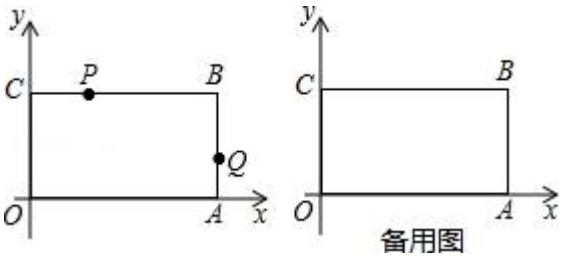
直角三角形存在性问题巩固练习

1．如图，O 为坐标原点，四边形 $OABC$ 为矩形，A（10，0），C（0，8），点 P 在边 BC 上以每秒 1 个单位长的速度由点 C 向点 B 运动，同时点 Q 在边 AB 上以每秒 a 个单位长的速度由点 A 向点 B 运动，运动时间为 t 秒（$t>0$）.

（1）若反比例函数 $y=\frac{m}{x}$图象经过 P 点、Q 点，求 a 的值；

（2）若 OQ 垂直平分 AP，求 a 的值；

（3）当 Q 点运动到 AB 中点时，是否存在 a 使△OPQ 为直角三角形？若存在，求出 a 的值，若不存在请说明理由；



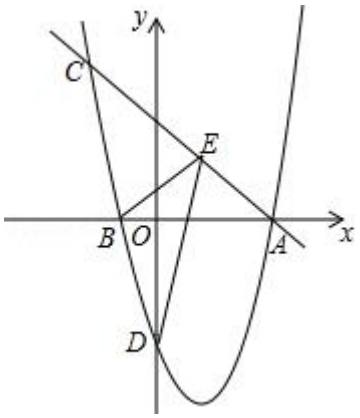
备用图

2．如图，抛物线 $y=ax^2+bx-4$（$a\neq0$）与 x 轴交于 A（4，0）、B（－1，0）两点，过点 A 的直线 $y=-x+4$ 交抛物线于点 C.

（1）求此抛物线的解析式；

（2）在直线 AC 上有一动点 E，当点 E 在某个位置时，使△BDE 的周长最小，求此时 E 点坐标；

（3）当动点 E 在直线 AC 与抛物线围成的封闭线 $A\rightarrow C\rightarrow B\rightarrow D\rightarrow A$ 上运动时，是否存在使△BDE 为直角三角形的情况，若存在，请直接写出符合要求的 E 点的坐标；若不存在，请说明理由.

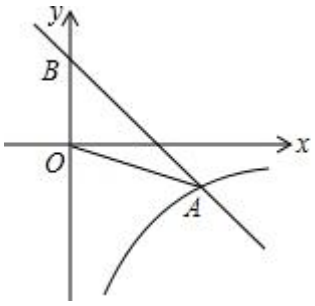


3．如图，平面直角坐标系中，点 A 是反比例函数 $y_1=\frac{k}{x}$（$x>0$）的图象上一点，一次函数 $y_2=-x+2$ 的图象经过点 A，交 y 轴于点 B，$\triangle AOB$ 的面积是 3．

（1）求点 A 的坐标及反比例函数解析式；

（2）观察图象，当 $y_1>y_2$ 时，直接写出 x 的取值范围；

（3）在 y 轴上是否存在点 P，使 $\triangle ABP$ 为直角三角形？若存在，请直接写出点 P 的坐标，若不存在请说明理由．

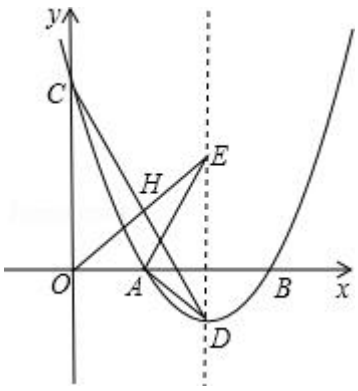


4．如图，二次函数 $y=\frac{1}{2}(x-3)^2-1$ 的图象与 x 轴交于 A，B 两点（点 A 在点 B 左侧），与 y 轴交于点 C，顶点为 D．

（1）求点 A，B，D 的坐标；

（2）连接 CD，过原点 O 作 $OE\perp CD$，垂足为 H，OE 与该图象的对称轴交于点 E，连接 AE，AD，求 $\angle DAE$ 的大小；

（3）设点 E 关于点 D 的对称点为 F，分别以 E，F 为圆心，1 为半径作两个圆，该二次函数的图象上是否存在一点 P，使得过 P 向两个圆各作一条切线 PM，PN（M，N 为切点），且 PM，PN 刚好可以作为一个斜边为 4 的直角三角形的两条直角边？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由．

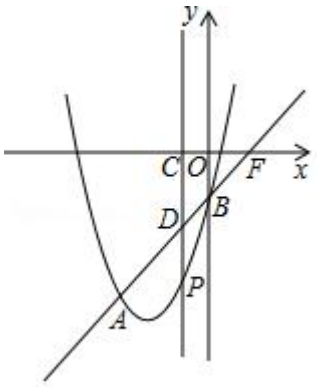


5．如图所示，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与直线 $y=x-1$ 交于 A、B 两点，点 A 的纵坐标为 -4，点 B 在 y 轴上，直线 AB 与 x 轴交于点 F，点 P 是线段 AB 下方的抛物线上一动点，横坐标为 m，过点 P 作 $PC\perp x$ 轴于 C，交直线 AB 于 D.

（1）求抛物线的解析式；

（2）当 m 为何值时，线段 PD 的长度取得最大值，其最大值是多少？

（3）是否存在点 P，使△PAD 是直角三角形？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，说明理由.



6．如图 1，一次函数 $y=-x+10$ 的图象交 x 轴于点 A，交 y 轴于点 B．以 P（1，0）为圆心的⊙P 与 y 轴相切，若点 P 以每秒 2 个单位的速度沿 x 轴向右平移，同时⊙P 的半径以每秒增加 1 个单位的速度不断变大，设运动时间为 t（s）

（1）点 A 的坐标为_____，点 B 的坐标为_____，$\angle OAB=$_____°；

（2）在运动过程中，点 P 的坐标为_____，⊙P 的半径为_____（用含 t 的代数式表示）；

（3）当⊙P 与直线 AB 相交于点 E、F 时

①如图 2，求 $t=\frac{5}{2}$时，弦 EF 的长；

②在运动过程中，是否存在以点 P 为直角顶点的 Rt△PEF，若存在，请求出 t 的值；若不存在，请说明理由（利用图 1 解题）.

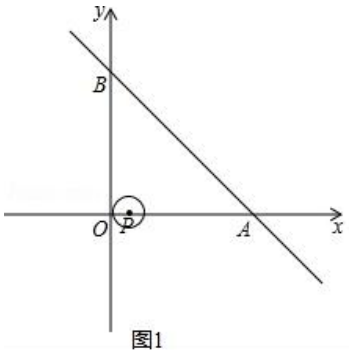


图1

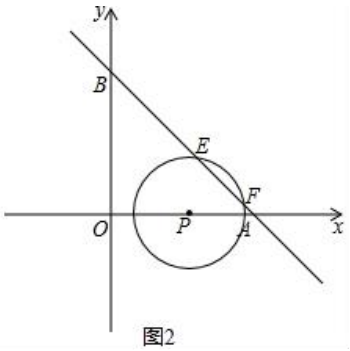


图2

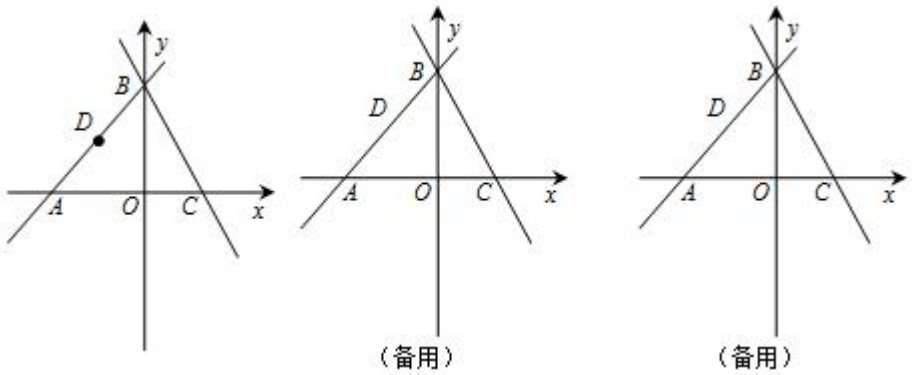
7．如图，A，B 是直线 $y=x+4$ 与坐标轴的交点，直线 $y=-2x+b$ 过点 B，与 x 轴交于点 C.

（1）求 A，B，C 三点的坐标；

（2）点 D 是折线 $A-B-C$ 上一动点．

①当点 D 是 AB 的中点时，在 x 轴上找一点 E，使 $ED+EB$ 的和最小，用直尺和圆规画出点 E 的位置（保留作图痕迹，不要求写作法和证明），并求 E 点的坐标．

②是否存在点 D，使△ACD 为直角三角形，若存在，直接写出 D 点的坐标；若不存在，请说明理由．

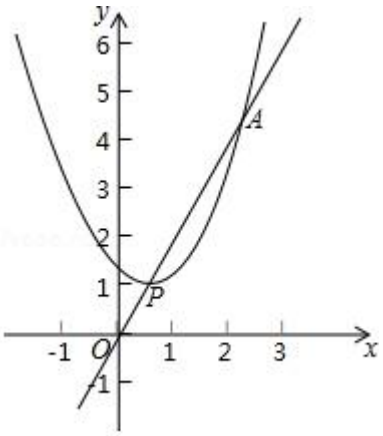


8．如图，抛物线 $y=(x-m)^2+n$ 的顶点 P 在直线 $y=2x$ 上，该抛物线与直线的另一个交点为 A，与 y 轴的交点为 Q．

（1）当 $m=n-1$ 时，求 m 的值；

（2）当 $AQ\parallel x$ 轴时，试确定抛物线的解析式；

（3）随着顶点 P 在直线 $y=2x$ 上的运动，是否存在直角△PAQ？若存在，请直接写出点 P 的坐标；若不存在，说明理由．



9．如图，当 $x=2$ 时，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 取得最小值 -1，并且抛物线与 y 轴交于点 C（0，3），与 x 轴交

于点 A、B.

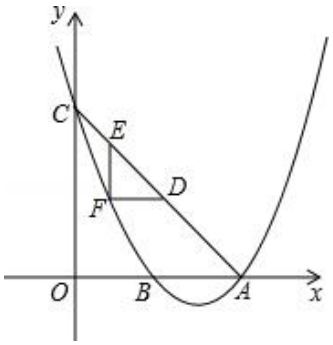
（1）直接写出抛物线的解析式；

（2）若点 M（x，y_1），N（x+1，y_2）都在该抛物线上，试比较 y_1 与 y_2 的大小；

（3）D 是线段 AC 的中点，E 为线段 AC 上一动点（A、C 两端点除外），过点 E 作 y 轴的平行线 EF 与抛物线交于点 F.

①设点 E 的横坐标为 x，是否存在 x，使线段 EF 最长？若存在，求出最长值；若不存在，请说明理由；

②是否存在点 E，使△DEF 是直角三角形？若存在，求出点 E 的坐标；若不存在，请说明理由.

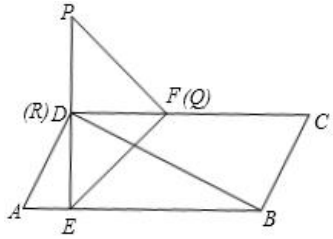


10．如图，已知平行四边形 $ABCD$，$AD\perp BD$，$AD=2\sqrt{5}$，$BD=2AD$，过 D 点作 $DE\perp AB$ 于 E，以 DE 为直角边作等腰直角三角形 DEF，点 F 落在 DC 上，将△DEF 在同一平面内沿直线 DC 翻折，所得的等腰直角三角形记为△PQR，点 R 与 D 重合，点 Q 与 F 重合，如图①，平行四边形 $ABCD$ 保持不动，将△PQR 沿折线 $D-B-C$ 匀速平移，点 R 的移动的速度为每秒$\sqrt{5}$个单位，设运动时间为 t，当 R 与 C 重合时停止运动.

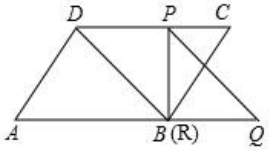
（1）当点 Q 落在 BC 边上时，求 t 的值；

（2）记△PQR 与△DBC 的重叠部分的面积为 S，直接写出 S 与 t 之间的函数关系式，并写出相应的 t 的取值范围；

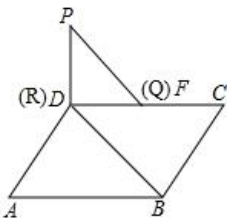
（3）当△PQR 移动到 R 与 B 重合时，如图②，再将△PQR 绕 R 点沿顺时针方向旋转α（0°≤α≤360°），得到△P_1Q_1R，若直线 P_1Q_1 与直线 BC、直线 DC 分别相交于 M、N，问在旋转的过程中是否存在△CMN 为直角三角形，若存在，求出 CN 的长；若不存在，请说明理由.



图①



图②



备用图

11．如图，在平面直角坐标系中，$\angle ACB=90°$，$OC=2OB$，$\tan\angle ABC=2$，点 B 的坐标为（1，0）．抛物

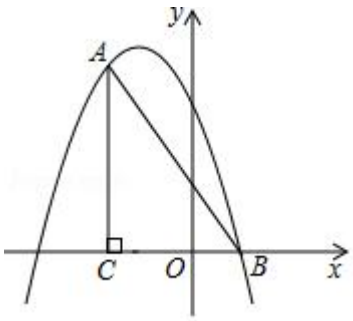
线 $y=-x^2+bx+c$ 经过 A、B 两点．

（1）求抛物线的解析式；

（2）点 P 是直线 AB 上方抛物线上的一点，过点 P 作 PD 垂直 x 轴于点 D，交线段 AB 于点 E，使 $PE=\frac{1}{2}DE$．

①求点 P 的坐标和△PAB 的面积；

②在直线 PD 上是否存在点 M，使△ABM 为直角三角形？若存在，直接写出符合条件的所有点 M 的坐标；若不存在，请说明理由．



12．如图 1，点 A 坐标为（2，0），以 OA 为边在第一象限内作等边△OAB，点 C 为 x 轴上一动点，且在点

A 右侧，连接 BC，以 BC 为边在第一象限内作等边△BCD，连接 AD 交 BC 于 E.

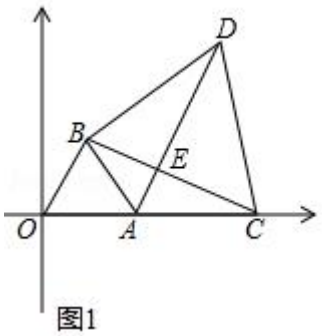


图1

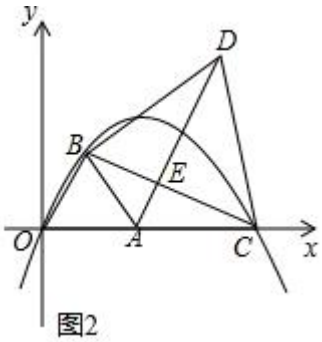


图2

（1）①直接回答：△OBC 与△ABD 全等吗？

②试说明：无论点 C 如何移动，AD 始终与 OB 平行；

（2）当点 C 运动到使 $AC^2=AE\cdot AD$ 时，如图 2，经过 O、B、C 三点的抛物线为 y_1．试问：y_1 上是否存在动点 P，使△BEP 为直角三角形且 BE 为直角边？若存在，求出点 P 坐标；若不存在，说明理由；

（3）在（2）的条件下，将 y_1 沿 x 轴翻折得 y_2，设 y_1 与 y_2 组成的图形为 M，函数 $y=\sqrt{3}x+\sqrt{3}m$ 的图象 l 与 M 有公共点．试写出：l 与 M 的公共点为 3 个时，m 的取值．