专题 17 因式分解

【重点突破】

知识点一 因式分解（难点）

因式分解的定义：把一个多项式化成几个整式的乘积的形式，这种变形叫做把这个多项式因式分解.

【因式分解的定义注意事项】

1. 分解对象是多项式，分解结果必须是积的形式，且积的因式必须是整式，这三个要素缺一不可；

2. 因式分解必须是恒等变形；

3. 因式分解必须分解到每个因式都不能分解为止.

因式分解与整式乘法是互逆变形，因式分解是把和差化为积的形式，而整式乘法是把积化为和差的形式.

因式分解的常用方法：

■ 提公因式法

【提公因式法的注意事项】

1）定系数：公因式的系数是多项式各项系数的最大公约数。

2）定字母：字母取多项式各项中都含有的相同的字母。

3）定指数：相同字母的指数取各项中最小的一个，即字母最低次幂。

4）查结果：最后检查核实，应保证含有多项式的因式中再无公因式。

■ 公式法

运用公式法分解因式的实质是把整式中的乘法公式反过来使用；

① 平方差公式： $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

② 完全平方公式： $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

■ 十字相乘

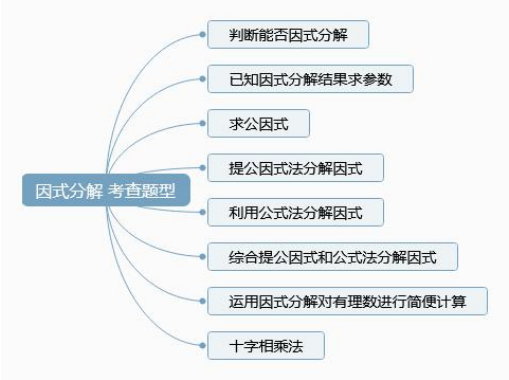
【十字相乘的注意事项】

1）用来解决两者之间的比例问题。

2）得出的比例关系是基数的比例关系。

3）总均值放中央，对角线上，大数减小数，结果放在对角线上。

【考查题型】



考查题型一 判断能否因式分解

典例 1.（2019·长沙市期中）下列四个多项式中，能因式分解的是（　　）

A．a^2+1　　B．a^2-6a+9　　C．x^2+5y　　D．x^2-5y

变式 1-1.（2020·南京市期末）下列等式从左到右的变形，属于因式分解的是（ ）

A．a（x－y）＝ax－ay　　B．$x^2-1=(x+1)(x-1)$

C．$(x+1)(x+3)=x^2+4x+3$　　D．$x^2+2x+1=x(x+2)+1$

变式 1-2.（2018·新乡市期中）下列因式分解正确的是(　　)

A．$x^2-4=(x+4)(x-4)$　　B．$x^2+x+1=(x+1)^2$

C．$x^2-2x-3=(x-1)^2-4$　　D．$2x+4=2(x+2)$

考查题型二 已知因式分解的结果求参数

典例 2.（2020·来宾市期中）若 $(3x+2)(x+p)=mx^2+nx-2$，则下列结论正确的是（　　）

A．$m=6$　　B．$n=1$　　C．$p=-2$　　D．$mnp=3$

变式 2-1.（2019·鞍山市期中）将 x^2+mx+n 分解成 $(x-7)(x+2)$，则 m，n 的值为（　　）

A．5，−14　　B．−5，14　　C．5，14　　D．−5，−14

变式 2-2.（2020·上海市期中）若 $a-1$ 是 a^2+5a+m 的因式，则 m 的值是（　　）

A．4　　B．6　　C．－4　　D．－6

考查题型三 求公因式

典例 3.（2019·舞钢市期末）多项式 mx^2-m 与多项式 x^2-2x+1 的公因式是（ ）

A．$x-1$　　B．$x+1$　　C．x^2-1　　D．$(x-1)^2$

变式 3-1.（2020·南京市期中）$6x^3y^2-3x^2y^3$ 分解因式时，应提取的公因式是(　　)

A．3xy　　B．$3x^2y$　　C．$3x^2y^3$　　D．$3x^2y^2$

变式 3-2.（2019·婺源县期中）下列代数式中，没有公因式的是（ ）

A．ab 与 b　　B．a+b 与 a^2+b^2　　C．a+b 与 a^2-b^2　　D．x 与 $6x^2$

考查题型四 提公因式法分解因式

典例 4.（2019·杭州市期中）已知 a+b=$\sqrt{5}$,ab=2,则 $3a^2b+3ab^2$ 的值为（　　）

A．$6\sqrt{5}$　　B．$2\sqrt{5}$　　C．6+$\sqrt{5}$　　D．2+$\sqrt{5}$

变式 4-1.（2020·西湖区期末）若 n（$n \neq 0$）是关于 x 的方程$x^2+mx+2n=0$的根，则 m+n 的值为（ ）

A．1　　B．2　　C．-1　　D．-2

变式 4-2.（2018·南通市期中）下列多项式：①$16x^5-x$；②$(x-1)^2-4(x-1)+4$；③$(x+1)^4-4x(x+1)^2+4x^2$；④$-4x^2-1+4x$，分解因式后，结果含有相同因式的是（　　）

A．①④　　B．②④　　C．③④　　D．②③

考查题型五 利用公式法分解因式

典例 1.（2019·长沙市期中）下列四个多项式中，能因式分解的是（　　）

A．a^2+1　　B．a^2-6a+9　　C．x^2+5y　　D．x^2-5y

变式 1-1.（2020·南京市期末）下列等式从左到右的变形，属于因式分解的是（ ）

A．a（x－y）＝ax－ay　　B．x^2　　－1＝（x+1）（x－1）

C．（x+1）（x+3）＝x^2+4x+3　　D．x^2+2x+1＝x（x+2）+1

变式 1-2.（2018·新乡市期中）下列因式分解正确的是(　　)

A．$x^2-4=(x+4)(x-4)$　　B．$x^2+x+1=(x+1)^2$

C．$x^2-2x-3=(x-1)^2-4$　　D．$2x+4=2(x+2)$

典例 2.（2020·来宾市期中）若$(3x+2)(x+p)=mx^2+nx-2$，则下列结论正确的是（　　）

A．$m=6$　　B．$n=1$　　C．$p=-2$　　D．$mnp=3$

变式 2-1.（2019·鞍山市期中）将x^2+mx+n分解成$(x-7)(x+2)$，则 m，n 的值为（　　）

A．5，−14　　B．−5，14　　C．5，14　　D．−5，−14

变式 2-2.（2020·上海市期中）若$a-1$是a^2+5a+m的因式，则m的值是（　　）

A．4　　B．6　　C．－4　　D．－6

典例 3.（2019·舞钢市期末）多项式mx^2-m与多项式x^2-2x+1的公因式是（ ）

A．$x-1$　　B．$x+1$　　C．x^2-1　　D．$(x-1)^2$

变式 3-1.（2020·南京市期中）$6x^3y^2-3x^2y^3$分解因式时，应提取的公因式是(　　)

A．3xy　　B．$3x^2y$　　C．$3x^2y^3$　　D．$3x^2y^2$

变式 3-2.（2019·婺源县期中）下列代数式中，没有公因式的是（ ）

A．ab 与 b　　B．a+b 与a^2+b^2　　C．a+b 与a^2-b^2　　D．x 与$6x^2$

典例 4.（2019·杭州市期中）已知 a+b=$\sqrt{5}$,ab=2,则 $3a^2b+3ab^2$ 的值为（　　）

A．$6\sqrt{5}$　　B．$2\sqrt{5}$　　C．6+$\sqrt{5}$　　D．2+$\sqrt{5}$

变式 4-1.（2020·西湖区期末）若 n（$n\neq 0$）是关于 x 的方程$x^2+mx+2n=0$的根，则 m+n 的值为（ ）

A．1　　B．2　　C．-1　　D．-2

变式 4-2.（2018·南通市期中）下列多项式：①$16x^5-x$；②$(x-1)^2-4(x-1)+4$；③$(x+1)^4-4x(x+1)^2+4x^2$；④$-4x^2-1+4x$，分解因式后，结果含有相同因式的是（　　）

A．①④　　B．②④　　C．③④　　D．②③

典例 5.（2019·阳谷县期末）将下列多项式因式分解,结果中不含有因式(a+1)的是(　　)

A．a^2-1

B．a^2+a

C．a^2+a-2

D．$(a+2)^2-2(a+2)+1$

变式 5-1.（2018·大连市期末）把多项式$4m^2-25$分解因式正确的是（　　）

A．$(4m+5)(4m-5)$　　B．$(2m+5)(2m-5)$

C．$(m-5)(m+5)$　　D．$m(m-5)(m+5)$

变式 5-2.（2019·德州市期中）对于任何整数 m，多项式$(4m+5)^2-9$都能被（　　）整除.

A．8　　B．m　　C．$m-1$　　D．$2m-1$

变式 5-3.（2019·哈尔滨市期末）下列各式中能用完全平方公式进行因式分解的是（ ）

A．x^2+x+1　　B．x^2+2x-1　　C．x^2-1　　D．x^2-6x+9

变式 5-4.（2019·扬州市期中）小明在抄分解因式的题目时，不小心漏抄了 x 的指数，他只知道该数为不大于 10 的正整数，并且能利用平方差公式分解因式，他抄在作业本上的式子是 $x^{□}-4y^2$（“□”表示漏抄的指数），则这个指数可能的结果共有（ ）

A．2 种　　B．3 种　　C．4 种　　D．5 种

考查题型六 综合提公因式和公式法分解因式

典例 6.（2018·十堰市期中）下列因式分解正确的是（ ）

A．$a^4b-6a^3b+9a^2b=a^2b(a^2-6a+9)$

B．$x^2-x+\frac{1}{4}=(x-\frac{1}{2})^2$

C．x^2﹣2x+4=$(x-2)^2$

D．$4x^2$﹣y^2=（4x+y）（4x﹣y）

变式 6-1．（2018·南开区期末）将下列多项式因式分解，结果中不含有因式（x﹣2）的是（　　）

A．x^2﹣4　　B．x^3﹣$4x^2$﹣12x

C．x^2﹣2x　　D．（x﹣3）^{2}+2（x﹣3）+1

变式 6-2．（2017·栖霞区期末）下列因式分解错误的是(　　)

A．$3x^2-6xy=3x(x-2y)$　　B．$x^2-9y^2=(x-3y)(x+3y)$

C．$4x^2+4x+1=(2x+1)^2$　　D．$x^2-y^2+2y-1=(x+y+1)(x-y-1)$

考查题型七 运用因式分解对有理数进行简便计算

典例 7．（2020·无锡市期末）计算：$125^2-50\times125+25^2$=(　　)

A．100　　B．150　　C．10000　　D．22500

变式 7-1．（2018·南通市期中）80^3-80 能被（　　）整除

A．76　　B．78　　C．79　　D．82

考查题型八 十字相乘法

典例 8．（2020·宁波市期末）下列各式中，计算结果是 $x^2+7x-18$ 的是（　　）

A．$(x-1)(x+18)$　　B．$(x+2)(x+9)$　　C．$(x-3)(x+6)$　　D．$(x-2)(x+9)$

变式 8-1．（2019·南通市初中）因式分解 x^2+ax+b，甲看错了 a 的值，分解的结果是（x+6）（x﹣2），乙看错了 b 的值，分解的结果为（x﹣8）（x+4），那么 x^2+ax+b 分解因式正确的结果为（　　）

A．（x+3）（x﹣4）　　B．（x+4）（x﹣3）　　C．（x+6）（x﹣2）　　D．（x+2）（x﹣6）

变式 8-2．（2019·来宾市期末）已知多项式 $2x^2-bx+c$ 分解因式为 2（x-3）（x+1），则 b+c 的值为（　　）

A．-10　　B．-4　　C．-2　　D．2