2020-2021学年度第一学期武汉市五校联合体期中考试

高一数学试卷

命题学校：五校联盟考评中心 命题教师：贾嵘 审题教师：李青林

考试时间：2020年11月19号 试卷满分：150分

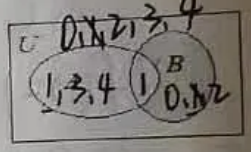
一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的.

1. 已知命题 p：$\exists x_0 \in R, x_0^2 - x_0 + 1 \le 0$. 则该命题的否定是（ ）

A. $\exists x_0 \in R, x_0^2 - x_0 + 1 > 0$.　　B. $\forall x \in R, x^2 - x + 1 \le 0$.

C. $\forall x \in R, x^2 - x + 1 > 0$.　　D. $\exists x_0 \in R, x_0^2 - x_0 + 1 < 0$.

2. 已知全集 $U = \{0,1,2,3,4\}$，$A = \{1,3,4\}$，$B = \{0,1,2\}$，则图中阴影部分表示的集合为（ ）



A. $\{0\}$　　B. $\{2\}$　　C. $\{0,2\}$　　D. $\{0,2,4\}$

3. 已知幂函数 $y = k \cdot x^{\alpha}$ 的图象过点 $(4,2)$，则 $k + \alpha$ 等于（ ）

A. $\frac{3}{2}$　　B. 3　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

4. “$a > -2$”是“函数 $f(x) = |x - a|$ 在 $(-\infty, 1]$ 上单调递减”的（ ）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 已知 $m < -2$，点 $(m-1, y_1), (m, y_2), (m+1, y_3)$ 都在二次函数 $y = x^2 - 2x$ 的图象上，则（ ）

A. $y_1 < y_2 < y_3$　　B. $y_3 < y_2 < y_1$　　C. $y_1 < y_3 < y_2$　　D. $y_2 < y_1 < y_3$

6. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,2]$，则 $g(x) = \frac{f(2x)}{x-1}$ 的定义域为（ ）

A. $[0,1]$　　B. $[0,1)$　　C. $[0,4]$　　D. $[0,1) \cup (1,4]$

7．中国宋代的数学家秦九韶曾提出“三斜求积术”，即假设在平面内有一个三角形，边长分别为a,b,c，三角形的面积S可由公式$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$求得，其中$p$为三角形周长的一半，这个公式也被称为海伦-秦九韶公式，现有一个三角形的边长满足$a+b=12,c=8$，则此三角形面积的最大值为

A. $4\sqrt{5}$　　B. $4\sqrt{15}$　　C. $8\sqrt{5}$　　D. $8\sqrt{15}$

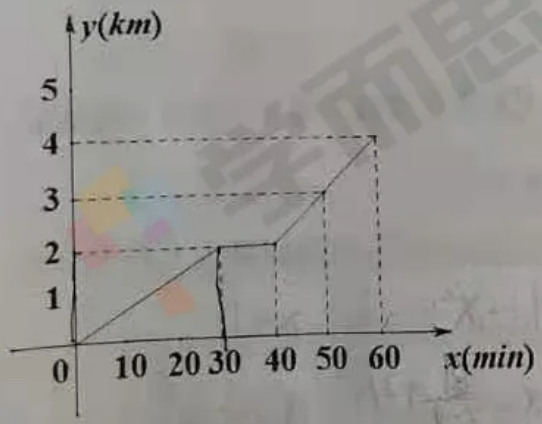
8．若奇函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上是增函数，且$f(1)=0$，则不等式$x[f(x)-f(-x)]<0$的解集为（

A. $\{x|-1<x<0$或$x>1\}$　　B. $\{x|-1<x<0$或$0<x<1\}$

C. $\{x|x<-1$或$0<x<1\}$　　D. $\{x|x<-1$或$x>1\}$

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得3分.

9．甲同学家到乙同学家的途中有一座公园，甲同学家到公园的距离与乙同学家到公园的距离都是$2km$．如图所示表示甲同学从家出发到乙同学家经过的路程$y(km)$与时间$x(\min)$的关系，下列结论正确的是



A. 甲同学从家出发到乙同学家走了60 min，中途没有休息；

B. 甲同学从家到公园的时间是30 min；

C. 甲同学从家到公园的速度比从公园到乙同学家的速度快；

D. 当$0\le x\le 30$时，y与x的函数关系式为$y=\frac{1}{15}x$.

10. 下列四个命题中，真命题是

A. 若 $a>b$ 且 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，则 $ab\geq 0$；　B. 若 $a<b<0$，则 $a^2<ab<b^2$；

C. 若 $a>b>c>0$，则 $\frac{b}{a}>\frac{b+c}{a+c}$；　D. 若 $\frac{1}{x}+\frac{4}{y}=1(x>0,y>0)$，则 $(x+y)_{\min}=9$.

11. 若函数 $f(x)$ 同时满足：①对于定义域上的任意 x，恒有 $f(x)+f(-x)=0$；

②对于定义域上的任意 x_1，x_2，当 $x_1\neq x_2$ 时，恒有 $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$，则称函数 $f(x)$ 为“理想函数”. 下列四个函数中能被称为“理想函数”的有（　）

A. $f(x)=\frac{1}{x}$　　B. $f(x)=x^2$　　C. $f(x)=-x$　　D. $f(x)=\begin{cases}-x^2, x\geq 0\\ x^2, x<0\end{cases}$

12. 对于实数 x，符号 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，例如 $[\pi]=3$，$[-1.08]=-2$. 定义函数 $f(x)=x-[x]$，则下列命题中正确的是

A. $f(-3.9)=f(4.1)$　　B. 函数 $f(x)$ 的最大值为1

C. 函数 $f(x)$ 的最小值为0　　D. 方程 $f(x)-\frac{1}{2}=0$ 有无数个根

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 已知集合 $A=\{0,a,a^2-3a+2\}$，若 $2\in A$，则实数 a 的值为_____.

14. 若一元二次不等式 $ax^2+bx+1>0$ 的解集为 $(-1,\frac{1}{3})$，则 ab 的值为_____.

15. 函数 $f(x)$ 是定义在 $(0,+\infty)$ 上的增函数，如果对于任意正实数 x,y，恒有 $f(xy)=f(x)+f(y)$，且 $f(3)=1$，则不等式 $f(x)+f(x-8)\leq 2$ 的解集是_____.

16. 已知函数 $y=f(x+1)-3$ 为奇函数，$g(x)=\frac{3x-2}{x-1}$，且 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象有8个交点，分别为 (x_1,y_1)，(x_2,y_2)，…，(x_8,y_8)，则 $(y_1+y_2+\cdots+y_8)-(x_1+x_2+\cdots+x_8)$ =_____.

四、解答题：本题共6小题，共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10分)

已知集合 $A=\left\{x\middle|y=\sqrt{-x^2+5x-4}\right\}$，$B=\{x|2a\le x\le 3-a\}$，

(1) 若 $a=0$，求 $A\cap B$；

(2) 若 $A\cup B=A$ 时，求实数 a 的取值范围.

18. (12分)

已知函数 $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$，

(1) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性并证明；

(2) 根据定义证明函数 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上单调递减.

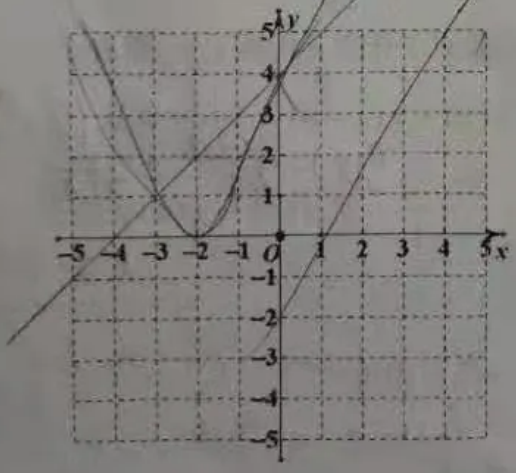
19. (12分)

给定函数 $f(x)=x+4, g(x)=(x+2)^2, x\in R$,

(1) 在同一直角坐标系中画出函数 $f(x), g(x)$ 的图象.

(2) $\forall x\in R$, $M(x)$ 表示 $f(x), g(x)$ 中的较大者，记为 $M(x)=\max\{f(x), g(x)\}$.

结合图象写出函数 $M(x)$ 的解析式，并求 $M(x)$ 的最小值.



20.（12分）

已知函数 $f(x)=mx^2-mx-1$，

（1）若不等式 $f(x)<0$ 对于 $\forall x\in R$ 恒成立，求实数 m 的取值范围；

（2）若不等式 $f(x)<-m+5$ 在 $x\in[1,3]$ 上有解，求实数 m 的取值范围.

21.（12分）

三位同学毕业后，发现市内一些小家电配件的批发商每天的批发零售的生意很火爆，于是他们三人决定利用所学专业进行自主创业，专门生产这类小家电配件，并与经销商签订了经销合同，他们生产出的小家电配件，以每件7元的价格全部由经销商包销. 经市场调研，生产这类配件，每月需要投入固定成本为1万元，每生产 x 万件配件，还需再投入资金 $P(x)$ 万元. 在月产量不足6万件时，$P(x)=x^2+x$（万元）；在月产量不小于6万件时，$P(x)=8x+\dfrac{m}{x-4}-27$（万元）. 已知月产量是7万件时，需要再投入的资金是56万元.

（1）试将生产这些小家电的月利润 $f(x)$（万元）表示成月产量 x（万件）的函数；

（注：月利润＝月销售收入－固定成本－再投入成本）

（2）月产量为多少万件时，这三位同学生产这些配件获得的利润最大？最大利润是多少？

22.（12分）

已知二次函数 $f(x)$ 满足 $f(0)=f(1)=1$，且 $f(x)$ 的最小值是 $\frac{3}{4}$，

（1）求 $f(x)$ 的解析式；

（2）若关于 x 的方程 $f(x)=x+m$ 在区间 $(-1,2)$ 上有唯一的实数根，求实数 m 的取值范围；

（3）若函数 $g(x)=f(x)-(2t-1)x$，对任意 $x_1,x_2\in[4,5]$，都有不等式 $|g(x_1)-g(x_2)|<4$ 恒成立，求实数 t 的取值范围.

学而思培优|高考研究中心