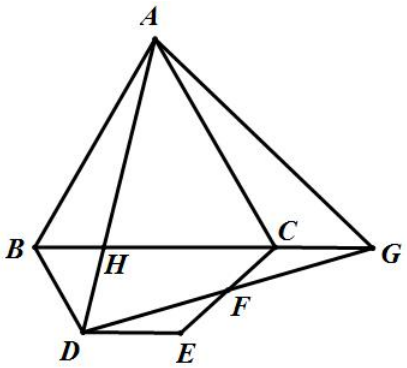
倍长中线模型巩固练习（提优）

1. 如图，△*ABC* 为等边三角形，*BD*＝*DE*，∠*BDE*＝120°，连接 *CE*，*F* 为 *CE* 的中点，连接 *DF* 并倍长，连接 *AD*、*CG*、*AG*.下列结论：①*CG*＝*DE*；②若 *DE*∥*BC*，则△*ABH*∽△*GBD*；③在②的条件下，若 *CE*⊥*BC*，则 $\frac{AD}{BD}=\frac{\sqrt{19}}{2}$.其中正确的有（　　）



A.①②③都正确　　*B*.只有①②正确　　*C*.只有②③正确　　*D*.只有①③正确

2. 小明遇到这样一个问题，如图 1，△*ABC* 中，*AB*＝7，*AC*＝5，点 *D* 为 *BC* 的中点，求 *AD* 的取值范围.

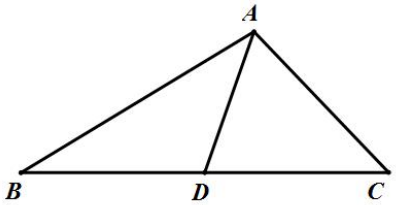


图1

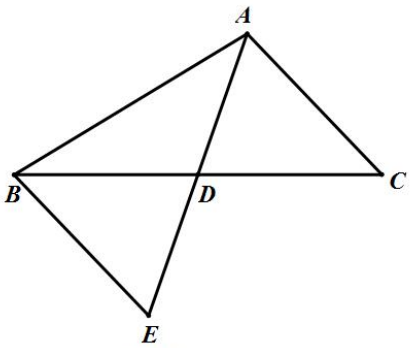


图2

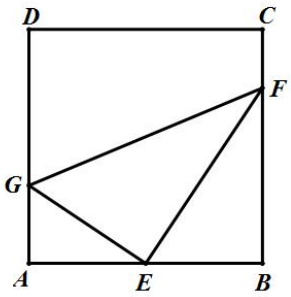


图3

小明发现老师讲过的“倍长中线法”可以解决这个问题，所谓倍长中线法，就是将三角形的中线延长一倍，以便构造出全等三角形，从而运用全等三角形的有关知识来解决问题的方法，他的做法是：如图 2，延长 *AD* 到 *E*，使 *DE*＝*AD*，连接 *BE*，构造△*BED*≌△*CAD*，经过推理和计算使问题得到解决

请回答：（1）小明证明△*BED*≌△*CAD* 用到的判定定理是：_____（用字母表示），

（2）*AD* 的取值范围是_____；

（3）小明还发现：倍长中线法最重要的一点就是延长中线一倍，完成全等三角形模型的构造.

参考小明思考问题的方法，解决问题：

如图 3，在正方形 *ABCD* 中，*E* 为 *AB* 边的中点 *G*、*F* 分别为 *AD*，*BC* 边上的点，若 *AG*＝2，*BF*＝4，∠*GEF*＝90°，求 *GF* 的长.

3. 如图 1，在△*ABC* 中，点 *D* 是 *BC* 的中点，延长 *AD* 到点 *G*，使 *DG*＝*AD*，连接 *CG*，可以得到△*ABD*＝△*GCD*，这种作辅助线的方法我们通常叫做“倍长中线法”

如图 2，在△*ABC* 中，点 *D* 是 *BC* 的中点点 *E* 是 *AB* 上一点，连接 *ED*，小明由图 1 中作辅助线的方法想到：延长 *ED* 到点 *G*，使 *DG*＝*ED*，连接 *CG*.

（1）请直接写出线段 *BE* 和 *CG* 的关系：_____；

（2）如图 3，若∠*A*＝90°，过点 *D* 作 *DF*⊥*DE* 交 *AC* 于点 *F*，连接 *EF*，已知 *BE*＝3，$CF=2\sqrt{5}$，其它条件不变，求 *EF* 的长.

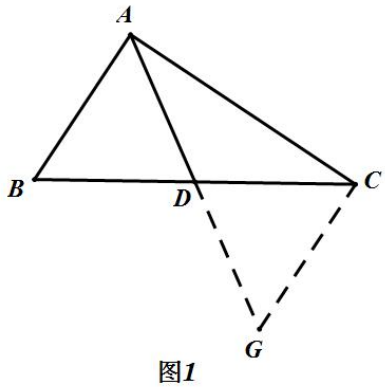


图1

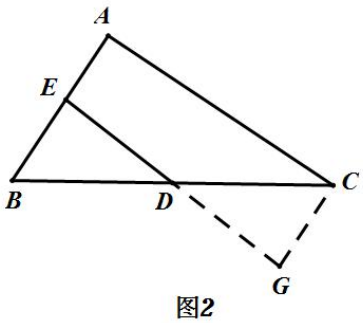


图2

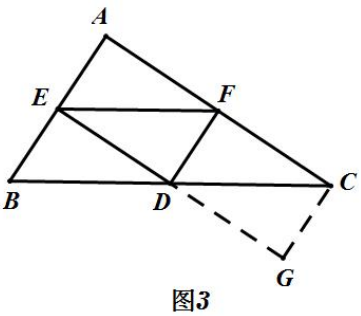


图3

4. 自主学习，学以致用

先阅读，再回答问题：如图 1，已知△*ABC* 中，*AD* 为中线。延长 *AD* 至 *E*，使 *DE*＝*AD*.在△*ABD* 和△*ECD* 中，*AD*＝*DE*，∠*ADB*＝∠*EDC*，*BD*＝*CD*，所以，△*ABD*≌△*ECD*（*SAS*），进一步可得到 *AB*＝*CE*，*AB*∥*CE* 等结论.

在已知三角形的中线时，我们经常用“倍长中线”的辅助线来构造全等三角形，并进一步解决一些相关的计算或证明题。

解决问题：如图 2，在△*ABC* 中，*AD* 是三角形的中线，*F* 为 *AD* 上一点，且 *BF*＝*AC*，连结并延长 *BF* 交 *AC* 于点 *E*，求证：*AE*＝*EF*.

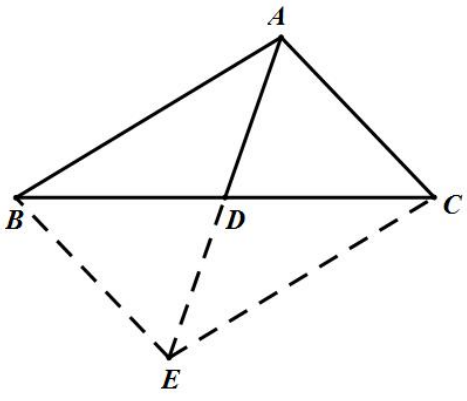


图1

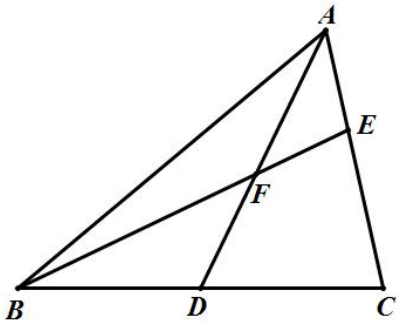


图2

5. 定义：如图 1，在△*ABC* 中，把 *AB* 绕点 *A* 逆时针旋转 *a*（0°＜α＜180°）并延长一倍得到 *AB*'，把 *AC* 绕点 *A* 顺时针旋转β并延长一倍得到 *AC*'，连接 *B*'*C*'.当$\alpha+\beta=180°$时，称△*AB*'*C*'是△*ABC* 的“倍旋三角形”，△*AB*'*C*'边 *B*'*C*'上的中线 *AD* 叫做△*ABC* 的“倍旋中线”.

特例感知：

（1）如图 1，当∠*BAC*＝90°，*BC*＝4 时，则“倍旋中线”*AD* 长为_____；如图 2，当△*AB*'*C*'为等边三角形时，“倍旋中线”*AD* 与 *BC* 的数量关系为_____；

猜想论证：

（2）在图 3 中，当△*ABC* 为任意三角形时，猜想“倍旋中线”*AD* 与 *BC* 的数量关系，并给予证明.

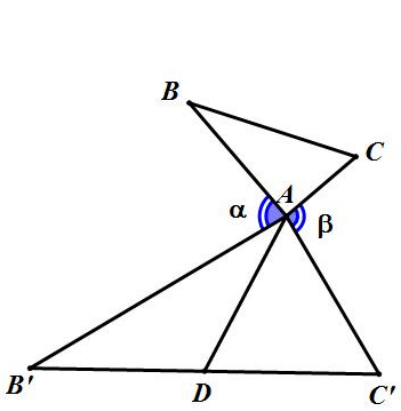


图1

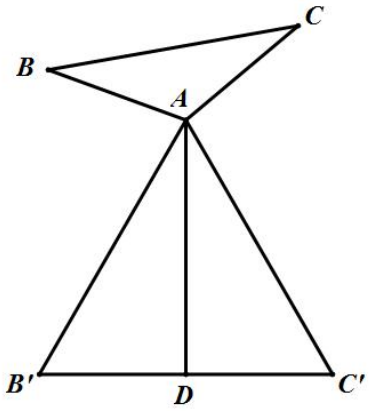


图2

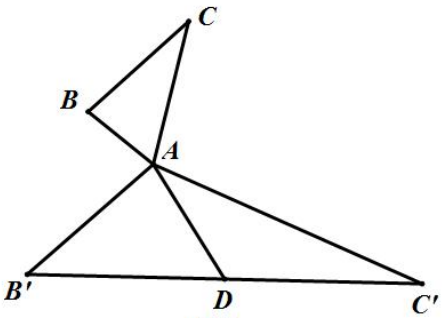


图3

6. 已知抛物线$y=ax^2+bx+c$经过 *A*（-1，0），*B*（1，0），$C\left(0,-\frac{1}{2}\right)$，点 *P* 为抛物线上一动点，直线$y=-1$与$y$轴交于点 *D*.

（1）求此抛物线解析式；

（2）如图 1，连结 *OP* 并倍长至 *Q*，试说明在直线$y=-1$上有且仅有一点 *M*，使∠*OMQ*=90°;

（3）如图 2，连结 *PO* 并延长交抛物线于另一点 *T*，求证：*y* 轴平分∠*PDT*.

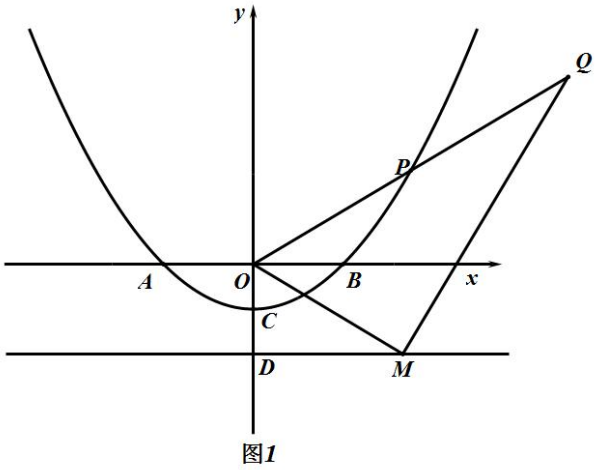


图1

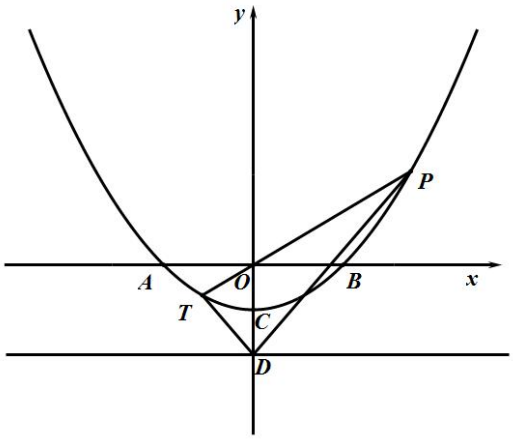


图2