高一年级数学试题参考答案

一、单选题

1．C　2．B　3．B　4．D　5．D　6．A　7．A　8．C

二、多选题

9．BC　10．AD　11．AC　12．ABD

三、填空题

13．{-1,0,2}　14．$\left(-\frac{3}{4},0\right]$　15．二　16．$a\le-\frac{1}{2}$ 或 $a\ge1$

四、解答题

17．解：$A=\{x\,|\,|x-1|\le 2\}=\{x\,|-1\le x\le 3\}$，……2分

$B=\{x\,|\,\frac{2x-6}{x-4}<1\}=\{x\,|\,2<x<4\}$ ……4分

（1）$A-B=\{x\,|-1\le x\le 2\}$ ……7分

（2）$B-A=\{x\,|\,3<x<4\}$ ……10分

18．解：$A=\{x\,|(x-2)[x-(3a-1)]<0\}$，$B=\{x\,|(x-a)[x-(a^2+2)]<0\}$．

$\because a^2+2-a=\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}>0$，$\therefore a^2+2>a$ $\therefore B=\{x\,|\,a<x<a^2+2\}$． ……2分

$\because p$ 是 q 的充分条件，$\therefore A\subseteq B$． ……3分

① 当 $a=1$ 时，$3a-1=2$，$A=\varnothing$，不符合题意； ……5分

② 当 $a>1$ 时，$3a-1>2$，$A=\{x\,|\,2<x<3a-1\}$，要使 $A\subseteq B$，

则 $\begin{cases}a>1\\a\le 2\\3a-1\le a^2+2\end{cases}$ $\therefore 1<a\le 2$． ……8分

③ 当 $a<1$ 时，$3a-1<2$，$A=\{x\,|\,3a-1<x<2\}$，要使 $A\subseteq B$，

则 $\begin{cases}a<1\\a\le 3a-1\\2\le a^2+2\end{cases}$ $\therefore \frac{1}{2}\le a<1$． ……11分

综上所述，实数 a 的取值范围是 $[\frac{1}{2},1)\cup(1,2]$． ……12分

19．（1）解法一：因为函数 $f(x)$ 是定义在[-1,1]上的奇函数，

则 $\begin{cases} f(0)=0 \\ f(1)=1 \end{cases}$，得 $\begin{cases} n=0 \\ \dfrac{m+n}{2}=1 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} m=2 \\ n=0 \end{cases}$， ……2 分

经检验 $m=2$，$n=0$ 时，$f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$ 是定义在 $[-1,1]$ 上的奇函数. ……3 分

法二：$f(x)$ 是定义在 $[-1,1]$ 上的奇函数，则 $f(-x)=-f(x)$，

即 $\dfrac{-mx+n}{x^2+1}=\dfrac{-mx-n}{x^2+1}$，则 $n=0$，

所以 $f(x)=\dfrac{mx}{x^2+1}$，又因为 $f(1)=1$，得 $m=2$，所以 $m=2$，$n=0$. ……3 分

设 $\forall x_1,x_2\in[-1,1]$ 且 $x_1<x_2$，则

$$f(x_1)-f(x_2)=\frac{2x_1}{x_1^2+1}-\frac{2x_2}{x_2^2+1}=\frac{2x_1(x_2^2+1)-2x_2(x_1^2+1)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}=\frac{2(x_2-x_1)(x_1x_2-1)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}$$

$\because -1\le x_1<x_2\le 1 \quad \therefore x_2-x_1>0, x_1x_2-1<0, (x_1^2+1)(x_2^2+1)>0$

$\therefore f(x_1)-f(x_2)<0 \quad \therefore f(x_1)<f(x_2) \quad \therefore f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上是增函数……6 分

（2）由（1）知 $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$，$f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上是增函数，

又因为 $f(x)$ 是定义在 $[-1,1]$ 上的奇函数，

由 $f(a-1)+f(a^2-1)<0$，得 $f(a-1)<f(1-a^2)$， ……7 分

$$\therefore \begin{cases} -1\le a-1\le 1 \\ -1\le a^2-1\le 1 \\ a-1<1-a^2 \end{cases}$$ ……10 分

即 $\begin{cases} 0\le a\le 2 \\ 0\le a^2\le 2 \\ -2<a<1 \end{cases}$，解得 $0\le a<1$.

故实数 a 的取值范围是[0，1). ……12 分

20.（1）解法一：对任意的 $x\in[1,2]$，恒有 $f(x)\ge 2x^2$，即 $-x^2+(a+1)x\ge 2x^2$，

整理得 $3x^2-(a+1)x\le 0$ 对任意的 $x\in[1,2]$ 恒成立， ……2 分

构造函数 $g(x)=3x^2-(a+1)x$，其中 $x\in[1,2]$，则 $g(x)_{\max}\le 0$，即 $\begin{cases} g(1)\le 0 \\ g(2)\le 0 \end{cases}$，…… 4 分

即 $\begin{cases}3-(a+1)\le 0\\ 12-2(a+1)\le 0\end{cases}$，解得 $a\ge 5$，因此，实数 a 的取值范围是 $[5,+\infty)$. ……6 分

解法二：对任意的 $x\in[1,2]$，恒有 $f(x)\ge 2x^2$，即 $-x^2+(a+1)x\ge 2x^2$，

整理得 $3x^2-(a+1)x\le 0$ 对任意的 $x\in[1,2]$ 恒成立， ……2 分

$\therefore a+1\ge (3x)_{\max}=6$ ……5 分

因此，实数 a 的取值范围是 $[5,+\infty)$. ……6 分

（2） $f(x)=-x^2+(a+1)x=-\left(x-\frac{a+1}{2}\right)^2+\frac{(a+1)^2}{4}$.

$\because a\ge 2\quad \therefore \frac{a+1}{2}>0$ ……7 分

①当 $\frac{a+1}{2}<2$，即 $2\le a<3$ 时，函数 $y=f(x)$ 在 $\left[0,\frac{a+1}{2}\right]$ 上单调递增，

在 $\left[\frac{a+1}{2},2\right]$ 上单调递减，此时 $g(a)=f\left(\frac{a+1}{2}\right)=\frac{(a+1)^2}{4}$； ……9 分

②当 $\frac{a+1}{2}\ge 2$，即 $a\ge 3$ 时，$y=f(x)$ 在 $[0,2]$ 上单调递增，

此时 $g(a)=f(2)=2a-2$. ……11 分

综上所述，$g(a)=\begin{cases}\frac{(a+1)^2}{4},2\le a<3\\ 2a-2,a\ge 3\end{cases}$. ……12 分

21.（1）设甲工程队的总造价为 y 元，

则 $y=300\times 6x+400\times\frac{72}{x}+14400=1800(x+\frac{16}{x})+14400(3\le x\le 6)$， ……2 分

$1800(x+\frac{16}{x})+14400\ge 1800\times 2\times\sqrt{x\cdot\frac{16}{x}}+14400=28800$， ……4 分

当且仅当 $x=\frac{16}{x}$，即 $x=4$ 时等号成立. ……5 分

故当左右两侧墙的长度为 4 米时，甲工程队的报价最低，最低报价为 28800 元. ……6 分

（2）由题意可得 $1800(x+\frac{16}{x})+14400>\frac{1800a(1+x)}{x}$ 对任意的 $x\in[3,6]$ 恒成立.

故 $\frac{(x+4)^2}{x}>\frac{a(1+x)}{x}$，从而 $\frac{(x+4)^2}{x+1}>a$ 恒成立， ……8 分

令 $x+1=t$，$\frac{(x+4)^2}{x+1}=\frac{(t+3)^2}{t}=t+\frac{9}{t}+6$，$t\in[4,7]$.

又 $y=t+\frac{9}{t}+6$ 在 $t\in[4,7]$ 为增函数，故 $y_{\min}=\frac{49}{4}$. ……11 分

所以 a 的取值范围为 $(0,\frac{49}{4})$. ……12 分

22.（1）因为 $g(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，$\therefore g(0)=0$

又当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$g(x)=-x+3$

所以，当 $x\in(-\infty,0)$ 时，$g(x)=-g(-x)=-(x+3)=-x-3$；

$$\therefore g(x)=\begin{cases}-x-3, x<0\\ 0, x=0\\ -x+3, x>0\end{cases}$$ ……3 分

（2）设 $0<a<b$，$\because g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上递单调递减，

$$\therefore \begin{cases}\frac{2}{b}=g(b)=-b+3\\ \frac{2}{a}=g(a)=-a+3\end{cases}$$，即 a,b 是方程 $\frac{2}{x}=-x+3$ 的两个不等正根.

$\because 0<a<b$ $\therefore \begin{cases}a=1\\ b=2\end{cases}$ $\therefore g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内的“和谐区间”为 $[1,2]$. ……6 分

（3）设 $[a,b]$ 为 $g(x)$ 的一个“和谐区间”，则 $\begin{cases}a<b\\ \frac{2}{b}<\frac{2}{a}\end{cases}$，$\therefore a$，$b$ 同号.

当 $a<b<0$ 时，同理可求 $g(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 内的“和谐区间”为 $[-2,-1]$.

$$\therefore h(x)=\begin{cases}-x+3, x\in[1,2]\\ -x-3, x\in[-2,-1]\end{cases}$$ ……8 分

依题意，抛物线 $y=x^2+m$ 与函数 $h(x)$ 的图象有两个交点时，一个交点在第一象限，一个交点在第三象限.

因此，m 应当使方程 $x^2+m=-x+3$ 在 $[1,2]$ 内恰有一个实数根，并且使方程 $x^2+m=-x-3$，在 $[-2,-1]$ 内恰有一个实数.

由方程 $x^2+m=-x+3$，即 $x^2+x+m-3=0$ 在 $[1,2]$ 内恰有一根，

令 $F(x)=x^2+x+m-3$，则 $\begin{cases}F(1)=m-1\le 0\\ F(2)=m+3\ge 0\end{cases}$，解得 $-3\le m\le 1$；