专题 19 分式的运算

（满分：100 分 时间：90 分钟）

班级_____ 姓名_____ 学号_____ 分数_____

一、单选题(共 10 小题，每小题 3 分，共计 30 分)

1.（2019·石家庄市期末）斑叶兰被列为国家二级保护植物，它的一粒种子重约 0.0000005 克．将 0.0000005 用科学记数法表示为（　　）

A．5×10^{7}　　B．5×10^{-7}　　C．0.5×10^{-6}　　D．5×10^{-6}

【答案】B

【分析】

科学记数法的表示形式为 a×10ⁿ 的形式，其中 1≤|a|＜10，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值＞1 时，n 是正数；当原数的绝对值＜1 时，n 是负数．

【详解】

$0.0000005=5\times10^{-7}$

故答案为:B.

2.（2019·长沙市期中）等式$(x+4)^0=1$成立的条件是(　　)

A．x 为有理数　　B．x≠0　　C．x≠4　　D．x≠－4

【答案】D

【解析】

试题分析：0 指数次幂的性质：$a^0=1(a\neq0)$.

由题意得$x+4\neq0$，x≠－4，故选 D.

3.（2020·衡水市期末）一件工作, 甲独做 a 小时完成, 乙独做 b 小时完成, 则甲、乙两人合作完成需要(　　)小时.

A．$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$　　B．$\frac{1}{ab}$　　C．$\frac{1}{a+b}$　　D．$\frac{ab}{a+b}$

【答案】D

【分析】甲、乙合作完成工程的时间=工作总量÷甲乙工效之和，没有工作总量，可设其为 1，所以甲、乙合做此项工程所需的时间为 1÷（$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$）=$\frac{ab}{a+b}$小时.

【详解】设工作量为 1，由甲 1 小时完成$\frac{1}{a}$，乙 1 小时完成$\frac{1}{b}$，

因此甲、乙合作此项工程所需的时间为 1÷（$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$）=$\frac{ab}{a+b}$小时，

故选 D.

4.（2019·错那县期末）计算$\frac{1}{x-1}-\frac{x}{x-1}$结果是(　　)

A．0　　B．1　　C．﹣1　　D．x

【答案】C

【解析】

试题解析：$\frac{1}{x-1}-\frac{x}{x-1}=\frac{1-x}{x-1}=\frac{-(x-1)}{x-1}=-1$.

故选 C.

5.（2020·安仁县期中）下列分式中是最简分式的是（）

A．$\frac{2x}{x^2+1}$　　B．$\frac{4}{2x}$　　C．$\frac{x-1}{x^2-1}$　　D．$\frac{1-x}{x-1}$

【答案】A

【分析】

最简分式的标准是分子，分母中不含有公因式，不能再约分．判断的方法是把分子、分母分解因式，并且注意观察有无互为相反数的因式，这样的因式可以通过符号变化化为相同的因式从而进行约分．

【详解】

解：A. $\frac{2x}{x^2+1}$，分子、分母都不能再分解，且不能约分，是最简分式．故 A 选项正确；

B. $\frac{4}{2x}$，分式的分子、分母都含有公因式 2，它不是最简分式．故 B 选项错误；

C. $\frac{x-1}{x^2-1}$，把分母分解因式后，分式的分子、分母都含有公因数(x-1)，它不是最简分式．故 C 选项错误；

D. $\frac{1-x}{x-1}$，分式的分子、分母都含有公因数(x-1)，它不是最简分式．故 D 选项错误；

故选：A

6.（2020·黄石市期末）化简$\frac{m-1}{m}\div\frac{m-1}{m^2}$的结果是(　　)

A．m　　B．$\frac{1}{m}$　　C．m－1　　D．$\frac{1}{m-1}$

【答案】A

【详解】

$\frac{m-1}{m}\div\frac{m-1}{m^2}=\frac{m-1}{m}\times\frac{m^2}{m-1}$ =m.，所以答案选择 A.

7.（2019·深圳市期中）要使分式$\frac{x^2-9}{3x+9}$的值为 0，你认为 x 可取得数是

A．9　　B．±3　　C．﹣3　　D．3

【答案】D

【解析】

试题分析：根据分式分子为 0 分母不为 0 的条件，要使分式$\frac{x^2-9}{3x+9}$的值为 0，则必须

$\begin{cases}x^2-3=0\\3x+9\neq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\pm3\\x\neq -3\end{cases}\Rightarrow x=3$。故选 D。

8.（2019·临淄区期中）化简$\left(1-\frac{2}{x+1}\right)\div\frac{1}{x^2-1}$的结果是（ ）

A．$\frac{1}{(x+1)^2}$　　B．$\frac{1}{(x-1)^2}$　　C．（x+1）²　　D．（x﹣1）²

【答案】D

【解析】

将原式括号中的两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，分子合并，同时将除式的分母利用平方差公式分解因式，然后利用除以一个数等于乘以这个数的倒数将除法运算化为乘法运算，约分后即可得到最简结果：

$\left(1-\frac{2}{x+1}\right)\div\frac{1}{x^2-1}=\frac{x+1-2}{x+1}\div\frac{1}{(x+1)(x-1)}=\frac{x-1}{x+1}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{1}=(x-1)^2$．故选 D

9.（2019·衡阳市期末）计算$8x^2y^4\bullet(-\frac{3x}{4y^3})\div(-\frac{x^2y}{2})$的结果是（　　）

A．$-3x$　　B．$3x$　　C．$-12x$　　D．$12x$

【答案】D

【分析】

根据分式乘除法运算的法则进行计算即可得.

【详解】

$8x^2y^4\bullet(-\frac{3x}{4y^3})\div(-\frac{x^2y}{2})$

$=-\frac{24x^3y^4}{4y^3}\bullet(-\frac{2}{x^2y})$

$=12x$

故选 D.

10.（2020·北京市期中）学完分式运算后，老师出了一道题“计算：$\frac{x+3}{x+2}+\frac{2-x}{x^2-4}$”.

小明的做法：原式$=\frac{(x+3)(x-2)}{x^2-4}-\frac{x-2}{x^2-4}=\frac{x^2+x-6-x-2}{x^2-4}=\frac{x^2-8}{x^2-4}$；

小亮的做法：原式$=(x+3)(x-2)+(2-x)=x^2+x-6+2-x=x^2-4$；

小芳的做法：原式$=\frac{x+3}{x+2}-\frac{x-2}{(x+2)(x-2)}=\frac{x+3}{x+2}-\frac{1}{x+2}=\frac{x+3-1}{x+2}=1$.

其中正确的是（　　）

A．小明　　B．小亮　　C．小芳　　D．没有正确的

【答案】C

【解析】

试题解析：$\frac{x+3}{x+2}+\frac{2-x}{x^2-4}$

$=\frac{x+3}{x+2}-\frac{x-2}{(x+2)(x-2)}$

$=\frac{x+3}{x+2}-\frac{1}{x+2}$

$=\frac{x+3-1}{x+2}$

$=\frac{x+2}{x+2}$

$=1$.

所以正确的应是小芳.

故选 C.

二、填空题（共 5 小题，每小题 4 分，共计 20 分）

11.（2019·榆林市期末）某种电子元件的面积大约为 0.00000069 平方毫米，将 0.00000069 这个数用科学记数法表示为_____.

【答案】6.9×10^{-7}.

【解析】

试题分析：对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a\times10^{-n}$，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定．所以 $0.00000069=6.9\times10^{-7}$.

12．（2017·南京市期末）若（2x﹣3）$^{x+5}$=1，则 x 的值为_____.

【答案】2 或 1 或-5

【解析】

(1)当 2x−3=1 时,x=2,此时 $(4-3)^{2+5}$=1，等式成立；

(2)当 2x−3=−1 时,x=1,此时 $(2-3)^{1+5}$=1，等式成立；

(3)当 x+5=0 时,x=−5,此时 $(-10-3)^{0}$=1，等式成立.

综上所述，x 的值为：2，1 或−　5.

故答案为 2，1 或-5.

13．（2018·北京市期末）化简：$\frac{m-1}{m}\div\frac{m-1}{m^2}$=_____.

【答案】m

【解析】

解：原式=$\frac{m-1}{m}\cdot\frac{m^2}{m-1}$=$m$．故答案为 m.

14．（2018·邢台市期中）若$|x-y|+\sqrt{y-2}=0$，则 x^{y-3} 的值为__

【答案】$\frac{1}{2}$

【详解】

$\because|x-y|+\sqrt{y-2}=0$，

$\therefore\begin{cases}x-y=0\\y-2=0\end{cases}$，

解得$\begin{cases}x=2\\y=2\end{cases}$，

$\therefore x^{y-3}=2^{2-3}=\frac{1}{2}$，

故答案为$\frac{1}{2}$.

15．（2019·长春市期末）计算：$\frac{x}{x+3}-\frac{6}{9-x^2}\div\frac{2}{x-3}=$_____.

【答案】1

【分析】

根据分式的运算法则计算即可.

【详解】

原式=$\frac{x}{x+3}+\frac{6}{x^2-9}\div\frac{2}{x-3}$

=$\frac{x}{x+3}+\frac{6}{(x+3)(x-3)}\cdot\frac{x-3}{2}$

=$\frac{x}{x+3}+\frac{3}{x+3}$

=$\frac{x+3}{x+3}$

=1.

故答案为 1.

三、解答题(共 5 小题，每小题 10 分，共计 50 分)

16．（2020·大同市期末）先化简，再求值：$\left(\frac{x+1}{x-2}-1\right)\div\frac{x^2-2x}{x^2-4x+4}$，其中$x=\sqrt{3}$.

【答案】$\frac{3}{x}$，$\sqrt{3}$

【详解】

解：原式=$\left(\frac{x+1}{x-2}-\frac{x-2}{x-2}\right)\div\frac{x(x-2)}{(x-2)^2}$

=$\frac{3}{x-2}\cdot\frac{x-2}{x}$

=$\frac{3}{x}$，

当$x=\sqrt{3}$时，原式=$\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$.

17．（2020·上海市期末）化简：（$\frac{2x^2+2x}{x^2-1}$ - $\frac{x^2-x}{x^2-2x+1}$） ÷$\frac{x}{x+1}$ ，并解答：

（1）当 x=3 时，求原式的值；

（2）原式的值能等于 - 1 吗？为什么？

【答案】(1)2；(2)不能，理由见解析

【分析】

（1）通分后用分式加减法法则计算，再用除法法则变形，约分得到最简结果，把 x=3 代入计算即可求出值；

（2）令代数式等于-1，求出 x 的值，检验即可.

【详解】

（1）原式=$\left[\frac{2x(x+1)}{(x+1)(x-1)}-\frac{x(x-1)}{(x-1)^2}\right]\cdot\frac{x+1}{x}=\left(\frac{2x}{x-1}-\frac{x}{x-1}\right)\cdot\frac{x+1}{x}=\frac{x}{x-1}\cdot\frac{x+1}{x}=\frac{x+1}{x-1}$，

当$x=3$时，原式=$\frac{4}{2}$=2；

（2）如果$\frac{x+1}{x-1}=-1$，即$x+1=-x+1$，∴$x=0$，而当$x=0$时，除式$\frac{x}{x+1}=0$，∴原代数式的值不能等于-1.

18.（2019·襄樊市期末）先化简，再求值：$\frac{a}{a^2-4}\div\frac{a^2-3a}{a+2}-\frac{1}{2-a}$，其中$a$与 2，3 构成$\Delta ABC$的三边，且$a$为整数.

【答案】1

【解析】

试题分析：先进行分式的除法运算，再进行分式的加减法运算，根据三角形三边的关系确定出 a 的值，然后代入进行计算即可.

试题解析：原式

=$\frac{a}{(a+2)(a-2)}\cdot\frac{a+2}{a(a-3)}+\frac{1}{a}=\frac{1}{(a-2)(a-3)}+\frac{a-3}{(a-2)(a-3)}=\frac{a-2}{(a-2)(a-3)}=\frac{1}{a-3}$，

∵a与 2、3 构成△ABC的三边，

∴3−2<a<3+2，即 1<a<5，

又∵a为整数，

∴a=2 或 3 或 4，

∵当x=2 或 3 时，原分式无意义，应舍去，

∴当a=4 时,原式=$\frac{1}{4-3}$=1

19.（2018·朝阳区期中）已知$\frac{3x^2-7x+2}{(x-1)(x+1)}=3+\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+1}$，其中$A$、$B$为常数，求$4A-2B$的值.

【答案】8

【解析】

试题分析：已知等式右边利用同分母分式的加法法则计算，利用分式相等的条件求出 A 与 B 的值，即可确定出 4A-2B 的值.

试题解析：$\frac{3x^2-7x+2}{(x-1)(x+1)}=3+\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+1}$

$=\frac{3(x-1)(x+1)+A(x+1)+B(x-1)}{(x+1)(x-1)}$

$=\frac{3x^2+(A+B)x+A-B-3}{(x+1)(x-1)}$

$\therefore\begin{cases}A+B=-7\\A-B-3=2\end{cases}$，

$\therefore\begin{cases}A=-1\\B=-6\end{cases}$，

$\therefore 4A-2B=4\times(-1)-2\times(-6)=8$.

20.（2020 成都市期末）化简和化简求值

（1）$(\frac{2m}{m^2-4}-\frac{1}{m-2})\div(1-\frac{1}{m+2})$；

（2）$\frac{9-a^2}{a^2+6a+9}\div\frac{a^2-3a}{a+3}+\frac{1}{a}$；

（3）先化简，再求值，$(\frac{x+2}{x^2-2x}-\frac{x-1}{x^2-4x+4})\div\frac{x^2-16}{x^2+4x}$，其中 x=2+$\sqrt{2}$；

（4）先化简，再求值：$\frac{a^2+3a}{a^2+4a+4}\div\frac{a+3}{a+2}-\frac{2}{a+2}$，其中 a=$\sqrt{2}$-2.

【答案】（1）$\frac{1}{m+1}$；（2）0；（3）$\frac{1}{2}$；（4）1-2$\sqrt{2}$.

【解析】

试题分析：（1）首先根据通分加减的方法计算括号内的，再进一步把除法变为乘法进行计算；

（2）先把除法变为乘法计算，再进一步进行加法计算；

（3）首先根据分式的混合运算顺序化简分式，再进一步代值计算；

（4）首先把除法化为乘法进行计算，再进一步相减，然后把 a 的值代入计算.

试题解析：（1）原式=$\frac{2m-(m+2)}{(m+2)(m-2)}\div\frac{m+2-1}{m+2}$

$=\frac{m-2}{(m+2)(m-2)}\cdot\frac{m+2}{m+1}$

$=\frac{1}{m+1}$；

（2）原式$=\frac{-(a+3)(a-3)}{(a+3)^2}\cdot\frac{a+3}{a(a-3)}+\frac{1}{a}$

$=-\frac{1}{a}+\frac{1}{a}$

=0；

（3）原式$=[\frac{x^2-4}{x(x-2)^2}-\frac{x^2-x}{x(x-2)^2}]\div\frac{(x+4)(x-4)}{x(x+4)}$

$=\frac{x-4}{x(x-2)^2}\cdot\frac{x(x+4)}{(x+4)(x-4)}$

$=\frac{1}{(x-2)^2}$，

当 x=2+$\sqrt{2}$ 时，

原式$=\frac{1}{(2+\sqrt{2}-2)^2}$

$=\frac{1}{2}$；

（4）原式$=\frac{a(a+3)}{(a+2)^2}\cdot\frac{a+2}{a+3}-\frac{2}{a+2}$

$=\frac{a}{a+2}-\frac{2}{a+2}$

$=\frac{a-2}{a+2}$，

当 a=$\sqrt{2}$ -2 时，

原式$=\frac{\sqrt{2}-2-2}{\sqrt{2}-2+2}=\frac{\sqrt{2}-4}{\sqrt{2}}$=1-2$\sqrt{2}$.