专题 10 等腰三角形

（满分：100 分 时间：90 分钟）

班级_____ 姓名_____ 学号_____ 分数_____

一、单选题(共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分)

1.（2020•金昌市期中）等腰三角形一边长等于 5，一边长等于 9，则它的周长是（　　）

A．14　　B．23　　C．19 或 23　　D．19

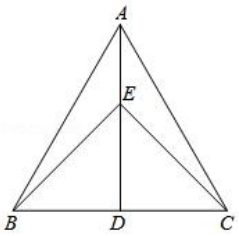
【答案】C

【解析】

解：当 5 为底时，其它两边都为 9，5、9、9 可以构成三角形，周长为 23；

当 5 为腰时，其它两边为 5 和 9，5、5、9 可以构成三角形，周长为 19，所以答案 19 或 23．故选 C．

2.（2020•黄石市期末）如图，等边三角形 ABC 中，AD⊥BC，垂足为 D，点 E 在线段 AD 上，∠EBC=30°，则∠ACE 等于（　　）



A．15°　　B．30°　　C．45°　　D．60°

【答案】B

【详解】

∵等边三角形 ABC 中，AD⊥BC，

∴BD=CD，即：AD 是 BC 的垂直平分线，

∵点 E 在 AD 上，

∴BE=CE，

∴∠EBC=∠ECB，

∵∠EBC=30°，

∴∠ECB=30°，

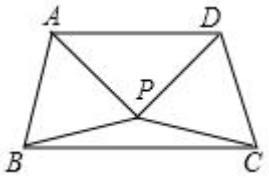
∵△ABC 是等边三角形，

∴∠ACB=60°，

∴∠ACE=∠ACB-∠ECB=30°，

故选 B．

3.（2020•定边县期末）如图，ΔABP与ΔCDP是一对全等的等边三角形，且$PA \perp PD$，下列四个结论：①$\angle PBC = 30°$；②$AD//BC$；③$PC \perp AB$；④四边形$ABCD$是轴对称图形．其中正确的是（　　）



A．①②③　　B．①②④　　C．①③④　　D．②③④

【答案】D

【详解】

解：∵△ABP 与△CDP 是一对全等的等边三角形，

∴AB=AP=BP=DP=DC=PC，∠BAP=∠ABP=∠APB=∠DPC=60°，

∵$PA \perp PD$，∴∠APD=90°，

∴∠PAD=∠ADP=45°，∠BPC=360°－90°－60°－60°=150°，

∴∠PBC=∠PCB=15°，故①错误；

∵∠BAD =60°+45°=105°，∠ABC=60°+15°=75°，

∴∠BAD+∠ABC=105°+75°=180°，

∴AD∥BC，故②正确；

延长 CP 交 AB 于点 E，如图，

∵∠ABC+∠PCB=75°+15°=90°，

∴∠BEC=90°，即$PC \perp AB$，故③正确；

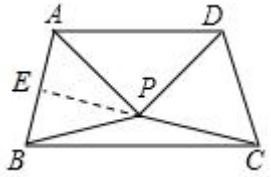
∵AD∥BC，AB=DC，

∴四边形 ABCD 是等腰梯形，

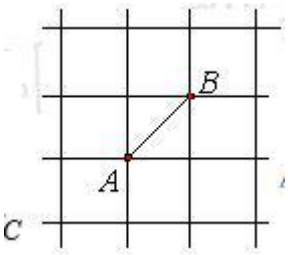
∴四边形$ABCD$是轴对称图形，故④正确；

综上，正确的是②③④．

故选：D．



4.（2019•阳山县期末）如图所示的正方形网格中，网格线的交点称为格点．已知A、B是两格点，如果C也是图中的格点，且使得ΔABC为等腰三角形，则点C的个数是（　　）



A．5　　B．6　　C．7　　D．8

【答案】D

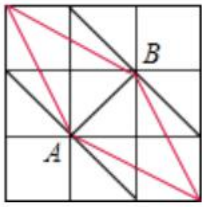
【详解】

解：如图，分情况讨论：

①AB 为等腰△ABC 的底边时，符合条件的 C 点有 4 个；

②AB 为等腰△ABC 其中的一条腰时，符合条件的 C 点有 4 个.

故选：D.



5.（2019•勃利县期末）已知实数 x,y 满足 $|x-4|+\sqrt{y-8}=0$，则以 x、y 的值为两边长的等腰三角形的周长是（　　）

A．8　　B．20　　C．16　　D．16 或 20

【答案】B

【详解】

解：$\because |x-4|\geq 0,\sqrt{y-8}\geq 0,|x-4|+\sqrt{y-8}=0$，

$\therefore |x-4|=0,\sqrt{y-8}=0$，

解得 $x=4,y=8$

以 x，y 的值为两边长的等腰三角形有两种情况：

①4，4，8，因为 $4+4=8$，所以该三角形不存在；

②8，8，4，该等腰三角形的周长为 20.

故选：B.

6.（2017·建德县）若$\triangle ABC$的三边a，b，c满足$(a-b)(b-c)(c-a)=0$那么$\triangle ABC$的形状一定是（　　）.

A．等腰三角形　　B．直角三角形　　C．等边三角形　　D．锐角三角形

【答案】A

【解析】

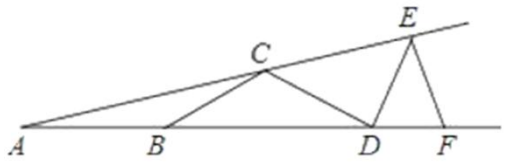
试题解析：∵（a-b）（b-c）（c-a）=0，

∴（a-b）=0 或（b-c）=0 或（c-a）=0，

即 a=b 或 b=c 或 c=a，因而三角形一定是等腰三角形.

故选 A.

7.（2020·罗平县期中）如图，$\Delta EAF=15^{\circ}$，$AB=BC=CD=DE=EF$，则$\angle DEF$等于（　　）



A．90°　　B．75°　　C．70°　　D．60°

【答案】D

【详解】

解：∵$AB=BC=CD=DE=EF$，$\angle A=15^{\circ}$，

∴$\angle BCA=\angle A=15^{\circ}$，

∴$\angle CBD=\angle BDC=\angle BCA+\angle A=15^{\circ}+15^{\circ}=30^{\circ}$，

∴$\angle BCD=180^{\circ}-\left(\angle CBD+\angle BDC\right)=180^{\circ}-60^{\circ}=120^{\circ}$，

∴$\angle ECD=\angle CED=180^{\circ}-\angle BCD-\angle BCA=180^{\circ}-120^{\circ}-15^{\circ}=45^{\circ}$，

∴$\angle CDE=180^{\circ}-\left(\angle ECD+\angle CED\right)=180^{\circ}-90^{\circ}=90^{\circ}$，

∴$\angle EDF=\angle EFD=180^{\circ}-\angle CDE-\angle BDC=180^{\circ}-90^{\circ}-30^{\circ}=60^{\circ}$，

∴$\angle DEF=180^{\circ}-\left(\angle EDF+\angle EFC\right)=180^{\circ}-120^{\circ}=60^{\circ}$.

故选：D.

8.（2020·罗平县期中）已知直角三角形中 30° 角所对的直角边为 2cm，则斜边的长为（　　）

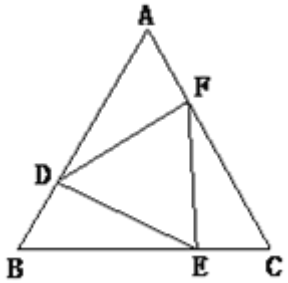
A．2cm　　B．4cm　　C．6cm　　D．8cm

【答案】B

【详解】

由题意可知，在直角三角形中，30°角所对的直角边等于斜边的一半，所以斜边=2×2=4cm.

9.（2019•南通市期中）如图，D、E、F 分别是等边△ABC 各边上的点，且 AD=BE=CF，则△DEF 的形状是（　）.



A．等边三角形　　B．腰和底边不相等的等腰三角形

C．直角三角形　　D．不等边三角形

【答案】A

【详解】

∵△ABC 为等边三角形，且 AD=BE=CF，

∴AE=BF=CD，

又∵∠A=∠B=∠C=60°，

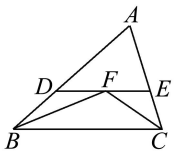
∴△ADE≌△BEF≌△CFD（SAS），

∴DF=ED=EF，

∴△DEF 是等边三角形，

故选 A.

10.（2019•南通市期中）如图，∠ABC，∠ACB 的平分线相交于点 F，过点 F 作 DE∥BC，交 AB 于 D，交 AC 于 E，那么下列结论正确的是：①△BDF，△CEF 都是等腰三角形；②DE＝BD＋CE；③△ADE 的周长为 AB＋AC；④BD＝CE;（　　）



A．③④　　B．①②　　C．①②③　　D．②③④

【答案】C

【分析】

由△ABC 中，∠ABC 与∠ACB 的平分线交于点 F，DE∥BC，易证得△BDF 和△CEF 都是等腰三角形，继而可得 DE=BD+CE，又由△ADE 的周长为：AD+DE+AE=AB+BD+CE+AE=AB+AC；即可得△ADE 的周长等于 AB 与 AC 的和.

【详解】

∵DE∥BC，

∴∠DFB=∠FBC，∠EFC=∠FCB，

∵△ABC 中，∠ABC 与∠ACB 的平分线交于点 F，

∴∠DBF=∠FBC，∠ECF=∠FCB，

∴∠DBF=∠DFB，∠ECF=∠EFC，

∴DB=DF，EF=EC，

即△BDF 和△CEF 都是等腰三角形；

故①正确；

∴DE=DF+EF=BD+CE，

故②正确；

∴△ADE 的周长为：AD+DE+AE=AB+BD+CE+AE=AB+AC；

故③正确；

∵∠ABC 不一定等于∠ACB，

∴∠FBC 不一定等于∠FCB，

∴BF 与 CF 不一定相等，

∴BD 与 CE 不一定相等，故④错误.

故选 C.

二、填空题(共 5 小题，每小题 4 分，共计 20 分)

11.（2020•峡江县期末）等腰三角形的一个角为 50°，则另两个角的度数为_____.

【答案】50°和 80°或 65°和 65°

【详解】

50°是顶角，则底角为：（180°－50°）÷2＝65　　°；

50°为底角时，则另一个底角为 50°，顶角为 180°－50°×2＝80°；

答：那么另两个角的度数是 50°和 80°或 65°和 65°.

故选：C.

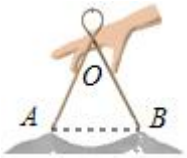
12.（2019•鄂尔多斯市期末）小敏设计了一种衣架，如图，在使用时能轻易收拢，然后套进衣服后松开即可，衣架杆 $OA=OB=18cm$，若衣架收拢时，$\angle AOB=60^{\circ}$，则 A、B 的距离为_____cm.



【答案】18

【详解】

解：连接 AB，如图所示：



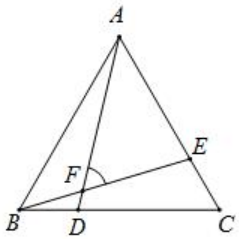
$\because OA=OB$，$\angle AOB=60^{\circ}$，

$\therefore \Delta AOB$ 是等边三角形，

$\therefore AB=OA=18cm$，

故答案为：18.

13.（2020•剑川县期中）如图，在等边三角形 ABC 中，BD=CE,AD,BE 交于点 F,则 $\angle AFE=$_____；



【答案】60°

【详解】

解：在等边△ABC 中，AB=BC，∠ABC=∠C=60°，

在△ABD 和△BCE 中，

$$\because \begin{cases} AB=BC \\ \angle ABC=\angle C=60^{\circ} \\ BD=CE \end{cases},$$

∴△ABD≌△BCE（SAS），

∴∠BAD=∠CBE，

在△ABF 中，∠AFE=∠BAD+∠ABF=∠CBE+∠ABF=∠ABC=60°，

即∠AFE=60°．

故答案为：60°．

14.（2018•新郑市期中）等腰三角形的周长为 14，其一边长为 4，那么，它的底边长为._____

【答案】4 或 6.

【详解】

4 是底边时，腰长为$\frac{1}{2}$（14-4）=5，

此时，三角形的三边分别为 4、5、5，

能组成三角形，

4 是腰长时，底边为 14-4×2=6，

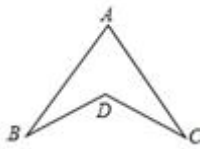
此时，三角形的三边分别为 4、4、6，

能组成三角形，

综上所述，底边为 4 或 6.

故答案为 4 或 6.

15.（2019•潮南区期中）如图，若 AB=AC，BD=CD，∠A=80°，∠BDC=120°，则∠B=_____°．



【答案】20°

【详解】

连接 BC，

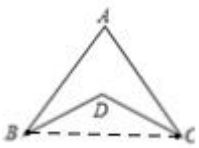
∵AB=AC，∠A=80°，

∴∠ABC=∠ACB=50°，

∵BD=CD，∠BDC=120°，

∴∠DBC=∠DCB=30°，

∴∠ABD=50°-30°=20°，



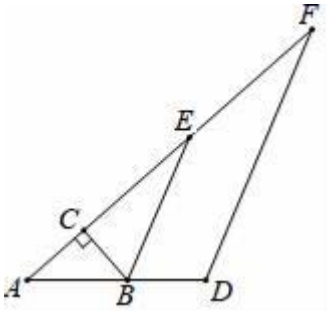
故答案为 20°

三、解答题(共 5 小题，每小题 10 分，共计 50 分)

16.（2020•罗山县期末）如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，∠A=40°，△ABC 的外角∠CBD 的平分线 BE 交 AC 的延长线于点 E.

（1）求∠CBE 的度数；

（2）过点 D 作 DF∥BE，交 AC 的延长线于点 F，求∠F 的度数.



【答案】(1) 65°；(2) 25°.

【详解】

分析：（1）先根据直角三角形两锐角互余求出∠ABC=90°﹣∠A=50°，由邻补角定义得出∠CBD=130°. 再根据角平分线定义即可求出∠CBE=$\frac{1}{2}$∠CBD=65°；

（2）先根据直角三角形两锐角互余的性质得出∠CEB=90°﹣65°=25°，再根据平行线的性质即可求出∠F=∠CEB=25°.

详解：

（1）∵在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，∠A=40°，

∴∠ABC=90°﹣∠A=50°，

∴∠CBD=130°.

∵BE 是∠CBD 的平分线，

∴∠CBE=$\frac{1}{2}$∠CBD=65°；

（2）∵∠ACB=90°，∠CBE=65°，

∴∠CEB=90°﹣65°=25°.

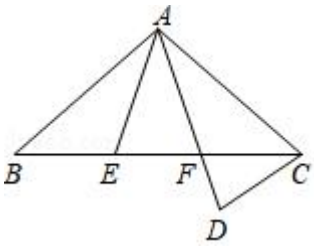
∵DF∥BE，

∴∠F=∠CEB=25°.

17.（2019•兰州市期末）如图，△ABC 中，AB=AC，点 E，F 在边 BC 上，BE=CF，点 D 在 AF 的延长线上，AD=AC，

（1）求证：△ABE≌△ACF；

（2）若∠BAE=30°，则∠ADC=_____°.



【答案】（1）证明见解析；（2）75.

【解析】

【分析】

（1）根据等边对等角可得∠B=∠ACF，然后利用 SAS 证明△ABE≌△ACF 即可；

（2）根据△ABE≌△ACF，可得∠CAF=∠BAE=30°，再根据 AD=AC，利用等腰三角形的性质即可求得∠ADC 的度数.

【详解】

（1）∵AB=AC，

∴∠B=∠ACF，

在△ABE 和△ACF 中，

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle B = \angle ACF \\ BE = CF \end{cases},$$

∴△ABE≌△ACF（SAS）；

（2）∵△ABE≌△ACF，∠BAE=30°，

∴∠CAF=∠BAE=30°，

∵AD=AC，

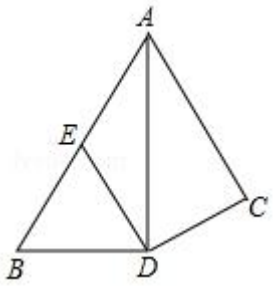
∴∠ADC=∠ACD，

∴∠ADC=$\frac{180°-30°}{2}$=75°，

故答案为 75.

18.（2019•河东乡期中）如图，*AD* 平分∠*BAC*，*AD*⊥*BD*，垂足为点 *D*，*DE*∥*AC*.

求证：△*BDE* 是等腰三角形.

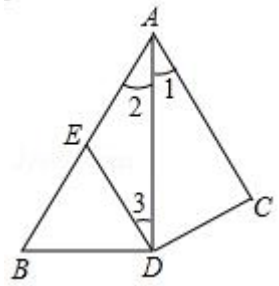


【答案】证明见解析.

【解析】

试题分析：直接利用平行线的性质得出∠1=∠3，进而利用角平分线的定义结合互余的性质得出∠B=∠BDE，即可得出答案.

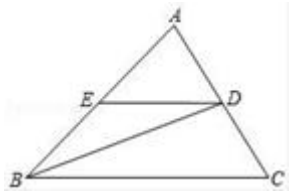
试题解析：∵DE∥AC，∴∠1=∠3，∵AD 平分∠BAC，∴∠1=∠2，∴∠2=∠3，∵AD⊥BD，∴∠2+∠B=90°，∠3+∠BDE=90°，∴∠B=∠BDE，∴△BDE 是等腰三角形.



19.（2019•龙华区期末）如图，已知△ABC 中，AB＝BC，D 为 AC 中点，过点 D 作 DE∥BC，交 AB 于点 E.

（1）求证：AE＝DE；

（2）若∠C＝65°，求∠BDE 的度数.



【答案】（1）证明见解析；（2）25°.

【详解】

证明：（1）∵DE∥BC，

∴∠C＝∠ADE，

∵AB＝BC，

∴∠C＝∠A，

∴∠A＝∠ADE，

∴AE＝DE；

（2）∵△ABC 中，AB＝BC，∠C＝65°，

∴∠ABC＝180°－65°－65°＝50°，

∵AB＝BC，D 为 AC 中点，

∴∠EBD＝∠DBC＝$\frac{1}{2}$∠ABC＝25°，

∵DE∥BC，

∴∠BDE＝∠DBC＝25°．

20．（2019•禹城市期中）如图，在等边△*ABC*中，点 *E* 为边 *AB* 上任意一点，点 *D* 在边 *CB* 的延长线上，且 *ED*＝*EC*．

（1）当点 *E* 为 *AB* 的中点时（如图 1），则有 *AE*_____*DB*（填“＞”“＜”或“＝”）；

（2）猜想 *AE* 与 *DB* 的数量关系，并证明你的猜想．

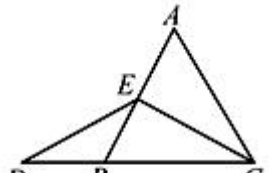


图1

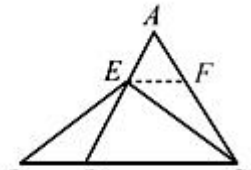


图2

【答案】（1）=；（2）AE＝BD．

【解析】

（1）∵△ABC 是等边三角形，∴∠ABC＝60°，AB＝AC＝BC．

∵E 为 AB 的中点，所以∠BCE=30°．

∵ED=EC，∴∠D=∠BCE=30°，∴∠BED=30°，∴∠D=∠BED，∴BD=BE，

∴BD=AE．

（2）当点 E 为 AB 上任意一点时，AE 与 DB 的大小关系不会改变．理由如下：

过 E 作 EF∥BC 交 AC 于 F，

∵△ABC 是等边三角形，

∴∠ABC＝∠ACB＝∠A＝60°，AB＝AC＝BC．

∴∠AEF＝∠ABC＝60°，∠AFE＝∠ACB＝60°，即∠AEF＝∠AFE＝∠A＝60°．

∴△AEF 是等边三角形．∴AE＝EF＝AF．

∵∠ABC＝∠ACB＝∠AFE＝60°，

∴∠DBE＝∠EFC＝120°，∠D＋∠BED＝∠FCE＋∠ECD＝60°．

∵DE＝EC，∴∠D＝∠ECD.∴∠BED＝∠ECF.

在△DEB 和△ECF 中，$\begin{cases}\angle DEB=\angle ECF,\\ \angle DBE=\angle EFC,\\ DE=EC,\end{cases}$

∴△DEB≌△ECF(*AAS*).

∴BD＝EF＝AE，即 AE＝BD.