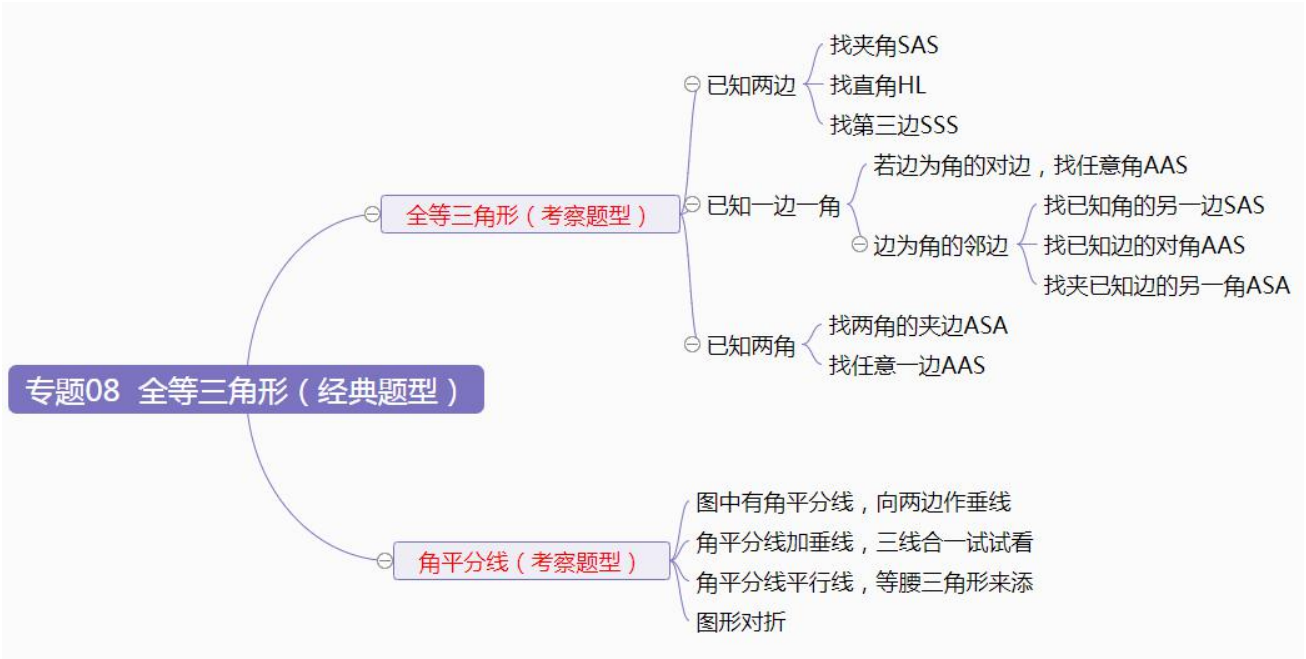
专题 08 全等三角形 热考题型

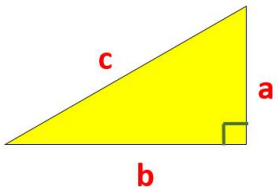
考查题型



（本专题勾股定理部分的习题选做）

勾股定理概念：直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方；

表示方法：如果**直角三角形**的两直角边分别为 a，b，斜边为 c，那么 $a^2+b^2=c^2$



变式：

1）$a^2=c^2-b^2$

2）$b^2=c^2-a^2$

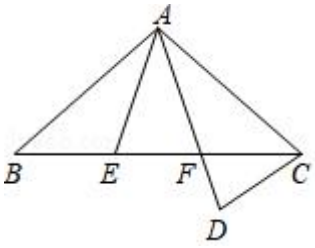
适用范围：勾股定理揭示了直角三角形三条边之间所存在的数量关系，它只适用于直角三角形，因而在应用勾股定理时，必须明了所考察的对象是直角三角形。

题型一 已知两边，找夹角 SAS

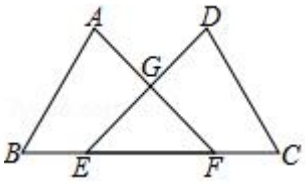
典例 1（2018 春 南通市期中）如图，△ABC 中，AB=AC，点 E，F 在边 BC 上，BE=CF，点 D 在 AF 的延长线上，AD=AC，

（1）求证：△ABE≌△ACF；

（2）若∠BAE=30°，则∠ADC=_____°．



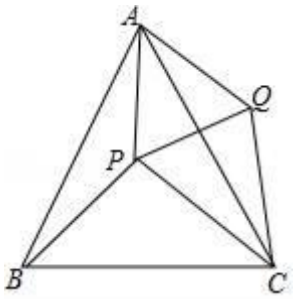
典例 2（2019·四川中考模拟）如图，点 E、F 在 BC 上，BE=CF，AB=DC，∠B=∠C，AF 与 DE 交于点 G，求证：GE=GF.



典例 3（2018 春 赣州市期末）已知，点 P 是等边三角形△ABC 中一点，线段 AP 绕点 A 逆时针旋转 60° 到 AQ，连接 PQ、QC.

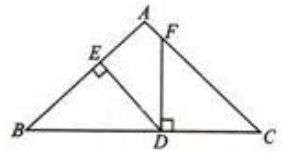
（1）求证：PB＝QC；

（2）若 PA＝3，PB＝4，∠APB＝150° ，求 PC 的长度.



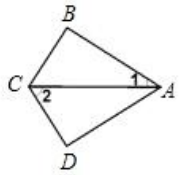
题型二 已知两边，找直角 HL

典例 1（2017 春 孝南区期中）如图，BD=CF，FD⊥BC 于点 D，DE⊥AB 于点 E，BE=CD，若∠AFD=145° ，则∠EDF 的度数为（ ）



A．45° B．55° C．35° D．65°

典例 2（2018 春 南昌市期末）如图，∠B=∠D=90° ，BC=CD，∠1=40° ，则∠2=

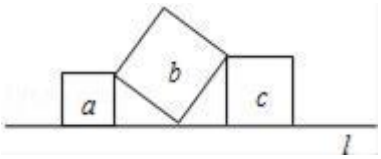


A．40° B．50°

C．60° D．75°

典例 3（2017 春 西城区期中）如图，直线 l 上有三个正方形 a，b，c，若 a，c 的面积分别为 5 和 11，则 b 的面积

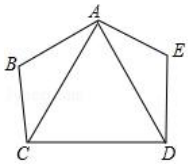
为（　　）



A．4　　B．6　　C．16　　D．55

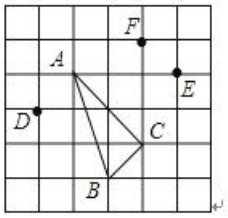
题型三 已知两边，找第三边 SSS

典例 1（2019 春 眉山市期末）如图，五边形 ABCDE 中有一正三角形 ACD，若 AB=DE，BC=AE，∠E=115°，则∠BAE 的度数为何？（　　）



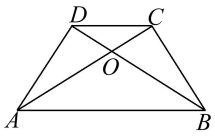
A. 115　　B. 120　　C. 125　　D. 130

典例 2（2018 春 小店区期末）在边长为 1 的正方形网格中标有 A、B、C、D、E、F 六个格点，根据图中标示的各点位置，与△ABC 全等的是（　　）



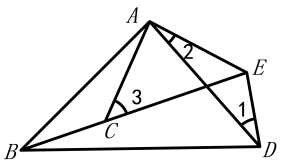
A. △ACF　　B. △ACE　　C. △ABD　　D. △CEF

典例 3（2018 春 杭州市期末）如图，OA＝OB，OC＝OD，AD＝BC，则图中全等三角形的对数有（　　）



A．1 对　　B．2 对　　C．3 对　　D．4 对

典例 4（2018•富顺县期中）如图，点 B、C、E 三点在同一直线上，且 $AB=AD, AC=AE, BC=DE$；若 $\angle 1+\angle 2+\angle 3=94^{\circ}$，则 $\angle 3$ 的度数为（　）



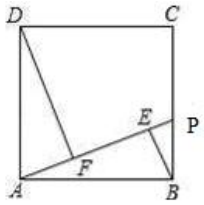
A. 49°　　B. 47°　　C. 45°　　D. 43°

题型四 已知一边一角（若边为角的对边，找任意角 AAS）

典例 1 如图，正方形 ABCD 中，AB=1，点 P 是 BC 边上的任意一点（异于端点 B、C），连接 AP，过 B、D 两点作 BE⊥AP 于点 E，DF⊥AP 于点 F.

（1）求证：EF=DF﹣BE；

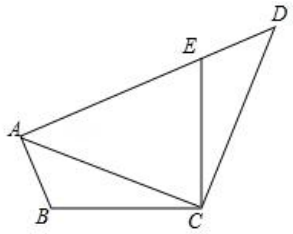
（2）若△ADF 的周长为$\frac{7}{3}$，求 EF 的长.



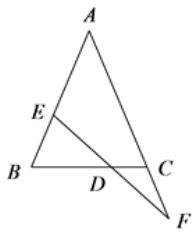
典例 2 如图，已知在四边形 ABCD 中，点 E 在 AD 上，∠BCE=∠ACD=90°，∠BAC=∠D，BC=CE.

（1）求证：AC=CD；

（2）若 AC=AE，求∠DEC 的度数.

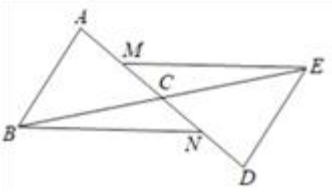


典例 3（2017 春 南阳市期中）如图所示，在△ABC 中，AB =AC，E 为 AB 上一点，F 为 AC 延长线上一点，且 BE=CF，EF 交 BC 于 D，求证：DE=DF.



题型五 已知一边一角（边为角的邻边（找已知角的另一边 SAS））

典例 1 （2017 春 南京市期末）如图，线段 AD、BE 相交与点 C,且△ABC≌△DEC，点 M、N 分别为线段 AC、CD 的中点．求证：



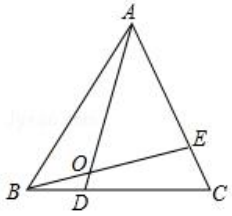
（1）ME=BN；

（2）ME∥BN.

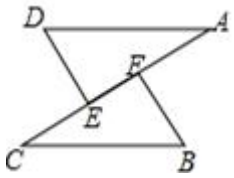
典例 2（2019 春 连云港市期末）已知：如图：△ABC 是等边三角形，点 D、E 分别是边 BC、CA 上的点，且 BD=CE，

AD、BE 相交于点 O.

（1）求证：△ACD≌△BAE；（2）求∠AOB 的度数.



典例 3 （2019 春 济南市期中）如图，点 E，F 在 AC 上，AD//CB，AD=CB，AF=CE．求证：∠D=∠B.

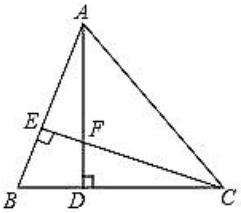


题型六 已知一边一角（边为角的邻边（找已知边的对角 AAS））

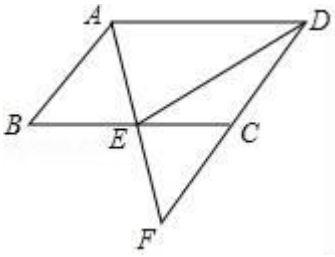
典例 1（2019 春 白云区期末）如图所示，在△ABC 中，AD⊥BC 于 D，CE⊥AB 于 E，AD 与 CE 交于点 F，且 AD=CD，

(1)求证:△ABD≌△CFD；

(2)已知 BC=7，AD=5，求 AF 的长。



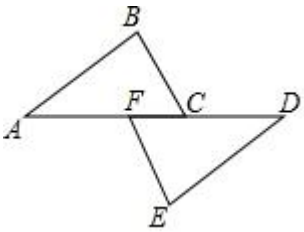
典例 2 （2017 江宁区月考）如图，在▱ABCD 中，E 是 BC 的中点，连接 AE 并延长交 DC 的延长线于点 F.



（1）求证：AB=CF；

（2）连接 DE，若 AD=2AB，求证：DE⊥AF.

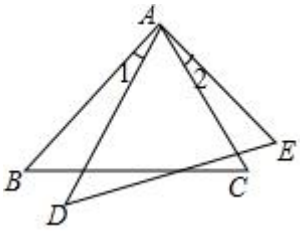
典例 3（2018 春 宿迁市期末）如图，点 A、F、C、D 在同一条直线上，已知 AF=DC，∠A=∠D，BC∥EF，求证：AB=DE.



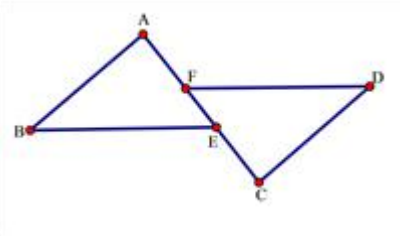
题型七 已知一边一角（边为角的邻边（找已知边的另一角 ASA））

典例 1 （2018 春 保定市期中）如图，在△ABC 和△ADE 中，AB=AD，∠B=∠D，∠1=∠2.

求证：BC=DE.

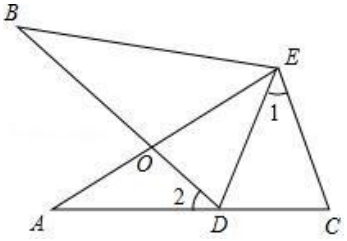


典例 2 （2018 春 桑植县期末）已知：如下图，点 A，F，E，C 在同一直线上，AB∥CD，AB=CD，∠B=∠D. 求证：⊿ABE≌⊿CDF.



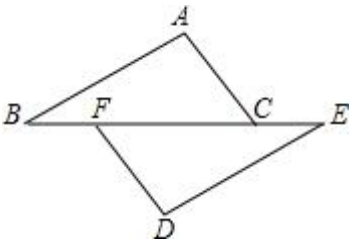
典例 3 如图，∠A＝∠B，AE＝BE，点 D 在 AC 边上，∠1＝∠2，AE 和 BD 相交于点 O.

求证：△AEC≌△BED;



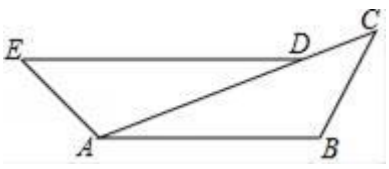
题型八 已知两角，找两角的夹边 ASA

典例 1 如图，点 B、F、C、E 在同一条直线上，点 A、D 在直线 BE 的两侧，AB∥DE，AC∥DF，BF＝CE，求证：AC＝DF.



典例 2 （2018•云南中考模拟）如图，在△DAE 和△ABC 中，D 是 AC 上一点，AD=AB，DE∥AB，∠E=∠C.

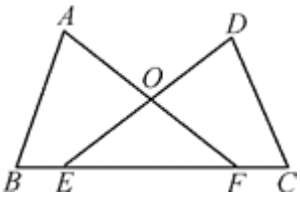
求证：AE=BC.



题型九 已知两角，找任意一边 AAS

典例 1 （2018 春 西湖区期末）已知：如图，点 E，F 在 BC 上，BE＝CF，∠A＝∠D，∠BED＝∠AFC，AF 与 DE 交于点 O.

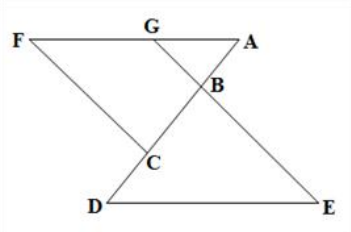
求证：OA＝OD.



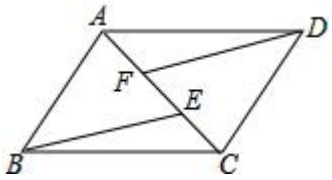
典例 2（2017・重庆中考模拟）如图 AF//DE，点 B、C 在线段 AD 上，连接 FC、EB，且∠E=∠F，延长 EB 交 AF 于点 G.

（1）求证：BE//CF

（2）若 CF=BE，求证：AB=CD



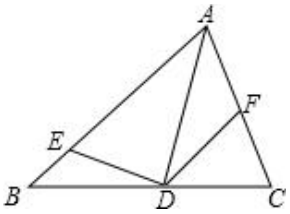
典例 3（2019 春 锦州市期末）如图，已知 A，F，E，C 在同一直线上，$AB//CD$，$\angle ABE=\angle CDF$，$AF=CE$. 试说明：$\Delta ABE\cong\Delta CDF$.



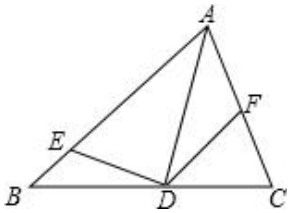
知识点二 角平分线的应用

题型一 图中有角平分线，向两边作垂线

典例 1（2019・襄樊市月考）在△ABC 中，AD 是∠BAC 的平分线，E、F 分别为 AB、AC 上的点，且∠EDF+∠EAF=180°，求证 DE=DF.



典例 2（2019・襄樊市月考）在△ABC 中，AD 是∠BAC 的平分线，E、F 分别为 AB、AC 上的点，且∠EDF+∠EAF=180°，求证 DE=DF.



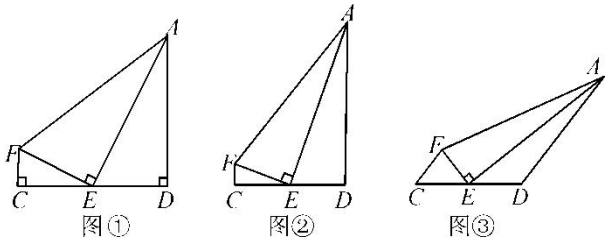
题型二 角平分线加垂线，三线合一试试看

典例 1 如图，已知 AE⊥FE，垂足为 E，且 E 是 DC 的中点.

(1)如图①，如果 FC⊥DC，AD⊥DC，垂足分别为 C，D，且 AD＝DC，判断 AE 是∠FAD 的角平分线吗？(不必说明理由)

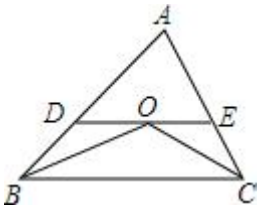
(2)如图②，如果(1)中的条件“AD＝DC”去掉，其余条件不变，(1)中的结论仍成立吗？请说明理由；

(3)如图③，如果(1)中的条件改为“AD∥FC”，(1)中的结论仍成立吗？请说明理由.

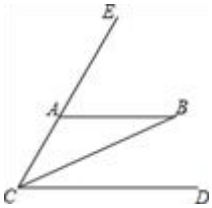


题型三 角平分线平行线，等腰三角形来填

典例 1 （2017 春 赣州市期末）如图，在△ABC 中，∠ABC 与∠ACB 的平分线交于点 O，过点 O 作 DE//BC，分别交 AB,AC 于点 D,E,若 AB=4，AC=3，则△ADE 的周长是_____。

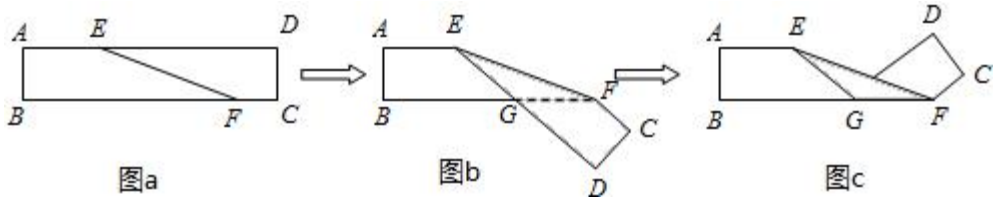


典例 2 （2018•江苏中考模拟）如图，AB∥CD，CB 平分∠ACD，∠ABC=35°，则∠BAE=_____度.

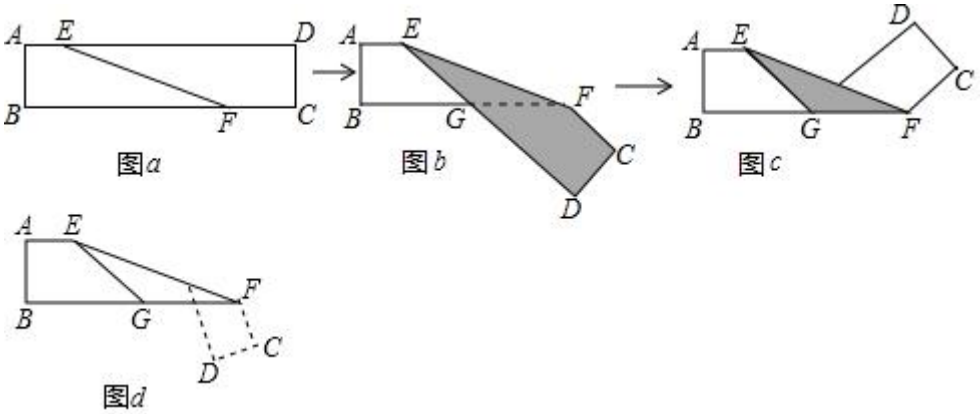


题型四 图形对折问题

典例 1 （2017 丹阳市月考）如图 a 是长方形纸带，∠DEF=25°，将纸带沿 EF 折叠成图 b，再沿 BF 折叠成图 c，则图 c 中的∠CFE 的度数是_____°.



典例 2 （2019 道外区期末）如图 a 是长方形纸带（提示：AD∥BC），将纸带沿 EF 折叠成图 b，再沿 GF 折叠成图 c.



（1）若∠DEF＝20°，则图 b 中∠EGB＝_____，∠CFG＝_____；

（2）若∠DEF＝20°，则图 c 中∠EFC＝_____；

（3）若∠DEF＝α，把图 c 中∠EFC 用 α 表示为_____；

（4）若继续按 EF 折叠成图 d，按此操作，最后一次折叠后恰好完全盖住∠EFG，整个过程共折叠了 9 次，问图 a 中∠DEF 的度数是多少.