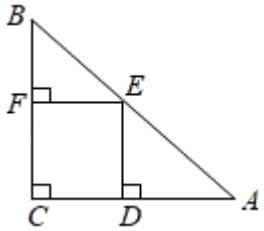
∴$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DB}$，∴$AD=DB=\sqrt{2}r$，∴∠$ADB=90°$，

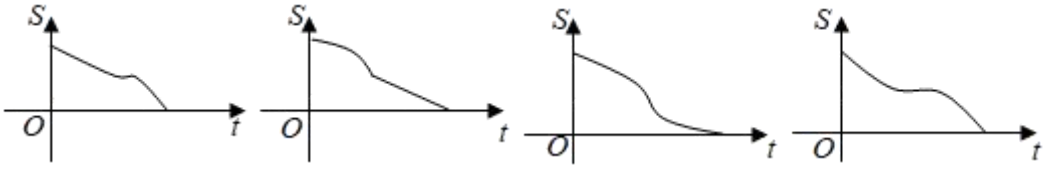
易知点 E 在以 D 为圆心 DA 为半径的圆上，运动轨迹是$\overset{\frown}{GF}$，点 C 的运动轨迹是$\overset{\frown}{MN}$，

∵∠$MON=2∠GDF$，设∠$GDF=\alpha$，则∠$MON=2\alpha$

$$\therefore \frac{\overset{\frown}{MN}\text{的长}}{\overset{\frown}{GF}\text{的长}}=\frac{\frac{2\alpha\cdot\pi\cdot r}{180}}{\frac{\alpha\cdot\pi\cdot\sqrt{2}r}{180}}=\sqrt{2}.$$

5.（2019•湖南衡阳）如图，在直角三角形 ABC 中，∠$C=90°$，$AC=BC$，E 是 AB 的中点，过点 E 作 AC 和 BC 的垂线，垂足分别为点 D 和点 F，四边形 $CDEF$ 沿着 CA 方向匀速运动，点 C 与点 A 重合时停止运动，设运动时间为 t，运动过程中四边形 $CDEF$ 与△ABC 的重叠部分面积为 S. 则 S 关于 t 的函数图象大致为（　　）





A　　B　　C　　D

【答案】C.

【解析】本题考查动点问题的函数图象，正方形的性质、勾股定理等知识，解题的关键是读懂题意，学会分类讨论的思想，属于中考常考题型.

根据已知条件得到△ABC 是等腰直角三角形，推出四边形 $EFCD$ 是正方形，设正方形的边长为 a，当移动的距离＜a 时，如图 1，S＝正方形的面积 - △$EE'H$ 的面积＝$a^2-\frac{1}{2}t^2$；当移动的距离＞a 时，如图 2，$S=S_{\triangle A'C'H}=\frac{1}{2}(2a-t)^2=\frac{1}{2}t^2-2at+2a^2$，根据函数关系式即可得到结论；

∵在直角三角形 ABC 中，∠$C=90°$，$AC=BC$，

∴△ABC 是等腰直角三角形，

∵$EF\perp BC$，$ED\perp AC$，

∴四边形 $EFCD$ 是矩形，

∵E 是 AB 的中点，

∴$EF=\frac{1}{2}AC$，$DE=\frac{1}{2}BC$，

∴$EF=ED$，

∴四边形 $EFCD$ 是正方形，

设正方形的边长为 a，

如图 1 当移动的距离＜a 时，S＝正方形的面积 - △$EE'H$ 的面积＝$a^2-\frac{1}{2}t^2$；

当移动的距离＞a 时，如图 2，$S=S_{\triangle AC'H}=\frac{1}{2}(2a-t)^2=\frac{1}{2}t^2-2at+2a^2$，

∴S 关于 t 的函数图象大致为 C 选项。

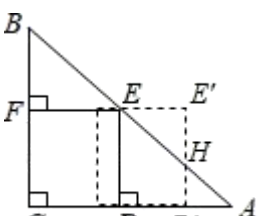


图1

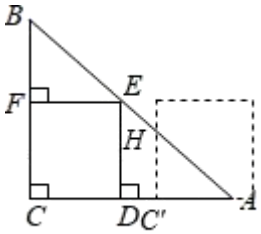
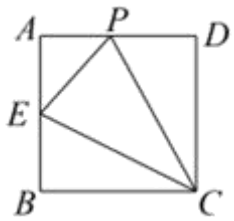
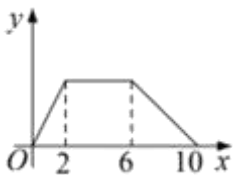


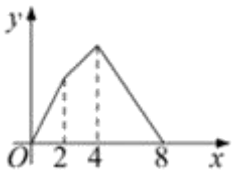
图2

6.（2019•浙江衢州）如图所示，正方形 $ABCD$ 的边长为 4，点 E 是 AB 的中点，点 P 从点 E 出发，沿 $E\to A\to D\to C$ 移动至终点 C，设 P 点经过的路径长为 x，△CPE 的面积为 y，则下列图象能大致反映 y 与 x 函数关系的是（　　）

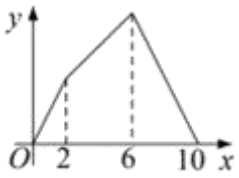




A



B



C



D

【答案】 C

【解析】动点问题的函数图象。结合题意分情况讨论：①当点 P 在 AE 上时，②当点 P 在 AD 上时，③当点 P 在 DC 上时，根据三角形面积公式即可得出每段的 y 与 x 的函数表达式.

①当点 P 在 AE 上时，

∵正方形边长为 4，E 为 AB 中点，

∴AE=2，

∵P 点经过的路径长为 x，

∴$PE=x$，

∴$y=S_{\triangle CPE}=\frac{1}{2}\cdot PE\cdot BC=\frac{1}{2}\times x\times 4=2x$，

②当点 P 在 AD 上时，

∵正方形边长为 4，E 为 AB 中点，

∴$AE=2$，

∵P 点经过的路径长为 x，

∴$AP=x-2$，$DP=6-x$，

∴$y=S_{\triangle CPE}=S_{\text{正方形 }ABCD}-S_{\triangle BEC}-S_{\triangle APE}-S_{\triangle PDC}$ ，

$=4\times 4-\frac{1}{2}\times 2\times 4-\frac{1}{2}\times 2\times(x-2)-\frac{1}{2}\times 4\times(6-x)$，

$=16-4-x+2-12+2x$，

$=x+2$，

③当点 P 在 DC 上时，

∵正方形边长为 4，E 为 AB 中点，

∴$AE=2$，

∵P 点经过的路径长为 x，

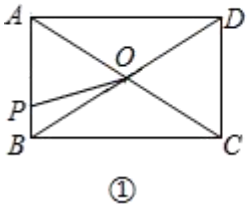
∴$PD=x-6$，$PC=10-x$，

∴$y=S_{\triangle CPE}=\frac{1}{2}\cdot PC\cdot BC=\frac{1}{2}\times(10-x)\times 4=-2x+20$，

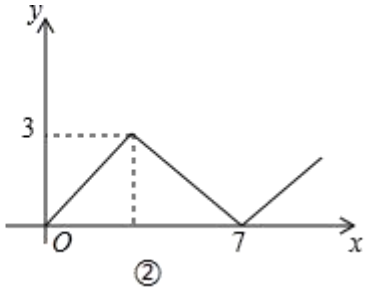
综上所述：y 与 x 的函数表达式为：

$$y=\begin{cases}2x(0\le x\le 2)\\ x+2(2<x\le 6)\\ -2x+20(6<x\le 10)\end{cases}.$$

7.（2019•甘肃武威）如图①，在矩形 $ABCD$ 中，$AB<AD$，对角线 AC，BD 相交于点 O，动点 P 由点 A 出发，沿 $AB\rightarrow BC\rightarrow CD$ 向点 D 运动．设点 P 的运动路程为 x，$\triangle AOP$ 的面积为 y，y 与 x 的函数关系图象如图②所示，则 AD 边的长为（　　）



①



②

A．3　　B．4　　C．5　　D．6

【答案】B.

【解析】本题主要考查动点问题的函数图象，解题的关键是分析三角形面积随动点运动的变化过程，找到分界点极值，结合图象得到相关线段的具体数值.

当 P 点在 AB 上运动时，$\triangle AOP$ 面积逐渐增大，当 P 点到达 B 点时，$\triangle AOP$ 面积最大为 3.

$\therefore \frac{1}{2}AB \cdot \frac{1}{2}=3$，即 $AB \cdot BC=12$.

当 P 点在 BC 上运动时，$\triangle AOP$ 面积逐渐减小，当 P 点到达 C 点时，$\triangle AOP$ 面积为 0，此时结合图象可知 P 点运动路径长为 7，

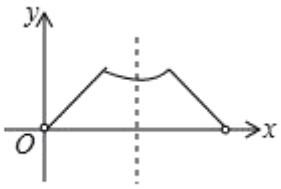
$\therefore AB+BC=7$.

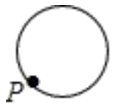
则 $BC=7-AB$，代入 $AB \cdot BC=12$，得 $AB^2-7AB+12=0$，解得 $AB=4$ 或 3，

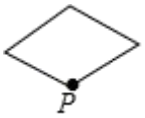
因为 $AB<AD$，即 $AB<BC$，

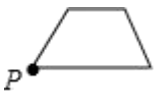
所以 $AB=3$，$BC=4$.

8.(2019 甘肃省天水市) 已知点 P 为某个封闭图形边界上一定点，动点 M 从点 P 出发，沿其边界顺时针匀速运动一周，设点 M 的运动时间为 x，线段 PM 的长度为 y，表示 y 与 x 的函数图象大致如图所示，则该封闭图形可能是（　　）



A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】D

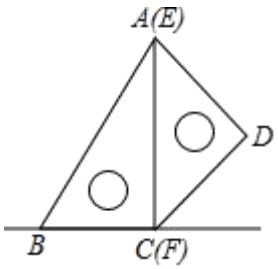
【解析】y 与 x 的函数图象分三个部分，而 B 选项和 C 选项中的封闭图形都有 4 条线段，其图象要分四个部分，所以 B.C 选项不正确；

A 选项中的封闭图形为圆，开始 y 随 x 的增大而增大，然后 y 随 x 的减小而减小，所以 A 选项不正确；

D 选项为三角形，M 点在三边上运动对应三段图象，且 M 点在 P 点的对边上运动时，PM 的长有最小值.

二、填空题

9.（2019•浙江嘉兴） 如图，一副含 30° 和 45° 角的三角板 ABC 和 EDF 拼合在个平面上，边 AC 与 EF 重合，$AC=12cm$. 当点 E 从点 A 出发沿 AC 方向滑动时，点 F 同时从点 C 出发沿射线 BC 方向滑动. 当点 E 从点 A 滑动到点 C 时，点 D 运动的路径长为_____cm；连接 BD，则 $\triangle ABD$ 的面积最大值为_____cm^2.



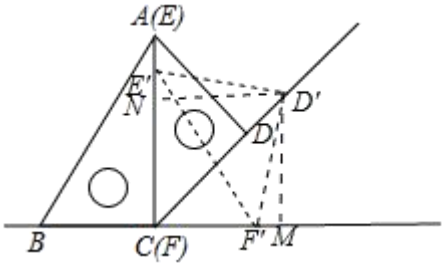
【答案】$(24-12\sqrt{2})$，$(24\sqrt{3}+36\sqrt{2}-12\sqrt{6})$

【解析】本题考查了轨迹，全等三角形的判定和性质，等腰直角三角形的性质，角平分线的性质，三角形面积公式等知识，确定点 D 的运动轨迹是本题的关键.

∵$AC=12cm$，$\angle A=30°$，$\angle DEF=45°$

∴$BC=4\sqrt{3}cm$，$AB=8\sqrt{3}cm$，$ED=DF=6\sqrt{2}cm$

如图当点 E 沿 AC 方向下滑时，得$\triangle E'D'F'$，过点 D' 作 $D'N\perp AC$ 于点 N，作 $D'M\perp BC$ 于点 M



∴$\angle MD'N=90°$，且$\angle E'D'F'=90°$

∴$\angle E'D'N=\angle F'D'M$，且$\angle D'NE'=\angle D'MF'=90°$，$E'D'=D'F'$

∴$\triangle D'NE'\cong\triangle D'MF'$（AAS）

∴$D'N=D'M$，且 $D'N\perp AC$，$D'M\perp CM$

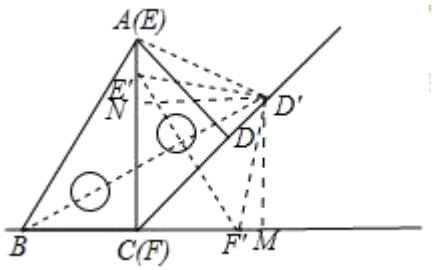
∴CD' 平分$\angle ACM$

即点 E 沿 AC 方向下滑时，点 D' 在射线 CD 上移动，

∴当 $E'D'\perp AC$ 时，DD' 值最大，最大值$=\sqrt{2}ED-CD=(12-6\sqrt{2})$ cm

∴当点 E 从点 A 滑动到点 C 时，点 D 运动的路径长$=2\times(12-6\sqrt{2})=(24-12\sqrt{2})$ cm

如图，连接 BD'，AD'，



∵$S_{\triangle AD'B}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle AD'C}-S_{\triangle BD'C}$

∴$S_{\triangle AD'B}=\frac{1}{2}BC\times AC+\frac{1}{2}\times AC\times D'N-\frac{1}{2}\times BC\times D'M=24\sqrt{3}+\frac{1}{2}(12-4\sqrt{3})\times D'N$

当 E'D' ⊥AC 时，$S_{\triangle AD'B}$有最大值，

∴$S_{\triangle AD'B}$最大值＝$24\sqrt{3}+\frac{1}{2}$（$12-4\sqrt{3}$）×$6\sqrt{2}$＝（$24\sqrt{3}+36\sqrt{2}-12\sqrt{6}$）$cm^2$.

10.（2019•四川省广安市）如图8.1，在四边形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$，$\angle B=30^{\circ}$,直线 $l \perp AB$.当直线 l 沿射线 BC 方向，从点 B 开始向右平移时，直线 l 与四边形 $ABCD$ 的边分别相交于点 E、F.设直线 l 向右平移的距离为 x，线段 EF 的长为 y，且 y 与 x 的函数关系如图8.2所示，则四边形 $ABCD$ 的周长是_____.

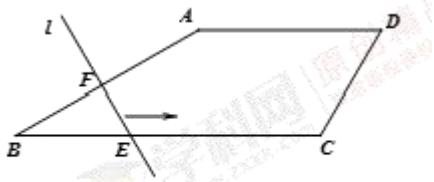


图 8.1

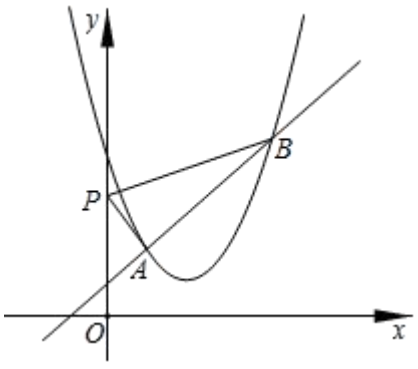
【答案】$10+2\sqrt{3}$

【解析】由题意和图像易知 BC=5，AD=7-4=3

当 BE=4 时（即 F 与 A 重合），EF=2，又因为 $l \perp AB$ 且∠B=30°，所以 AB=$2\sqrt{3}$，

因为当 F 与 A 重合时，把 CD 平移到 E 点位置可得三角形 AED'为正三角形，所以 CD=2，故答案时$10+2\sqrt{3}$.

11.（2019•山东潍坊）如图，直线 $y=x+1$ 与抛物线 $y=x^2-4x+5$ 交于 A，B 两点，点 P 是 y 轴上的一个动点，当△PAB 的周长最小时，$S_{\triangle PAB}$＝_____.



【答案】$\frac{12}{5}$.

【解析】本题考查二次函数的性质、一次函数的性质、轴对称－最短路径问题，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

根据轴对称，可以求得使得△PAB 的周长最小时点 P 的坐标，然后求出点 P 到直线 AB 的距离和 AB 的长度，即可求得△PAB 的面积，本题得以解决.

$\begin{cases}y=x+1\\y=x^2-4x+5\end{cases}$，

解得，$\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$或$\begin{cases}x=4\\y=5\end{cases}$，

∴点 A 的坐标为（1，2），点 B 的坐标为（4，5），

∴$AB=\sqrt{(5-2)^2+(4-1)^2}=3\sqrt{2}$，

作点 A 关于 y 轴的对称点 A'，连接 $A'B$ 与 y 轴的交于 P，则此时△PAB 的周长最小，

点 A'的坐标为（﹣1，2），点 B 的坐标为（4，5），

设直线 $A'B$ 的函数解析式为 $y=kx+b$，

$\begin{cases}-k+b=2\\4k+b=5\end{cases}$，得$\begin{cases}k=\frac{3}{5}\\b=\frac{13}{5}\end{cases}$，

∴直线 $A'B$ 的函数解析式为 $y=\frac{3}{5}x+\frac{13}{5}$，

当 $x=0$ 时，$y=\frac{13}{5}$，

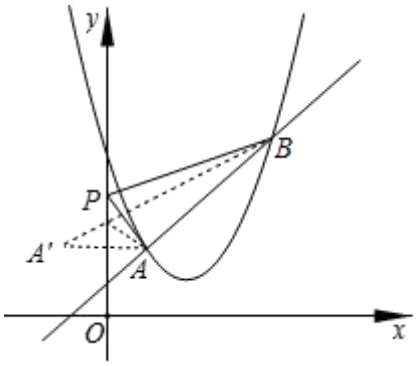
即点 P 的坐标为（0，$\frac{13}{5}$），

将 $x=0$ 代入直线 $y=x+1$ 中，得 $y=1$，

∵直线 $y=x+1$ 与 y 轴的夹角是 45°，

∴点 P 到直线 AB 的距离是：（$\frac{13}{5}$﹣1）×$sin45°=\frac{8}{5}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{4\sqrt{2}}{5}$，

∴△PAB 的面积是：$\frac{3\sqrt{2}\times\frac{4\sqrt{2}}{5}}{2}=\frac{12}{5}$，



三、解答题

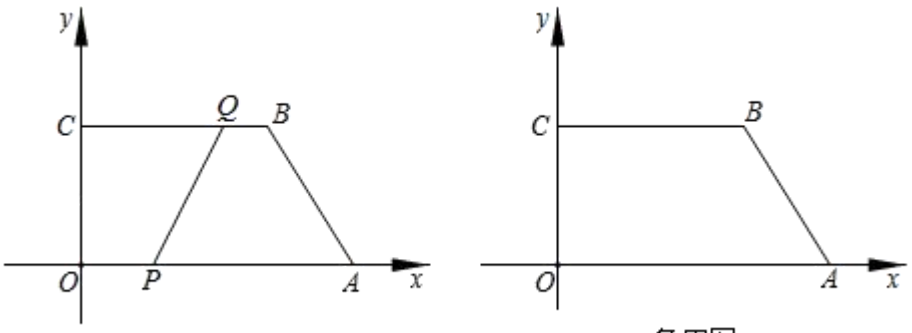
12.（2019•湖北省仙桃市）如图，在平面直角坐标系中，四边形 $OABC$ 的顶点坐标分别为 O（0，0），A（12，

0），B（8，6），C（0，6）．动点 P 从点 O 出发，以每秒 3 个单位长度的速度沿边 OA 向终点 A 运动；动点 Q 从点 B 同时出发，以每秒 2 个单位长度的速度沿边 BC 向终点 C 运动．设运动的时间为 t 秒，$PQ^2=y$．

（1）直接写出 y 关于 t 的函数解析式及 t 的取值范围：_____；

（2）当 $PQ=3\sqrt{5}$ 时，求 t 的值；

（3）连接 OB 交 PQ 于点 D，若双曲线 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）经过点 D，问 k 的值是否变化？若不变化，请求出 k 的值；若变化，请说明理由．



备用图

【答案】见解析。

【解析】本题考查了勾股定理、解直角三角形、解一元二次方程、相似三角形的判定与性质、平行线的性质以及反比例函数图象上点的坐标特征，解题的关键是：（1）利用勾股定理，找出 y 关于 t 的函数解析式；（2）通过解一元二次方程，求出当 $PQ=3\sqrt{5}$ 时 t 的值；（3）利用相似三角形的性质及解直角三角形，找出点 D 的坐标．

（1）过点 P 作 $PE\perp BC$ 于点 E，如图 1 所示．

当运动时间为 t 秒时（$0\leq t\leq4$）时，点 P 的坐标为（$3t$，0），点 Q 的坐标为（$8-2t$，6），

$\therefore PE=6$，$EQ=|8-2t-3t|=|8-5t|$，

$\therefore PQ^2=PE^2+EQ^2=6^2+|8-5t|^2=25t^2-80t+100$，

$\therefore y=25t^2-80t+100$（$0\leq t\leq4$）．

故答案为：$y=25t^2-80t+100$（$0\leq t\leq4$）．

（2）当 $PQ=3\sqrt{5}$ 时，$25t^2-80t+100=(3\sqrt{5})^2$，

整理，得：$5t^2-16t+11=0$，

解得：$t_1=1$，$t_2=\frac{11}{5}$．

（3）经过点 D 的双曲线 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）的 k 值不变．

连接 OB，交 PQ 于点 D，过点 D 作 $DF\perp OA$ 于点 F，如图 2 所示．

∵$OC=6$，$BC=8$，

∴$OB=\sqrt{OC^2+BC^2}=10$.

∵$BQ\parallel OP$，

∴$\triangle BDQ\backsim\triangle ODP$，

∴$\frac{BD}{OD}=\frac{BQ}{OP}=\frac{2t}{3t}=\frac{2}{3}$，

∴$OD=6$.

∵$CB\parallel OA$，

∴$\angle DOF=\angle OBC$.

在 $Rt\triangle OBC$ 中，$\sin\angle OBC=\frac{OC}{OB}=\frac{6}{10}=\frac{3}{4}$，$\cos\angle OBC=\frac{BC}{OB}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$，

∴$OF=OD\cdot\cos\angle OBC=6\times\frac{4}{5}=\frac{24}{5}$，$DF=OD\cdot\sin\angle OBC=6\times\frac{3}{5}=\frac{18}{5}$，

∴点 D 的坐标为（$\frac{24}{5}$，$\frac{18}{5}$），

∴经过点 D 的双曲线 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）的 k 值为$\frac{24}{5}\times\frac{18}{5}=\frac{432}{25}$.

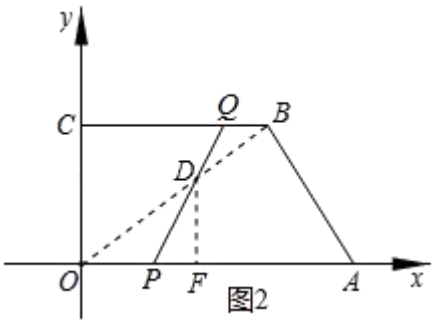


图2

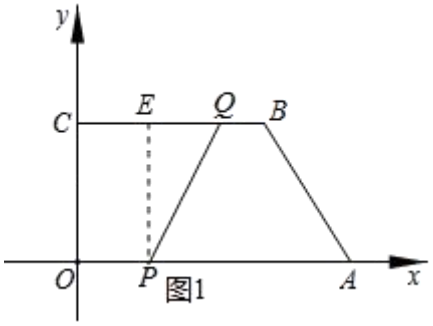


图1

13.（2019•山东青岛）已知：如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB\parallel CD$，$\angle ACB=90°$，$AB=10cm$，$BC=8cm$，OD 垂直平分 A　C．点 P 从点 B 出发，沿 BA 方向匀速运动，速度为 $1cm/s$；同时，点 Q 从点 D 出发，沿 DC 方向匀速运动，速度为 $1cm/s$；当一个点停止运动，另一个点也停止运动．过点 P 作 $PE\perp AB$，交 BC 于点 E，过点 Q 作 $QF\parallel AC$，分别交 AD，OD 于点 F，G．连接 OP，EG．设运动时间为 t（s）（$0<t<5$），解答下列问题：

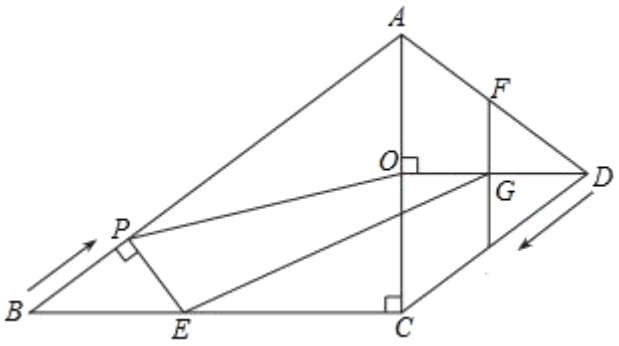
（1）当 t 为何值时，点 E 在 $\angle BAC$ 的平分线上？

（2）设四边形 $PEGO$ 的面积为 S（cm^2），求 S 与 t 的函数关系式；

（3）在运动过程中，是否存在某一时刻 t，使四边形 $PEGO$ 的面积最大？若存在，求出 t 的值；若不存在，请说明理由；

（4）连接 OE，OQ，在运动过程中，是否存在某一时刻 t，使 $OE\perp OQ$？若存在，求出 t 的值；若不存在，

请说明理由.



【答案】见解析。

【解析】本题属于四边形综合题，考查了解直角三角形，相似三角形的判定和性质，锐角三角函数，多边形的面积等知识，解题的关键是学会利用参数构建方程解决问题，属于中考常考题型.

（1）在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\because \angle ACB=90°$，$AB=10cm$，$BC=8cm$，

$\therefore AC=\sqrt{10^2-8^2}=6（cm）$，

$\because OD$ 垂直平分线段 AC，

$\therefore OC=OA=3（cm）$，$\angle DOC=90°$，

$\because CD/\!/AB$，

$\therefore \angle BAC=\angle DCO$，

$\because \angle DOC=\angle ACB$，

$\therefore \triangle DOC\backsim\triangle BCA$，

$\therefore \frac{AC}{OC}=\frac{AB}{CD}=\frac{BC}{OD}$，

$\therefore \frac{6}{3}=\frac{10}{CD}=\frac{8}{OD}$，

$\therefore CD=5（cm）$，$OD=4（cm）$，

$\because PB=t$，$PE\perp AB$，

易知：$PE=\frac{3}{4}t$，$BE=\frac{5}{4}t$，

当点 E 在 $\angle BAC$ 的平分线上时，

$\because EP\perp AB$，$EC\perp AC$，

$\therefore PE=EC$，

$\therefore \frac{3}{4}t=8-\frac{5}{4}t$，

∴$t=4$.

∴当 t 为 4 秒时，点 E 在∠BAC 的平分线上.

（2）如图，连接 OE，PC.

$S_{四边形OPEG}=S_{△OEG}+S_{△OPE}=S_{△OEG}+(S_{△OPC}+S_{△PCE}-S_{△OEC})$

$=\frac{1}{2}\cdot(4-\frac{4}{5}t)\cdot3+[\frac{1}{2}\cdot3\cdot(8-\frac{4}{5}t)+\frac{1}{2}\cdot(8-\frac{5}{4}t)\cdot\frac{3}{5}t-\frac{1}{2}\cdot3\cdot(8-\frac{5}{4}t)$

$=-\frac{8}{3}t^2+\frac{15}{3}t+16$（$0<t<5$）.

（3）存在.

∵$S=-\frac{8}{3}(t-\frac{5}{2})^2+\frac{68}{3}$（$0<t<5$），

∴$t=\frac{5}{2}$时，四边形 $OPEG$ 的面积最大，最大值为$\frac{68}{3}$.

（4）存在．如图，连接 OQ.

∵$OE\perp OQ$，

∴∠EOC+∠QOC=90°，

∵∠QOC+∠QOG=90°，

∴∠EOC=∠QOG，

∴$\tan\angle EOC=\tan\angle QOG$，

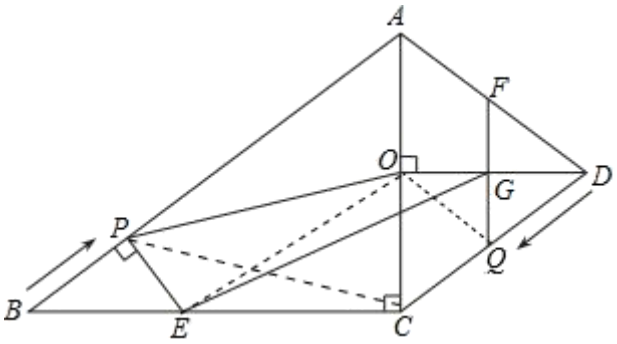
∴$\frac{EC}{OC}=\frac{GQ}{OG}$，

∴$\frac{8-\frac{5}{4}t}{3}=\frac{\frac{3}{5}t}{4-\frac{4}{5}t}$，

整理得：$5t^2-66t+160=0$，

解得 $t=\frac{16}{5}$或 10（舍弃）

∴当 $t=\frac{16}{5}$秒时，$OE\perp OQ$.



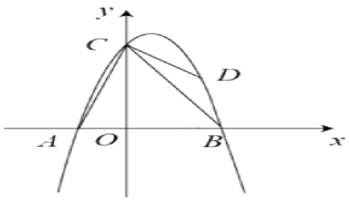
14.（(2019 山西）综合与探究

如图，抛物线 $y=ax^2+bx+6$ 经过点 A（-2，0），B（4，0）两点，与 y 轴交于点 C，点 D 是抛物线上一个动点，设点 D 的横坐标为 $m(1<m<4)$. 连接 AC，BC，DB，DC.

（1）求抛物线的函数表达式；

（2）△BCD 的面积等于△AOC 的面积的 $\frac{3}{4}$ 时，求 m 的值；

（3）在（2）的条件下，若点 M 是 x 轴上的一个动点，点 N 是抛物线上一动点，试判断是否存在这样的点 M，使得以点 B，D，M，N 为顶点的四边形是平行四边形，若存在，请直接写出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由.



【答案】见解析。

【解析】（1）抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点 A（-2，0），B（4，0），

$\therefore \begin{cases}4a-2b+6=0\\16a+4b+6=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=-\frac{3}{4}\\b=\frac{3}{2}\end{cases}$，

$\therefore$抛物线的函数表达式为 $y=-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x+6$

（2）作直线 $DE\perp x$ 轴于点 E，交 BC 于点 G，作 $CF\perp DE$，垂足为 F.

$\because$点 A 的坐标为（-2，0），$\therefore OA=2$

由 $x=0$，得 $y=6$，$\therefore$点 C 的坐标为（0，6），$\therefore OC=6$

$\therefore S_{\triangle OAC}=\frac{1}{2}\cdot OA\cdot OC=\frac{1}{2}\times 2\times 6=6$，$\because S_{\triangle BCD}=\frac{3}{4}S_{\triangle AOC}=\frac{3}{4}\times 6=\frac{9}{2}$

设直线 BC 的函数表达式为 $y=kx+n$，

由 B，C 两点的坐标得 $\begin{cases}4k+n=0\\ n=6\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=-\frac{3}{2}\\ n=6\end{cases}$

$\therefore$ 直线 BC 的函数表达式为 $y=-\frac{3}{2}x+6$.

$\therefore$ 点 G 的坐标为 $(m,-\frac{3}{2}m+6)$,

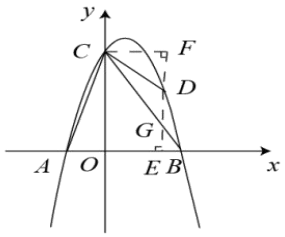
$\therefore DG=-\frac{3}{4}m^2+\frac{3}{2}m+6-(-\frac{3}{2}m+6)=-\frac{3}{4}m^2+3m$

$\because$ 点 B 的坐标为（4，0），$\therefore OB=4$

$S_{\triangle BCD}=S_{\triangle CDG}+S_{\triangle BDG}=\frac{1}{2}\cdot DG\cdot CF+\frac{1}{2}\cdot DG\cdot BE=\frac{1}{2}\cdot DG(CF+BE)=\frac{1}{2}\cdot DG\cdot BO$

$=\frac{1}{2}(-\frac{3}{4}m^2+3m)\times 4=-\frac{3}{2}m^2+6m$

$\therefore -\frac{3}{2}m^2+6m=\frac{9}{2}$，解得 $m_1=1$（舍），$m_2=3$，$\therefore m$ 的值为 3



（3）$M_1(8,0),M_2(0,0),M_3(\sqrt{14},0),M_4(-\sqrt{14},0)$

如下图所示，以 BD 为边或者以 BD 为对角线进行平行四边形的构图

以 BD 为边进行构图，有 3 种情况，采用构造全等发进行求解.

$\because D$ 点坐标为 $(3,\frac{15}{4})$，所以 N_1,N_2 的纵坐标为 $\frac{15}{4}$

$-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x+6=\frac{15}{4}$，解得 $x_1=-1,x_2=3$（舍）

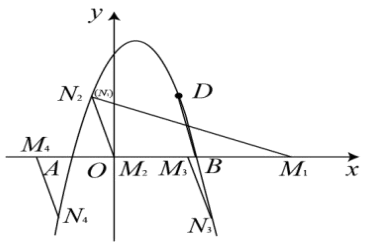
可得 $N_2(-1,\frac{15}{4}),\therefore M_2(0,0)$

$\therefore N_3,N_4$ 的纵坐标为 $-\frac{15}{4}$ 时，$-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x+6=-\frac{15}{4}$，$x_1=1-\sqrt{14},x_2=1+\sqrt{14}$

$\therefore N_3(1+\sqrt{14},-\frac{15}{4}),\therefore M_3(\sqrt{14},0)$，$N_4(1-\sqrt{14},-\frac{15}{4}),\therefore M_4(-\sqrt{14},0)$

以 BD 为对角线进行构图，有 1 种情况，采用中点坐标公式进行求解.

$\because N_1(-1,\frac{15}{4}),\therefore M_1(3+4-(-1),\frac{15}{4}+0-\frac{15}{4}),\therefore M_1(8,0)$



15.（2019•湖南岳阳）操作体验：如图，在矩形 *ABCD* 中，点 *E*. *F* 分别在边 *AD*. *BC* 上，将矩形 *ABCD* 沿直线 *EF* 折叠，使点 *D* 恰好与点 *B* 重合，点 *C* 落在点 *C*′ 处．点 *P* 为直线 *EF* 上一动点（不与 *E*. *F* 重合），过点 *P* 分别作直线 *BE*. *BF* 的垂线，垂足分别为点 *M* 和 *N*，以 *PM*、*PN* 为邻边构造平行四边形 *PMQN*.

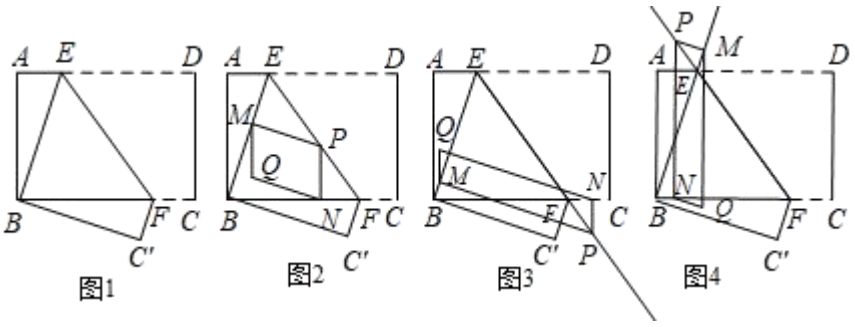
（1）如图 1，求证：*BE*＝*BF*;

（2）特例感知：如图 2，若 *DE*＝5，*CF*＝2，当点 *P* 在线段 *EF* 上运动时，求平行四边形 *PMQN* 的周长；

（3）类比探究：若 *DE*＝*a*，*CF*＝b.

①如图 3，当点 *P* 在线段 *EF* 的延长线上运动时，试用含 A. *b* 的式子表示 *QM* 与 *QN* 之间的数量关系，并证明；

②如图 4，当点 *P* 在线段 *FE* 的延长线上运动时，请直接用含 A. *b* 的式子表示 *QM* 与 *QN* 之间的数量关系.（不要求写证明过程）



【答案】见解析。

【解析】本题属于四边形综合题，考查了矩形的性质和判定，翻折变换，等腰三角形的性质，平行四边形的性质，解直角三角形等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造特殊四边形解决问题，学会利用面积法证明线段之间的关系，属于中考压轴题.

（1）证明∠*BEF*＝∠*BFE* 即可解决问题（也可以利用全等三角形的性质解决问题即可）. 证明：如图 1 中，

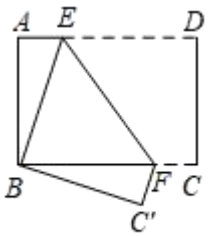


图1

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$AD// BC$，∴∠DEF=∠EFB，

由翻折可知：∠DEF=∠BEF，

∴∠BEF=∠EFB，∴BE=BF.

（2）如图 2 中，连接 BP，作 EH⊥BC 于 H，则四边形 $ABHE$ 是矩形．利用面积法证明 PM+PN=EH，利用勾股定理求出 AB 即可解决问题．

如图 2 中，连接 BP，作 EH⊥BC 于 H，则四边形 $ABHE$ 是矩形，EH=AB.

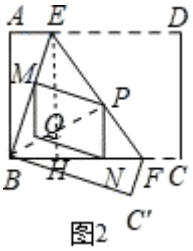


图2

∵DE=EB=BF=5，CF=2，

∴AD=BC=7，AE=2，

在 Rt△ABE 中，∵∠A=90°，BE=5，AE=2，

∴AB=$\sqrt{5^2-2^2}$=$\sqrt{21}$，

∵$S_{△BEF}$=$S_{△PBE}$+$S_{△PBF}$，PM⊥BE，PN⊥BF，

∴$\frac{1}{2}$•BF•EH=$\frac{1}{2}$•BE•PM+$\frac{1}{2}$•BF•PN，

∵BE=BF，∴PM+PN=EH=$\sqrt{21}$，

∵四边形 $PMQN$ 是平行四边形，

∴四边形 $PMQN$ 的周长=2（PM+PN）=2$\sqrt{21}$.

（3）①如图 3 中，连接 BP，作 EH⊥BC 于 H．由 $S_{△EBP}$ - $S_{△BFP}$=$S_{△EBF}$，可得$\frac{1}{2}$$BE$•$PM$ - $\frac{1}{2}$•BF•PN=$\frac{1}{2}$•BF•EH，

由 BE=BF，推出 PM - PN=EH=$\sqrt{a^2-b^2}$，由此即可解决问题．

②如图 4，当点 P 在线段 FE 的延长线上运动时，同法可证：QM - QN=PN - PM=$\sqrt{a^2-b^2}$.

①证明：如图 3 中，连接 BP，作 $EH\perp BC$ 于 H.

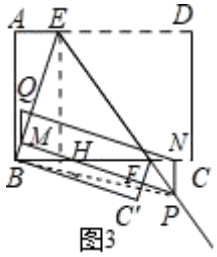


图3

∵$ED=EB=BF=a$，$CF=b$，

∴$AD=BC=a+b$，

∴$AE=AD-DE=b$，

∴$EH=AB=\sqrt{a^2-b^2}$，

∵$S_{\triangle EBP}-S_{\triangle BFP}=S_{\triangle EBF}$，

∴$\frac{1}{2}BE\cdot PM-\frac{1}{2}\cdot BF\cdot PN=\frac{1}{2}\cdot BF\cdot EH$，

∵$BE=BF$，

∴$PM-PN=EH=\sqrt{a^2-b^2}$，

∵四边形 $PMQN$ 是平行四边形，

∴$QN-QM=（PM-PN）=\sqrt{a^2-b^2}$.

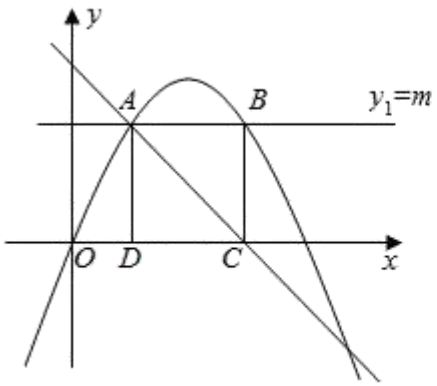
②如图 4，当点 P 在线段 FE 的延长线上运动时，同法可证：$QM-QN=PN-PM=\sqrt{a^2-b^2}$.

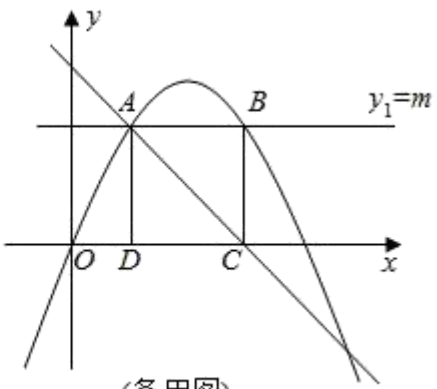
16.（2019•湖南邵阳）如图，二次函数 $y=-\frac{1}{3}x^2+bx+c$ 的图象过原点，与 x 轴的另一个交点为（8，0）

（1）求该二次函数的解析式；

（2）在 x 轴上方作 x 轴的平行线 $y_1=m$，交二次函数图象于 A.B 两点，过 A.B 两点分别作 x 轴的垂线，垂足分别为点 D.点 C．当矩形 $ABCD$ 为正方形时，求 m 的值；

（3）在（2）的条件下，动点 P 从点 A 出发沿射线 AB 以每秒 1 个单位长度匀速运动，同时动点 Q 以相同的速度从点 A 出发沿线段 AD 匀速运动，到达点 D 时立即原速返回，当动点 Q 返回到点 A 时，P、Q 两点同时停止运动，设运动时间为 t 秒（$t>0$）．过点 P 向 x 轴作垂线，交抛物线于点 E，交直线 AC 于点 F，问：以 A.E.F、Q 四点为顶点构成的四边形能否是平行四边形．若能，请求出 t 的值；若不能，请说明理由．





(备用图)

【答案】见解析。

【解析】本题考查了待定系数法求二次函数解析式、二次函数图象上点的坐标特征、正方形的性质、待定系数法求一次函数解析式、一次函数图象上点的坐标特征以及平行四边形的性质，解题的关键是：（1）根据点的坐标，利用待定系数法求出二次函数解析式；（2）利用正方形的性质，找出关于 m 的方程；（3）分 $0<t\leqslant 4$，$4<t\leqslant 7$，$7<t\leqslant 8$ 三种情况，利用平行四边形的性质找出关于 t 的一元二次方程.

（1）将（0，0），（8，0）代入 $y=-\frac{1}{3}x^2+bx+c$，得：

$\begin{cases} c=0 \\ -\frac{64}{3}+8b+c=0 \end{cases}$，解得：$\begin{cases} b=\frac{8}{3}, \\ c=0 \end{cases}$

∴该二次函数的解析式为 $y=-\frac{1}{3}x^2+\frac{8}{3}x$.

（2）当 $y=m$ 时，$-\frac{1}{3}x^2+\frac{8}{3}x=m$，

解得：$x_1=4-\sqrt{16-3m}$，$x_2=4+\sqrt{16-3m}$，

∴点 A 的坐标为（$4-\sqrt{16-3m}$，m），点 B 的坐标为（$4+\sqrt{16-3m}$，m），

∴点 D 的坐标为（$4-\sqrt{16-3m}$，0），点 C 的坐标为（$4+\sqrt{16-3m}$，0）.

∵矩形 $ABCD$ 为正方形，

∴$4+\sqrt{16-3m}-(4-\sqrt{16-3m})=m$，

解得：$m_1=-16$（舍去），$m_2=4$.

∴当矩形 $ABCD$ 为正方形时，m 的值为 4.

（3）以 A.E.F、Q 四点为顶点构成的四边形能为平行四边形.

由（2）可知：点 A 的坐标为（2，4），点 B 的坐标为（6，4），点 C 的坐标为（6，0），点 D 的坐标为（2，0）.

设直线 AC 的解析式为 $y=kx+a$（$k\neq 0$），

将 A（2，4），C（6，0）代入 $y=kx+a$，得：

$\begin{cases}2k+a=4\\6k+a=0\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=-1\\a=6\end{cases}$，

∴直线 AC 的解析式为 $y=-x+6$.

当 $x=2+t$ 时，$y=-\frac{1}{3}x^2+\frac{8}{3}x=-\frac{1}{3}t^2+\frac{4}{3}t+4$，$y=-x+6=-t+4$，

∴点 E 的坐标为（$2+t$，$-\frac{1}{3}t^2+\frac{4}{3}t+4$），点 F 的坐标为（$2+t$，$-t+4$）.

∵以 A. E. F、Q 四点为顶点构成的四边形为平行四边形，且 $AQ/\!/EF$，

∴$AQ=EF$，分三种情况考虑：

①当 $0<t\leqslant 4$ 时，如图 1 所示，$AQ=t$，$EF=-\frac{1}{3}t^2+\frac{4}{3}t+4-(-t+4)=-\frac{1}{3}t^2+\frac{7}{3}t$，

∴$t=-\frac{1}{3}t^2+\frac{7}{3}t$，

解得：$t_1=0$（舍去），$t_2=4$；

②当 $4<t\leqslant 7$ 时，如图 2 所示，$AQ=t-4$，$EF=-\frac{1}{3}t^2+\frac{4}{3}t+4-(-t+4)=-\frac{1}{3}t^2+\frac{7}{3}t$，

∴$t-4=-\frac{1}{3}t^2+\frac{7}{3}t$，

解得：$t_3=-2$（舍去），$t_4=6$；

③当 $7<t\leqslant 8$ 时，$AQ=t-4$，$EF=-t+4-(-\frac{1}{3}t^2+\frac{4}{3}t+4)=\frac{1}{3}t^2-\frac{7}{3}t$，

∴$t-4=\frac{1}{3}t^2-\frac{7}{3}t$，

解得：$t_5=5-\sqrt{13}$（舍去），$t_6=5+\sqrt{13}$（舍去）.

综上所述：当以 A. E. F、Q 四点为顶点构成的四边形为平行四边形时，t 的值为 4 或 6.

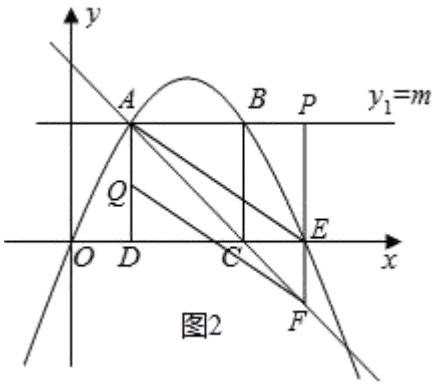


图2

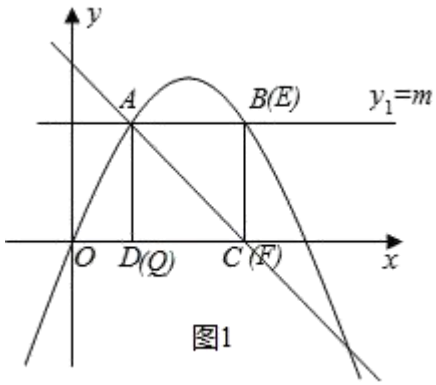


图1