

周练一

一、选填

集合运算

- 1 (5分) 设集合 $A = \{x|x^2 + 2x - 3 > 0\}$, 集合 $B = \{x|x^2 - 2ax - 1 \leq 0, a > 0\}$. 若 $A \cap B$ 中恰含有一个整数, 则实数 a 的取值范围是 ().
- A. $(0, \frac{3}{4})$ B. $[\frac{3}{4}, \frac{4}{3})$
 C. $[\frac{3}{4}, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$

同一函数

- 2 (5分) 下列选项中, 表示的是同一函数的是 ().
- A. $f(x) = \sqrt{x^2}$, $g(x) = (\sqrt{x})^2$
 B. $f(x) = x^2$, $g(x) = (x-2)^2$
 C. $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$, $g(t) = |t|$
 D. $f(x) = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}$, $g(x) = \sqrt{x^2-1}$

解析式求法

- 3 (5分) 已知 $f(x)$ 是一次函数, 且 $f(x-1) = 3x - 5$, 则 $f(x)$ 的解析式为 ().
- A. $f(x) = 3x + 2$ B. $f(x) = 3x - 2$
 C. $f(x) = 2x + 3$ D. $f(x) = 2x - 3$
- 4 (5分) 已知函数 $f(x)$ 满足 $2f(x) + f(-x) = 3x + 2$, 则 $f(2)$ 的值为 ().
- A. $-\frac{16}{3}$ B. $-\frac{20}{3}$ C. $\frac{16}{3}$ D. $\frac{20}{3}$



5 (5分) 设函数 $f\left(1 + \frac{1}{x}\right) = 2x + 1$, 则 $f(x)$ 的表达式为 () .

- A. $\frac{1+x}{1-x}$
- B. $\frac{1+x}{x-1}$
- C. $\frac{1-x}{1+x}$
- D. $\frac{2x}{x+1}$

抽象函数定义域求法

6 (5分) 已知函数 $y = f(x+1)$ 的定义域是 $[-2, 3]$, 则 $y = f(2x-1)$ 的定义域为 () .

- A. $[-3, 7]$
- B. $[-1, 4]$
- C. $[-5, 5]$
- D. $\left[0, \frac{5}{2}\right]$

单调性运用

7 (5分) 若 $f(x) = -x^2 + 2ax$ 与 $g(x) = \frac{a}{x+1}$ 在区间 $[1, 2]$ 上都是减函数, 则实数 a 的取值范围是 () .

- A. $(-1, 0) \cup (0, 1)$
- B. $(-1, 0) \cup (0, 1]$
- C. $(0, 1)$
- D. $(0, 1]$

8 (5分) 已知函数 $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ ($-8 \leq x < -4$), 则下列说法正确的是 () .

- A. $f(x)$ 有最大值 $\frac{5}{3}$, 无最小值
- B. $f(x)$ 有最大值 $\frac{5}{3}$, 最小值 $\frac{7}{5}$
- C. $f(x)$ 有最大值 $\frac{7}{5}$, 无最小值
- D. $f(x)$ 有最大值 2, 最小值 $\frac{7}{5}$

9 (5分) 若函数 $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2+mx-3}$ 在区间 $(-1, 1)$ 上单调递减, 则实数 m 的取值范围是 _____ .

单调性与奇偶性综合运用

10 (5分) 已知函数 $f(x) = x^4 - \frac{7}{4x^2+9}$, 则关于 x 的不等式 $f(2-3x) < f(x-1)$ 的解集为 () .



- A. $\left(\frac{3}{4}, +\infty\right)$ B. $\left(-\infty, \frac{3}{4}\right)$
 C. $\left[0, \frac{3}{4}\right)$ D. $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$

11 (5分) 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $[a-1, 2a]$ 上的偶函数, 且当 $x > 0$ 时, $f(x)$ 单调递增, 则关于 x 的不等式 $f(x-1) > f(a)$ 的解集为 ()

- A. $\left[\frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right)$
 B. $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right]$
 C. $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$
 D. 随 a 的值而变化

12 (5分) 已知 $f(x)$ 是定义在 $[-1, 1]$ 上的增函数, 且 $f(x-1) < f(1-3x)$, 则 x 的取值范围是 _____ .

分段函数

13 (5分) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (a-2)x, & x \geq 2 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1, & x < 2 \end{cases}$ 满足对任意的实数 $x_1 \neq x_2$, 都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$

成立, 则实数 a 的取值范围是 () .

- A. $(-\infty, 2)$ B. $\left(-\infty, \frac{13}{8}\right]$
 C. $(-\infty, 2]$ D. $\left[\frac{13}{8}, 2\right)$

14 (5分) 已知 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2ax, & (x \leq 1) \\ (2a-1)x - 3a + 6, & (x > 1) \end{cases}$, 若 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数, 则实数 a 的取值范围是 () .

- A. $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$ B. $[1, 2]$
 C. $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ D. $[1, +\infty)$

二、解答



15 (12分) 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 + 2x + a}{x}$, $x \in [1, +\infty)$.

(1) (6分) 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最小值;

(2) (6分) 若对任意 $x \in [1, +\infty)$, $f(x) > 0$ 恒成立, 试求实数 a 的取值范围.