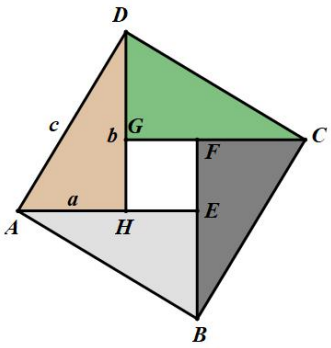
弦图模型知识精讲

1. 证法一

以 a、b 为直角边（$b>a$），以 c 为斜边作四个全等的直角三角形，则每个直角三角形的面积等于 $\frac{1}{2}ab$，

如图所示：



∵$Rt\triangle DAH\cong Rt\triangle ABE$，

∴$\angle HDA=\angle EAB$，

∵$\angle ADH+\angle HAD=90°$，

∴$\angle EAB+\angle HAD=90°$，∴$\angle DAB=90°$

∵$AB=AD$，∴四边形 $ABCD$ 是一个边长为 c 的正方形，它的面积等于 c^2，

∵$EF=FG=GH=HE=b-a$，$\angle HEF=90°$，

∴四边形 $EFGH$ 是一个边长为$(b-a)$的正方形，它的面积等于$(b-a)^2$，

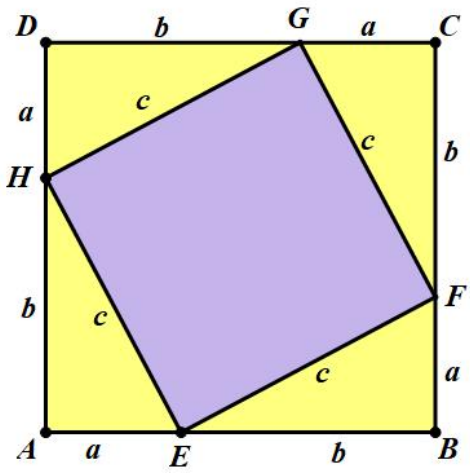
$$\therefore 4\times\frac{1}{2}ab+(b-a)^2=c^2,$$

∴$a^2+b^2=c^2$.

2. 证法二

以 a、b 为直角边（$b>a$），以 c 为斜边作四个全等的直角三角形，则每个直角三角形的面积等于 $\frac{1}{2}ab$，

如图所示：



∵*Rt*△*HAE*≌*Rt*△*EBF*，

∴∠*AHE*＝∠*BEF*，

∵∠*AEH*＋∠*AHE*＝90°，

∴∠*AEH*＋∠*BEF*＝90°，

∴∠*HEF*＝180°－90°＝90°，

∴四边形 *EFGH* 是一个边长为 *c* 的正方形. 它的面积等于 c^2，

∵*Rt*△*GDH*≌*Rt*△*HAE*，

∴∠*HGD*＝∠*EHA*.

∵∠*HGD*＋∠*GHD*＝90°，

∴∠*EHA*＋∠*GHD*＝90°，

又∵∠*GHE*＝90°，

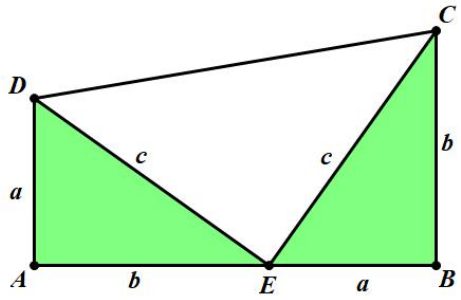
∴∠*DHA*＝90°＋90°＝180°，

∵四边形 *EFGH* 是一个边长为（*a*＋*b*）的正方形，它的面积等于（*a*＋*b*）^{2}，

∴$4\times\frac{1}{2}ab+c^2=(a+b)^2$，∴$a^2+b^2=c^2$.

3. 证法三

以 *a*、*b* 为直角边，以 *c* 为斜边作两个全等的直角三角形，则每个直角三角形的面积等于 $\frac{1}{2}ab$，如图所示：



∵$Rt\triangle EAD\cong Rt\triangle CBE$，

∴$\angle ADE=\angle BEC$.

∵$\angle AED+\angle ADE=90°$，

∴$\angle AED+\angle BEC=90°$，

∴$\angle DEC=180°-90°=90°$，

∴$\triangle DEC$ 是一个等腰直角三角形，它的面积等于 $\frac{1}{2}c^2$，

又∵$\angle DAE=90°$，$\angle EBC=90°$，

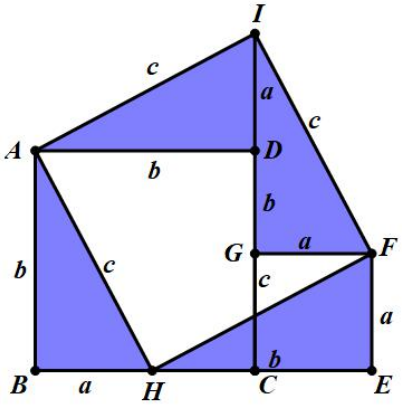
∴$AD\parallel BC$，

∴四边形 $ABCD$ 是一个直角梯形，它的面积等于 $\frac{1}{2}(a+b)^2$，

$\frac{1}{2}(a+b)^2=2\times\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}c^2$，∴$a^2+b^2=c^2$.

4. 证法四

如图所示，分别以 a、b 为直角边，以 c 为斜边的四个直角三角形全等，图中 3 个正方形的边长分别为 a、b、c，整个图形的面积为 S，则：



∵$\triangle ABH\cong\triangle HEF$，

∴$\angle BAH=\angle EHF$，

∴∠*BAH*＋∠*AHB*＝∠*EHF*＋∠*AHB*＝90°，

∴∠*AHF*＝90°，

∴四边形 *AHFI* 是正方形，

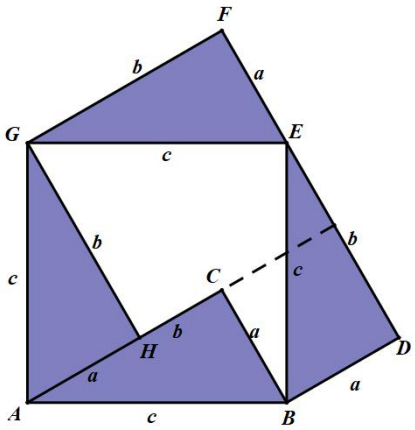
$$\because S = a^2 + b^2 + 2 \times \frac{1}{2}ab = a^2 + b^2 + ab,$$

$$S = c^2 + 2 \times \frac{1}{2}ab = c^2 + ab\ ,$$

$$\therefore a^2 + b^2 + ab = c^2 + ab\ ,\ \therefore a^2 + b^2 = c^2.$$

5. 证法五

分别以 *a*、*b* 为直角边，以 *c* 为斜边的四个直角三角形全等，将它们按如图所示拼成一个多边形，并延长 *AC* 交 *DF* 于点 *P*.



∵*D*、*E*、*F* 在一条直线上，且 *Rt*△*GEF*≌*Rt*△*EBD*，

∴∠*EGF*＝∠*BED*，

∵∠*EGF*＋∠*GEF*＝90°，

∴∠*BED*＋∠*GEF*＝90°，

∴∠*BEG*＝180°－90°＝90°

又∵*AB*＝*BE*＝*EG*＝*GA*＝*c*，

∴四边形 *ABEG* 是一个边长为 *c* 的正方形，

∴∠*ABC*＋∠*CBE*＝90°，

∵*Rt*△*ABC*≌*Rt*△*EBD*，

∴∠*ABC*＝∠*EBD*.

∴∠*EBD*＋∠*CBE*＝90°，

即∠*CBD*＝90°，

又∵∠*BDE*＝90°，∠*BCP*＝90°，

BC＝*BD*＝*a*，

∴四边形 *BDPC* 是一个边长为 *a* 的正方形，

同理，四边形 *HPFG* 是一个边长为 *b* 的正方形，

设多边形 *GHCBE* 的面积为 *S*，则$a^2+b^2=S+2\times\frac{1}{2}ab$，

$c^2=S+2\times\frac{1}{2}ab$，∴$a^2+b^2=c^2$.